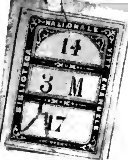
18


BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE
14
3 M
17








NVS CHRISTI
POLITA ANVS
ME GA DEI
DVX GRATIA
PANTOMETRVM
KIRCHERIANVM
AD SERENISSIMVM CHRISTIANVM
DVCEM MEGAPOLITANVM
Explicatum
a
P. GASPARE SCHOTTO
SOCIET IESV
Apud Joannem Arnoldum Cholinum.
Anno 1668

PANTOMETRUM KIRCHERIANUM,

HOC EST,

Instrumentum Geometricum novum,

à Celeberrimo Viro

P. ATHANASIO KIRCHERO

Ante hac inventum, nunc decem Libris, universam penè Practicam Geometriam complectentibus explicatum, perspicuisque demonstrationibus illustratum

à

R.P. GASPARE SCHOTTO

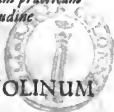
Regiscuriano è Societate JESU, olim in Panormitano Siciliæ, nunc in Herbipolitano Franconiæ ejusdem Societatis JESU Gymnasio Matheseos Professore.

AD SERENISSIMUM PRINCIPEM CHRISTIANUM, DUCEM MEGAPOLITANUM.

HOC INSTRUMENTO,

Quidquid alii variis organis, intricatissimis demonstrationibus, laboriosissimis calculationibus præstant ad Geometriam practicam spectans, summâ facilitate, brevitate, ac certitudine perficitur.





Cum Figuris æri incisis, & Privilegio.

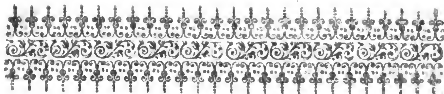
Apud JOANNEM ARNOLDUM CHOLINUM Bibliopolam Francofurtensem.

HERBIPOLI

Excudebat JOBUS HERTZ Typographus Herbipolensis.

Anno M. DC. LXIX.





SERENISSIMO PRINCIPI
AC DOMINO,
D. CHRISTIANO,
Duci Megapolitano, Principi Wandalorum, Suerini, & Razenburgi; Comiti Suerinensi; terrarum Roſtochii & Stargardiæ Dño &c.

DOMINO MEO CLEMENTISSIMO.



Eniam dabis, SERENISSIME PRINCEPS, ſi Operi meo exiguo atque obſcuriſſimo clariſſimum SERENITATIS TUÆ nomen præfigere ſum auſus. Incredibilis affectus quo me primo ſtatim congreſſu es complexus, amoris ac benevolentiæ ſigna luculentiſſima quæ porrò exhibuiſti, ardor ingens quo Mathe-

matica, hoc eſt, verè Regia colis ſtudia, audacem me fecêre. Exiguum ſanè (haud diffiteor) munuſculum eſt quod Magno offero PRINCIPI; pomum eſt, non caballus Perſicus: verùm quia honorarium majus eſſe nec poteſt, nec debet, quàm ærariũ, ut ei non ab auctore ac donante, ſed ab accipiente accedat magnitudo & pretium; in ſpem venio, id à SERENITATE TUA haud fore ſpernendum. Magnarum Mentium eſt, ad non magna etiam donaria, magno tamẽ affectu exhibita, reſpicere, Cyri exemplo, qui vel pomum oblatum ab agricola non reſpuit, quoniam non donum, ſed animum reſpexit. Poteram quidem, àc fortaſſis etiam debebam

bam

bam aliud exſpectare tempus, donec majus aliquod, ac tanto PRINCIPE dignius elaboraretur Opus; at impetrare à me ipſe non potui, quin hāc qualem qualem grati animi teſſeram, & ingentis erga SERENITATEM TUAM affectus arrham in publicum quàm maturrimè protruderem. Cauſa affectus (ingenuè fateor) eſt quæ ſequitur. Vix SERENITATEM TUAM oculis aſpexeram, vix loquentem perceperam auribus, cùm ſenſi me velut magnetiſmo potentiſſimo rapi. Animadvertebam enim, Illi Palladem in capite, Virtutem in pectore, in ore Gratiam ac Sinceritatem habitare. Deprehendebam indolem, quam meritò amēt

omnes; ingenium, quod omnes optent; amorem litterarum ac bonarum artium, quem omnes suspiciāt. Obstupescebam tantam, in tanta sanguinis eminentia, morum suavitatem. Si vaticinari Mathematico licet, uti vix alibi uspiam quàm in SERENITATE TUA verius esse credo, in summis omnia summa reperiri; ita haud vanè conjicio, sum̃a omnia eandem SERENITATEM TUAM à DEO Optimo Maximo manere. Sed nolo hic in laudes SERENITATIS TUÆ excurrere, nè peccem aliquorum more, qui & libros, & encomia simul ingerunt. Tu Tibi, PRINCEPS Magnanime, Tu Imperio, Tu subjectis Tibi populis, Tu bonis omnibus

pro-

probatissimus, non exspectas à Mathematico panegyricum. Ars nostra rerum ferax, verborum sterilis est; neque si abundaremus, Tu indiges. Magnam enim illam mentem Tuam, quam præsentes miramur; illa animi, corporis, stemmatis ornamenta, quæ suspicimus; in historiis temporum mirabuntur nepotes, & agnoscent inserta Germaniæ annalibus. Vale igitur, Magne PRINCEPS, atque ad magna nate; & DEO, Imperio, ac Patrię quàm diutissimè ac felicissimè vive. Ita opto ac voveo Herbipoli Franconiæ, Die XII. Martii, Anni à salutifero DEIPARÆ partu M. DC. LX.

SERENITATIS TUÆ

Humillimus Cliens
CASPARUS SCHOTT Soc. JESU.

EIDEM

EIDEM

SERENISSIMO PRINCIPI

Musæ Mathematicæ

Geometriæ Practicæ Clavem

PANTOMETRUM

dedicabant.

Est vota tandem cernere plurium
Implenda! nam quis spreverit artium
Florem MATHESIN, certiore
Quæ methodo nitidam laborat
In veritatis scandere Regiam,
Et scandit? è quo culmine dum redit,
Stupenda Vulgo, Chara Doctis,
Principibus redit expetenda;
Et culta cur non? difficilis coli
Intexta longis tædia regulis
Addensat, invisumque præ se
Agmen agit, tetricasque curas.
Sic vota plebis temnere pertinax,
Nec non amores ludere Principum,
Plebemque vitat, Principesque
Territat objiciens Labores.
At nunquid uno crimine Principes
Vulgusque peccant? hic Rea vilitas,
Augustus illic splendor: ergo
Imparibus quoque plecte pœnis.
Et est Mathesis digna palatiis,
Et sunt Mathesi digna palatia.
Splendore ducatur, Labore
Auspice si nequeat, Mathesis.

Et

Sic non eâdem lege Beatitas
Vulgi penates visitat, & domos
Regum superbas. multa Divi
Principibus faciles dedêre.
Illis Honores absque laboribus,
Illis Voluptas absque molestijs,
Et illaborato paratu
Prosperitas venit ex Olympo.
Quin mitigato Vos etiam datis
Labore, Musæ, posse Matheseos
Libare flores, fructibusque
Ingenuis recreare mentem?
At ecce! Musæ spe citiùs meâ,
Ad justa tendunt vota, recondita
Matheseos Clavi repertâ,
(Pantometrum placuit vocare.)
Hæc calculosas expediet vias,
Hæc metiendi tædia leniet,
Hæc artis Arcanæ recessus,
Et penitas reserabit arces.
At unde, quæris, muneris id fluat?
Musæ dederunt Athanatæ mihi,
Ego parergis dum politum
Do Tibi, me dare credo Luci.
Nostros Labores, si lubet, accipe,
Præcelse Princeps. hoc pretium feram
Ingens Laborum, si voluptæ
Forsitan hinc aliquid capesses.

Plausus Anagrammaticus,

SERENISSIMO PRINCIPI

CHRISTIANO,

Megapolitano Duci &c.

Cùm Almæ Universitatis Herbipolensis Scholas invisere dignaretur, ab ejusdem Universitatis Humaniorum Litterarum studiosis exhibitus.

Esset sanè vehementer optandum, SERENISSIME PRINCEPS, *ut ipsa, si fieri posset, Eloquentia Tuam, quâ Musas nostras invisis, humanitatem deprædicaret: sed quoniam Natura loquēdi facultatem Matri Facundiæ negavit, nobis autem pusillis adhuc & balbutientibus ejus alumnis coram tanta Celsitudine loqui non licet; quod unum restat, signis ac notis Illustrissimum nomen Tuum si non illustrare magis, at benevolâ saltem mente revolvere tot vicibus conabimur, quot in eodem litteræ deprehenduntur. Agite ergo socij, arripite clypeos, inserite brachia, conserite manus, pedem figite. En nomen illustre*

CHRISTIANUS,

Gaudeat, exultet, vivat, multisque perennet
Dux Christianus sæculis.

ANAGRAMMATA.

I.

NI SIT CHARUS.

Dispeream, NI SIT CHARUS cæloque, soloque,
Qui nos benignè visitat.

II.

CHARIS INTUS.

Ipsa suo quem melle replet CHARIS INTUS, & extrà,
Totumque corpus obsidet.

III.

SIT CHARINUS.

Alter

Alter amet Pyladem, plùs diligat alter Oreſtem;
CHARINUS hic SIT omnibus.

IV.

HUNC SI RATIS.

HUNC SI Diva RATIS cœleſtibus invehat oris;
Spernet procellas æquoris.

V.

HUNC SI TRIAS.

HUNC SI ſumma TRIAS ſolito tueatur amore;
Ridebit hoſtiles minas.

VI.

HIS NAT CURIS.

His etenim Princeps placido NAT pectore CURIS,
Ut ſe DEO devinciat.

VII.

IN HAC STRUIS.

HAC IN rupe Struis ſanctæ fundamina vitæ,
Mundumque vincis, & ſtygem.

VIII.

HINC STAS VIR.

HINC tali nixus fulcimine STAS VIR, & omnes
Contemnis adverſarios.

IX.

HUC INIRA SIS.

HUC, precor, INIRA SIS, noſtraſque reviſe Camænas,
Quâ fronte ſpectas ſubditos.

X.

TRAHIS INCUS.

Noſtra TRAHIS pridem præcordia, qualiter INCUS
Fragmenta Magnetis trahit.

M. Georgius Roth S. I. Rhetor. Profeſſ.

Facultas R. P. Provincialis Societatis Jesu Per Rheni Superioris Provinciam, Auctori facta.

Nithardus Biberus, Provincialis Societatis Jesu Rheni Superioris,

CUm Librum, cujus titulus est, *Pantometrum Kircherianum*, à Patre Caspare Schott Nostræ Societatis Sacerdote compositum, tres ejusdem Societatis Sacerdotes, quibus id commissum fuit, recognoverint, & in lucem edi posse probaverint; facultate nobis ab Admodum Reverendo Patre Goswino Nickel Societatis Jesu Præposito Generali communicatâ, concedimus, ut idem typis mandetur, si ita ijs, ad quos pertinet, videbitur. In quorum fidem has litteras manu nostrâ subscriptas, & nostro sigillo munitas dedimus. Herbipoli 21. Januarij 1656.

L ✠ S *Nithardus Biberus.*

Facultas R. P. Provincialis Societatis Jesu per Rhenum superiorem, Bibliopolæ facta.

EGo Ricquinus Göltgens Societatis Jesu *per Rhenum superiorem Præpositus Provincialis, potestate ab Admodum Reverendo Patre nostro Goswino Nickel Præposito Generali ad id factâ, concedo Hæredibus Ioannis Godefridi Schönwetteri facultatem imprimendi Librum, cui titulus, Pantometrum Kircherianum, à P. Caspare Schott Societatis nostræ Sacerdote compositum, atque à deputatis ad id Patribus lectum, approbatumque. In cujus rei fidem hoc illus chirographum manu meâ, sigilloque communitum dedi Spiræ 3. Ianuarij 1660.*

L ✠ S Ricquinus Göltgens.

TESTI-

TESTIMONIUM
R. P. Athanasij Kircheri è Societate JESU, Operis Auctori datum.

BENEVOLO LECTORI
ATHANASIUS KIRCHERUS S. J.

Cum olim Instrumentum quoddam Geometricum, quod Pantometrum appellare visum fuit, tum in eorum qui à tædiosis Arithmeticæ regulis ut plurimùm abhorrere solent, tum potissimùm in Principum usum excogitaverim, quo calculorum submotâ difficultate, universæ Geometriæ praxis exhiberetur; ac proinde P. *Gaspari Schotto, meo tunc temporis hic Romæ in re Litteraria Socio, hujus Instrumenti usus tum facilitas, tum certitudo, quam vario & multiplici exercitio sibi comparaverat, non parum arrisisset: nihil antiquius, optatiusque illi fuit, quàm ut illud publici juris faceret. Quod sanè eâ quâ fieri potest industriâ, & ingenij sui commendatione hoc præsente Libro magnâ meâ, aliorumque quibuscum contulerat, satisfactione præstitit, dum totius Instrumenti, singularumque sub eo contentarum πράξεων leges, ita pulchrè docet, adeo solidâ rationum geometricarum apodixi evolvit, ut summum inde Reipublicæ Mathematicæ emolumentum emanaturum confidam. Romæ 25. Martij 1656.*



AD

R. P. ATHANASIUM KIRCHERUM, Pantometri Kircheriani Inventorem,

P. NICOLAUS MOHR è Societate Jesu.
Observantiæ & Amoris ergò.

De Te cùm audio,
Vir in Mathematicis maxime,
R. P. ATHANASI KIRCHERE;
Mihi ipsi dissimilis
Opto, quod fieri posse nego,
Priora sæcula redire,
Ut erubescant:
Et, si ad columnas fortè,
Quas statuerunt
Ptolemæo, Gemmæ Frisio, Orontio Finæo, Purbachio,
Latino Ursino, Appiano, Magino, Clavio &c.
Fixerunt NON PLUS VLTRA; refigant.
Tu progressus es dudum
PLVS VLTRA;
Quando in Mathematicis Disciplinis
Humani Ingenij limitem propè es egressus:
Qui omnia tàm facilè capis unus;
Quàm difficulter singula capiebant singuli:
Vt non rebus aut discendis aut inveniendis
Tua Capacitas;
Sed res ipsæ discendæ & inveniendæ deesse viderentur
Tuæ Capacitati.
Hoc scilicet est quod meritò stupet Orbis;

Nec

Nec caperet ipſe, niſi te caperet
Orbis Caput.
Teſtatur hoc PANTOMETRVM Tuum
(Nam ad reliqua, nè incurram, non auſim excurrere)
Quo Tu uno metiris omnia,
Quæ plures pluribus inſtructi non valuerunt.
Novo compendio laborum!
Et ita feliciter;
Vt, dum minùs præſtas, plura tamen præſtes.
Sic per Te modò GEOMETRIA videtur fieri
Publici juris,
Quando peritis ſimul & imperitis per Te fit
Communis.
Nam ita metiendi Artem doces
Hoc Tuo PANTOMETRO,
Vt eo inſtructi jam Tyrones præſtare poſſint,
Quod tentare olim non audebant Magiſtri.
Nemo enim tam eſt ab Arithmetica alienus,
Tam Matheſeos nemo eſt ignarus;
Quem tu non ex tempore facias
GEOMETRAM
Sine demõſtrationibus certũ, ſine calculationibus perfectũ.
Nec tamen propterea vileſcit Ars;
Quando & Principes, & Duces, & Reges,
Imò & Imperatores fieri dignantur
Per tuum PANTOMETRVM
GEOMETRÆ.
Aut quomodo vileſcat quod magni fecit
FERDINANDVS III.
Trium Coronarum Rex,
Romani Imperij Auguſtus

IMPE-

IMPERATOR?
Cujus Judicium nemo non probat;
Nisi qui improbat Majestati eum junxisse
ARTES LIBERALES:
Quas ita amavit, ut coluerit;
Ita coluit, ut suas fecerit.
Vnde oriebatur,
Vt quàm cum Imperij Proceribus versaretur graviter,
Tam conversaretur suaviter
Cum Litteratis:
Inter quos ita de scientijs agebat,
Vt docere videretur.
Probavit is PANTOMETRVM primò,
Cùm obtulisti Anno sæculi hujus trigesimo primo:
Et se approbasse, ostendit,
Quia describi illud jussit & demonstrâri
A Te, quem non minùs amavit,
Quàm scientias tuas æstimavit.
Paruisti, & PANTOMETRUM adumbrasti
HERBIPOLI,
In Universitate Eoo-Julia Matheseos tunc Professor:
Ut jam mirum non sit explicatiùs illud
Primùm in lucem etiam prodire
HERBIPOLI,
Adlaborante & explicante
R. P. GASPARE SCHOTTO Regiscuriano
FRANCONE.
Neque enim ab alio potiùs debuit,
Quàm à Tuo in eadem Cathedra Successore:
Nec ab alio meliùs potuit,
Quàm à Discipulo & Laborum Socio,

Cui

Cui Te, tuaque credis omnia;
Quique, Te ipso teste, mentem tuam unus optimè
Assequitur in Tuis.
Nec alibi priùs decuit, quàm HERBIPOLI,
Ut eadem esset patria concepti & editi
PANTOMETRI.
Verùm, quantum putetur cunque perfectum
PANTOMETRUM Tuum;
Tamen esse notatur defectuosum.
Vin' dicam? Venia sit verbo:
Cùm omnia metiatur, Tui tamen ingenij non metitur
Capacitatem:
Quanquam hoc ipso fortè est perfectissimum;
Quòd, dum in capacitate sua cedit Tuæ,
Te semper suum profitetur
INVENTOREM & AUCTOREM;
Ut Te verè faciat
ATHANASIUM,
Dum famæ & Nomini tuo pariet
ΑΘΑΝΑΣΙΑΝ.

)o( )o( )o(PROOE-

PROOEMIUM OPERIS.

De Pantometri Kircheriani præstantia, appellatione, inventione, ac facilitate; deque præsentis Operis methodo.



Ulta fuerunt, Benigne Lector, à variis doctissimisque viris nullo non tempore vel excogitata de novo, vel novis inventionibus illustrata Organa, Geometriæ practicæ operationibus non minori facilitate quàm ingenio peragendis apprimè utilia: cujusmodi sunt Scala Altimetra, Quadratum Geometricum, Quadrans Astronomicus, Baculus mensorius, (quem S Jacobi baculum appellant aliqui) Protheus Militaris, Horoscopion Planimetrum, Holometrum, Henrimetrum, Annulus Astronomicus, Asserculus Geometricus, Mensula Prætoriana, Gnomon Geometricus & Astronomicus, aliaque similia quàm plurima; quæ ingeniosissimè adinvenerunt, auxerunt novis praxibus, scriptis libris illustrarunt, Ptolemæus, Gemma Frisius, Orontius Finæus, Latinus Ursinus, Purbachius, Appianus, Maginus, Clavius, Crescentius, Silvius Belli, Zublerus, Hulsius, Metius, Theisnerus, Dantes, alijque innumerabiles ferè. Nullum tamen præclarius,

rius, nullum ingeniosius, nullum facilius, universalius, certius excogitatum hactenus fuisse videtur, quàm illud, quod delineat graphicè, explicatque dilucidè vir doctissimus P. Athanasius Kircherus, meus olim in Mathematicis Præceptor, lib. 2 Artis Magneticæ Parte 2. Cap. 3. Quod quidem Instrumentum ipse ab utilitate & fabrica appellat Pantometrum, Ichnographicum, Magneticum; ego verò ab Auctore Kirchero haud immeritò Kircherianum vocandum censeo. Pantometrum appellat ipse, eò quòd unum omnia metiatur; latitudines scilicet, longitudines, altitudines, profunditates, superficies, corpora, terrestria, Cœlestia, quidquid denique omnibus omnium ferè aliorum instrumentis metiri solemus; præter innumerabiles alios, quos habet, usus. Ichnographicum appellat, quia ejus usus in Ichnographijs maximè elucet, ut ipse ait; ut ego, quia in ijsdem ichnographijs facilior, jucundiorque, ac fortè etiam certior est ejusdem, quàm ullius alterius, praxis. Magneticum denique appellat, quia in ejus usu Magnes, seu Versorium Magneticum pyxidi inclusum, non ultimum locum obtinet.

Occasionem autem inventionis hujus Instrumenti prædicto Patri Athanasio dedit (ut ipsemet fatetur loco citato, paulò ante Caput tertium) P. Joannes Reinardus Ziglerus Societatis nostræ, vir omni eruditionis genere, raràque rerum experientiâ, cumprimis celebris; quod ipse

postmodum P. Kircherus varijs occasionibus ad perfectionem deduxit, Augustissimoque Imperatori Ferdinando III. *tunc Austriæ Archiduci, anno hujus sæculi 31 obtulit; cujus jussu etiam tunc ejusdemmet descriptionem ac demonstrationem Herbipoli, cùm Mathematicam publicè in illa Universitate prælegeret, confecit; jurisque publici fecisset, nisi furore bellico primùm impeditus, deinde docendi munere in exteris Nationibus distractus, desistere ab incepto fuisset coactus; donec Romæ tandem, dum hujus ejusdem sæculi anno quadragesimo primo primam Magneticæ Artis editionem moliebatur, aliorum importunis precibus sollicitatus, id tandem Operis citati citato loco interseruit, loco tamen minimè importuno.*

Accedit & hoc ad huius egregij Instrumenti commendationem, quòd non solùm Geometriæ & Arithmeticæ peritis (quales scientias aliorũ instrumenta ferè omnia requirunt) usui esse possit, sed etiam huiusmodi scientijs penitus destitutis. Scimus nos, quotidianâ experientiâ edocti, plerosque absterreri ab utilissima æquè ac iucundissima dimetiendi Arte, vel ignorantiâ demonstrationum Mathematicarum, vel imperitiâ Calculorum Arithmeticorum, ut ut ab instrumentis sint instructi; aut certè molestiâ in demonstrationibus & calculationibus, quas callent optimè, peragendis. At hoc nostrum, seu potiùs Kircherianum Instrumentum, tale est, ut quidquid præstan-

tissimi

tissimi Mathematici varijs hactenus praestiterunt organis, subtilissimisque roborarunt demonstrationibus, adhibito multiplici Arithmeticae adminiculo; sine omni Arithmeticae subsidio, ac ferè sine ulla demonstrationum molestia, imò sine ulla demonstratione praestari possit. Vidi ego non semel Romae summâ animi voluptate, cùm Auctor instrueret nobilissimos Adolescentes, Barones, Comites, Duces, Principes, quà indigenas, quà exteros, qui Mathematicas scientias nè à limine quidem salutaverant, nec primis Arithmeticae elementis imbuti erant; eos tamen Instrumentum tam dextrè tractare, & proposita geometrica, geodaeticaque problemata tàm peritè solvere, quàm à summo Geometra exspectari potuisset.

Quoniam tamen & iucundiùs animo illabitur, quod penitiùs perspicitur; & tenaciùs haeret, quod solidiùs docetur ac discitur; & certiùs possidetur, quod evidentiùs demonstratur; rem gratam me, Geometriae saltem practicae Tyronibus, facturum putavi, si quem Auctor doctissimus instrumenti sui usum breviter ac compendio, nec nisi duodecim problematibus describit, ac ferè sine demōstrationibus, si primum excipias problema (quod quidem doctioribus, & in mensurandi arte exercitatis abundè satis est;) ego pluribus declararem propositionibus, singulisque demonstrationem subijcerem; aut quì singula demonstrari possint, indicarem.

Sic

Sic tamen rem totam disponam, ut si quis demonstrationibus minùs afficitur, aut in illis minùs versatus fuerit, earum doctrina propositionum nudarum doctrinæ nihil officiat, ac nè remoretur quidem ipsarum lectionem. Tradam enim primò doctrinam propositionum, & quidquid ad praxin pertinet, quodque cuique satis esse possit; deinde verò demonstrationem ipsam subijciam, peculiari titulo, diversoq; characteris genere distinctam, ut dignosci sine labore, & omitti, ubi libuerit, possit. Deducam etiam ex propositis demonstratisque Propositionibus varia Corollaria, ac subinde Scholia addam, quæ utilia iudicavero; quorum tamen pleraque eâdem libertate omitti poterunt. His præmonitis, ad Instrumenti fabricam accedamus; ubi priùs totius Operis ideam paucis exhibuerimus, ut unico quasi intuitu, quid in illo contineatur, comprehendas.

SYNOPSIS
Totius Operis

PRacticæ Geometriæ operationes omnes eò præcipuè diriguntur, ut exactam continuæ quantitatis dimensionem indipiscamur; Linearum dico, seu distãtiarum, Superficierum, & Corporum. Corpora dimetienda aut solida sunt, aut inania: superficies aut dimetiendæ solùm, aut delineandæ, aut dividendæ: utraque, superficies dico, & corpora, aut augenda diminuendavè, aut in alias figuras transformanda. Omnia hæc nullo Geometrico Organo facilius

-ciliùs certiùsque fiunt, quàm Pantometro Kircheriano, ut luce clariùs toto hoc Opere ostendam. Quod ut præstem, nec Geometris solùm, & in Mathematico pulvere exercitatis, sed Ageometris etiam, Tyronibusque omni Matheseos subsidio destitutis me accommodem, (qui præcipuus fuit suscepti laboris scopus) in sequentes Libros dividendum censui præsens Opus.

Primus Liber *erit Technicus, continebitque Instrumenti Pantometri Kircheriani, omniumq; ejus partium, plenã & exactã fabricam; aliarumq; rerũ ad ejus usum necessariarũ præparationem.*

Secundus Liber *erit Euthymetricus, seu de linearum rectarum dimensionibus; quo omnis generis lineas in directum porrectas, & secundùm quemlibet situm, longitudinem videlicet, latitudinem, altitudinem, profunditatem, horizontaliter, perpendiculariter, diametraliter seu obliquè extensas, dimetiri docemus modis varijs, facillimisque, absque ulla Arithmetices operatione, & absque demonstrationum Geometricarum cognitione; quamvis illæ singulis apponantur operationibus, eâ methodo, eaque de Causa, quas in Proœmio Operis explicavimus.*

Tertius Liber *erit Embadometricus, seu de superficierum dimensionibus; quo omnis generis superficies, planas, curvas, triangulares, quadrangulares, polygonas, regulares, irregulares, rectilineas, curvilineas, & quidquid demum in planum extensum est, ut sunt campi, horti, sylvæ, lacus, & similia, dimetiri docemus, modis non minùs ut antea varijs ac facilibus, & si opus est, sine arithmetico calculo, ac sine demonstrationibus; quamvis ubique illæ apponantur.*

Quartus Liber *erit Ichnographicus, seu de Plantarum, ut vocant, delineationibus; quo quarumcunque & cujuscunque figuræ planitierum, Urbium, domuum, subterraneorum locorum, Regionum, sylvarum, lacuum, similiumque locorum Ichnographiam perficimus summâ facilitate & certitudine.*

Quin-

Quintus Liber *erit Stereometricus, seu de solidorum dimensionibus; quo omnis generis Corpora, regularia, & irregularia, ut sunt tetraëdra, hexaëdra, octaëdra, dodecaëdra, icosaëdra, pyramides quotcunque facierum, pyramidia, sphæræ, sphæroides, cylindri, coni, conoides parabolici, hyperbolici &c. dimetimur.*

Sextus Liber *erit Coilometricus, seu de concavorum dimensionibus; quo omnis generis vasorum, cubicorum, cylindricorum, mixtorum, pyramidalium, conicorum; doliorum item vinariorum, cupparum, urnarum, poculorũ, quin & lacuum, puteorũ, conclaviũ &c. capacitatem investigamus, præparatis in hunc finem cubimetricis ac cylindrimetricis Regulis, Pantometro nostro inscribendis.*

Septimus Liber *erit Geodæticus, seu de terræ divisionibus; quo modum docemus dividendi campos & planities, quascunque in figuras efformatas, trilateras, quadrilateras, multilateras, in partes quotcunque, & quomodocunque.*

Octavus Liber *erit Metamorphoticus, seu de planorum, corporumque transformatione ab una in aliam figuram; simulque de augendis, minuendisque figuris, tam planis, quàm solidis.*

Nonus Liber *erit Hydragogicus, seu de Libellatione ac deductione aquarum per alveos, aquæductus, canales &c. ubi varia Libellatica Instrumenta, præter Pantometrũ nostrum adducimus, & non inutilia in Hydragogorum gratiam afferimus documenta.*

Decimus denique ac ultimus Liber *erit Varius, continebitque Problemata Arithmetica, Grammodætica, Cyclometrica, Trigonometrica, Polygonographica, Metamorphotica, Statica, aliaque plurima, non minùs facilia, quàm jucunda, quæ Pantometri Kircheriani ope perfici poterunt.*

Ex quibus quidem omnibus, aliisque innumeris quæ afferri in medium possent, patebit evidentissimè, nihil ferè in toto Mathematicarum Pragmatiarum censu contineri, quod hujus nobilissimi Instrumenti usum effugiat.

LIBER I



LIBER PRIMUS. TECHNICUS,

Sive

DePantometri Kircheriani fabrica, rerumque ad ejus uſum neceſſariarum præparatione.



T Pantometri noſtri, cujus uſum ſequẽtibus Libris deſcribimus, ac demonſtramus, fabricam ritè perficere poſſis; omnes eius partes, quâ potero claritate, & verbis, & ſchematiſmis, ob oculos animumque tuum, Lector, proponere conabor. Et licet aliis etiam modis, ac fortè commodioribus, conſtrui poſſit; eo tamen modo, quo Auctor ipſum deſcribit, quoque ipſemet pro ſe, aliiſque id fieri curat, depingam. Quòd ſi mentem meam aut ego declarare, aut tu percipere nequiveris, difficile fortaſſe non erit, inſpiciendi unius iam confecti copiam nanciſci; nam ad diverſas Regiones allatum jam eſt ab iis, qui hîc & Romæ illius uſum â nobis didicêre. Hiſce deinde annectemus aliarum rerum ad Inſtru-

menti usum necessariarum præparationem. Duas ergo hic Liber habebit partes; Prima continebit Instrumenti, & partium eius fabricam; altera aliarum rerum ad Instrumenti usum necessariarum præparationem.

PARS PRIMA.

Pantometri Kircheriani fabrica,& partes.

PAntometrum Kircherianum, cujus fabricam proponit P. Athanasius Kircherus Lib. 2. Artis Magneticæ Par. 2. Cap. 3. Probl. 1. multis constat partibus, quarum tamen nonnullæ desunt in illo, quo ipse utitur, quodque pro aliis passim, præsertim Viris principibus, & pro ipsa etiam Cæsarea Majestate fieri curavit. Posterius hoc in solis Geometricis usum habet; prius illud etiam in Astronomicis, doctrina & usu sinuum, & resolutionibus triangulorum Sphæricorum. Nos utrumque cum suis partibus proponimus; posterius quidem hic, prius verò infrà in fine Operis. Quod hic describimus, Simplex appellabimus; quod infrà, Compositum. Sic ergo simplex construitur.

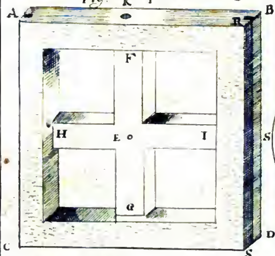
PRAGMATIA I.

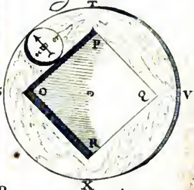
Quadratum Pantometri præparare.

Figur. I. Iconis. I. FIat ex ligno solidissimo, ac benè exsiccato, ut buxo, ebeno, pruno, aliovè simili, quadratum ABCD (quod majoris commoditatis & ornamenti ergo orichalco in subtilissimas laminas diducto vestiri poterit) cujus latus quodlibet unius sit pedis in longitudine paulòve minus, aut majus; crassitie verò digiti latitudinem non excedat. Fiant deinde alia duo veluti brachia, FG, HI, decussa-

im-

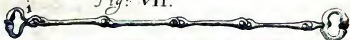
Iconismus I Ponatur è regione Pag: 3.



















tim in medio, ubi E, coagmentata; quibus quadratum ABCD impositum connectatur, & tota Instrumenti moles sustentetur. In horum brachiorum centro fiat foramen rotundum E, ut in eo orbis superimponendi (de quo mox) axis veluti polus circumagi possit. His ita peractis, habebis primam Instrumenti partem præparatam.

PRAGMATIA II.

Orbem Pantometri fabricare.

Fiat Orbis STVX, ejusdem exactè cum ABCD quadrato descripto crassitiei; tantæque magnitudinis, ut suâ diametro latera quadrati ABCD intrinseca præcisè adæquet, atque exactè tangat (consistit enim in hac adæquatione totius ferè Instrumenti perfectio:) atque hoc situ ita firmetur Orbis prædictus intra quadrati latera, & supra brachia FG, HI, ut tamen quadratum circa ipsum Orbem volvi ac revolvi in gyrum possit, prout aliquo modo apparet in figura STVX, si quadrato prædicto imposita atque inserta intelligatur. Figur. II. Iconis. I.

In ipso porrò Orbe STVX excavetur aliquò usque quadratulum OPQR, ita ut Cavitati imponi possit charta, & tabula quadrata, ejusdem cum quadratulo OPQR capacitatis. Serviet autem charta ad lineas in ea ducendas plumbo, aut rubricâ, in operationibus geometricis peragendis, si tabulæ quadratæ adglutinetur cerâ, aut aliâ ratione.

PRAGMATIA III.

Pyxidem Magneticam Pantometri conficere.

Præterea in Orbis STVX parte aliqua largiori, v.g. inter S & T, excavetur spatium rotundum, quod acui magneticæ impositæ, & supra obelum suum versatili sufficiat; impositâque acu magneticâ ad magnetem excellentis virtutis legitimè affrictâ, claudatur superiùs vitro, tum nè excidat acus, tum nè à vento dimoveatur. In fundo verò spatii rotundi excavati notentur duæ lineæ rectæ, intersecantes se in centro ad angulos rectos: & uni quidem Figur. II. Iconis. I.

 ad-

adſcribatur ab una extremitate ORIENS, ab altera OCCIDENS; alteri verò ab una extremitate MERIDIES, ab altera SEPTENTRIO; quod tamen hîc in figura, propter ejus exilitatem, non eſt factum. Et hæc poſterior repræſentat lineam meridianam, ſi magneticum verſorium ab ea non declinat; alioquin notanda etiam erit linea declinationis, juxta dicta in Arte Magnetica Lib. 2. par. 1. Progym. 3. vel 4. Spatium verò rotundum excavatum appellabimus poſthac pyxidem magneticam.

PRAGMATIA IV.

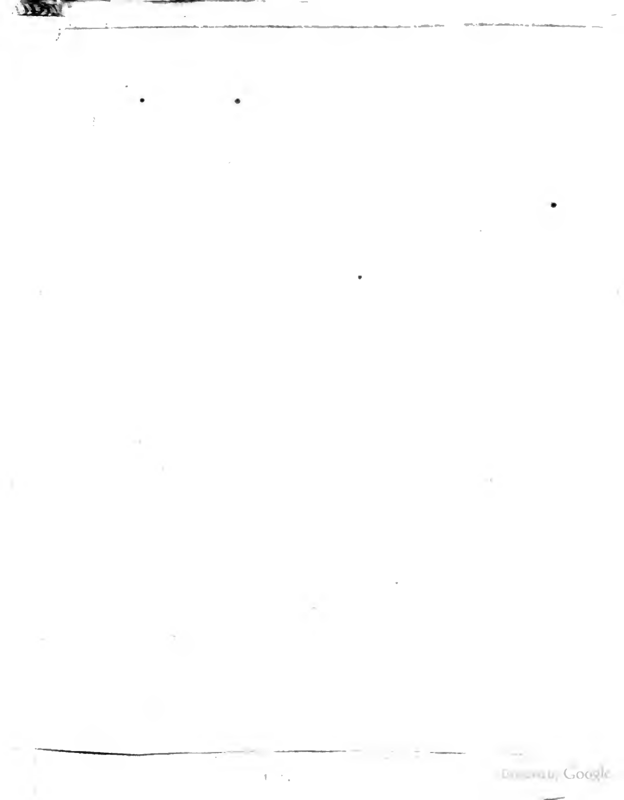
Curſorem Pantometri ordinare.

Figu. III. Iconiſ. I. IN latere DB, quadrati ABCD, excavetur canalis RS, ut in eo Regula ſive Curſor TV, pro uſurpantis arbitrio huc illucque, ſeu ſurſum deorſum verſus B & D moveri poſſit. Qui quidem Curſor TV adeo exactè dicto canali inſeri debet, ut lateribus quadrati AB, & CD, ſemper ſit parallelus; ſive quod idem eſt, ut lateribus AC, & BD ſemper normaliter, ſeu ad angulos rectos inſiſtat: in hoc enim ſi peccatum eſſet, Inſtrumentum fallax admodum redderetur, & exiguæ perfectionis.

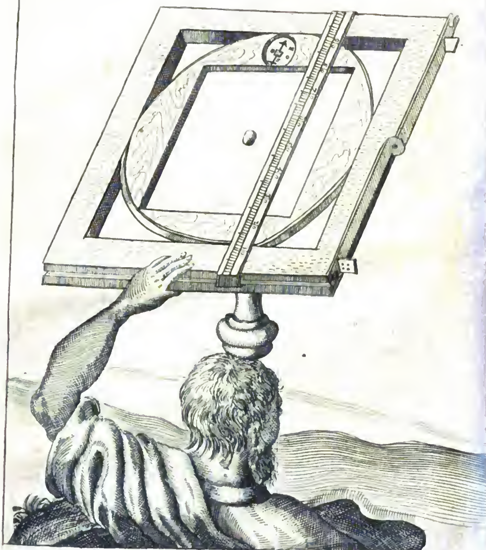
Poſſet etiam prædictus Curſor aliâ ratione aptari, ita ut præfatum ſitum parallelum cum lateribus AB, CD, aut normalem cum lateribus AC, BD ſervaret ſemper; quod induſtrii artificis ingenio relinquitur: v.g. Si in ſuperficie extima lateris BD, fieret canalis RS, ut dictum, & Curſori TV affigeretur manubriolum, quod intra Canalem RS, huc illuc diſcurrere poſſet, ſecumque Curſorem deferre ita, ut prædictum ſitum parallelum ad latera AB, CD ſemper retineret. Vt verò ſitum in operatione actuali acquiſitum pro operationis exigentia conſtanter, quàm diu opus fuerit, retineat dictum manubriolum, firmari poterit cochleolâ.

Debet autem prædictus Curſor TV fieri ex ære, aut ebeno, ſimilivè materia dura, ſolida, & ſubtili; vel ſi ex ligno ejuſdem cum quadrato ſpeciei fiat, poterit in medio ſecundùm longitudinem MN inſeri lamella ex orichalco, aut ebore; qualem in præcedenti figura TV monſtrat faſciola in medio Regulæ notata, & punctis ac lineolis diſtincta.

Præ-



Iconismus II Ponatur è regione. Pag: 5.



Præterea in hac lamella Curſoris, aut in ipſo Curſore duci debent duæ, pluresvè lineæ ſecundùm totam longitudinem, eæque dividi in 100, aut 200 minutiſſimas æquales partes, appoſitis numeris, ut præcedens figura monſtrat.

PRAGMATIA V.

Regulam dioptricam Pantometri conſtruere.

EXteriori ſuperficiei Lateris AB quadrati ABCD, in loco K, adaptabis Regulam MN, dioptris ſuis inſtructam, qualem Fig. IV. Iconiſmi I. monſtrat: cujus longitudo adæquet totius lateris prædicti longitudinem. Hanc Regulam in loco K quadrati ita firmabis cochleolâ, ut eam elevare, deprimere, firmare poſſis, prout libuerit, aut opus fuerit. Vocetur autem Regula hæc, dioptrica Regula, ſeu abſolutè Dioptra. Figur. IV. Iconiſ. I.

PRAGMATIA VI.

Pedem Pantometri fabricare.

PEdem Inſtrumenti ita fabricabis. Ex ligno ſolido fiat forceps AB, in teretem, aut triangulosam ſuperficiem elaborata: quæ forceps fiſſuram in capite deorſum verſus habeat, ut cochleolis C, D, à latere immiſſis diduci aut conſtringi poſſit. Tribus hujus forcipis lateribus, aut punctis æquè inter ſe diſſitis, ubi B, tres pedes aculeis ferreis armatos ita accommodabis cochleis, ut inſtrumentum totum in quamlibet, pro pedum divaricatorum ſitu, poſitionem conſtitui poſſit. Forcipis autem cavitati globum ligneum indes, qui & ſuperiùs, ubi A, foramen quadratum habeat, capax axis ſive capuli quadrilateri è centro E quadrati ABCD intra brachia FG, HI, prominentis. Globus autem cum Inſtrumento in eo firmato, in omnem partem mobilis intra cavitatem forcipis cochleis C, D, è latere appoſitis firmari poterit. Atque hæc eſt totius inſtrumenti, ejuſque partium fabrica, quam totam ſimul unico ſchemate ob oculos Lectoris ponere hîc placuit. Vide Figur. Iconiſmi II. Figur. V. Iconiſ. I. Figur. Iconiſ. II.

Cautela, pro Pantometri usu necessaria.

Cave, quicunque hoc nostro Instrumento Pantometro uteris, in actuali ejus usu, in quo versorii magnetici requiritur directio, ab omni præsentia ferri, imò ab ipso ferri odore, & ab omnibus aliis ferreæ aut magneticæ naturæ corporibus, cujusmodi sunt lateres ferruginei, calx indurata, fibulæ ferreæ vestium, & similia: incredibile enim est, quàm facilè, & quã subinde enormiter hujusmodi ferrea aut magnetica corpora versorium à linea sua polari seu meridiana divertant; ac proinde magnorum in operatione errorum causa esse poterunt, nisi fugiantur.

PARS SECUNDA.

Aliarum rerum ad Kircheriani Pantometri usum necessariarum præparatio, atque explicatio.

DUo præcipuè in hac secunda Parte præstabimus: primò docebimus modum præparandi Virgam mensoriam, sive Decempedam: Secundò trademus nonnulla de Pede Romano antiquo, ejusque genuina mensura, & de modo eandem ad exteras Nationes transmittendi.

CAPUT PRIMUM.

De Funiculo, seu Virga catenavè mensoria, deque Decempeda.

IN plurimis Geometriæ practicæ operationibus, præsertim verò in Agrimensoriis, imò in omnibus fere Euthymetricis, Embadometricis, Ichnographicis, Gæodeticis, aliisque similibus dimensionibus, necessaria est mensura aliqua longitudinis major, in alias minores, & in iis Regionibus, in quibus mensuratio fit, usitatas divisa; quâ distantiam ab uno ad alterum signum, ab uno ad alterum locum dimetiamur. Videndum igitur hîc est, quænam sit huic negotio apta, quæ inepta, & quomodo præparanda.

Multi

Multi utuntur fune lineo, aut cannabino, in pedes, palmos, cubitos, ulnas, decempedas &c. divisio. At quoniam funes hujusmodi, cùm madefiunt (quod sæpe contingit, dum pluvia inter mensurandum ingruit) contrahuntur, & solito breviores redduntur; Cùm verò sicci sunt, facilè extenduntur, & ultra naturalem mensuram excrescunt, ita ut sæpe spatio non maiori quàm quatuor aut quinque Decempedarum, unius pedis differentiam inducant, seu per excessum, seu per defectum, (quæ differentia non contemnendum in multiplicationibus errorem inducit;) clarum est, hujusmodi funes prædicto negotio minimè aptos esse.

Alii igitur, ut similes funes à madore, & à nimia siccitate defendant, cerâ durâ illos perfricant, aut liquefactæ intingunt: alii verò oleo perfusos, ac bene maceratos traducunt per liquefactam ceram ac sulphur. At licet hac ratione nonnihil à madore defendantur, ab extensione tamen, contractioneque, etiam notabili, minimè immunes redduntur, uti experientiâ docuit.

Alii adhibent funes ê setis equinis contortos, aut ex aliis capillis confectos. At licet hi commodiores sint prioribus, minusque extendantur, ac contrahantur; non sunt tamen ab omni errore liberi.

Alii prædictorum funium uni extremitati alligant globum plumbeum duorum, trium, quatuorvè librarum; globum collocant paulò ante signum, aut locum, â quo mensurare incipiunt; funem extendunt versus alterum signum, aut locum, eumque eâ moderatione trahunt, donec sequatur nonnihil pondus alligatum. Idem faciunt in secundo signo, aut loco, versus tertium; & idem in tertio versus quartum &c. conanturque in omnibus locis eâdem vi trahere funem cum pondere; sicque putant, funem in omnibus locis & operationibus servare eandem extensionem. At quis non videt, quantis erroribus sit hæc praxis obnoxia? præsertim si funis in aliis operationibus siccus est, in aliis madidus.

Alii funem, ut dictum, oleo ac cerâ oblinunt, eumque antequam operationem incipiant, madefaciunt;, & dum siccari incipit, iterum humectant, idemque sępius repetunt. Sed hi coguntur locis omnibus, & tempore omni, dum prolixas instituunt agrimensiones, aquas secum deferre. Nec tamen obviant erroribus, cùm neque sic extensionem & contractionem funis prohibere queant.

Alii

Alii non fune,sed perticâ utuntur, divisâ in certum pedum numerum. At dum metiuntur, perticam non extendunt per terram,sed positâ priùs unâ ipsius extremitate in signo, à quo incipiunt operationem,dum extremitatem alteram versus terram declinant,eâque signum terræ imprimunt, elevant alteram: idem faciunt positâ priùs unâ extremitate in hoc secundo signo impresso,idem in sequentibus. Itaque ab uno ad alterum signum non notant spatium æquale perticæ, sed minus; dicuntque, scire se, quantum cuique spatio addendum sit, ut perticæ sit æquale. At ego huic modo minùs quàm præcedentibus fidendum censeo: ideoque alium certiorem investigo.

Alii igitur, & meliùs,utuntur perticâ duas decempedas, seu viginti pedes longâ,hac ratione. Iuxta latus mensurandum, in agris & campis, extendunt funem ab uno signo ad alterum,& juxta funem prosternunt perticam, incipiendo à primo signo, notantq; ad ejus extremitatẽ alterũ signum;à quo iterum incipiunt perticam prosternere juxta funem; sicque ad finem usque totius lateris progrediuntur,notantes interim diligenter numerum perticarum. Idem faciunt in aliis lateribus dimetiendis, Habet tamen huiusmodi pertica hoc incommodi, quòd non ita facilis est ad portandum,nec ita commodè adhiberi potest in locis non planis. Ideo

Alii loco perticæ catenam usurpant ex filis seu virgis ferreis compositam,atque in decempedas distinctam. Quæ quidem virgæ annulis inter sese connectuntur, ut primum Schema Fig. VII. Iconismi I. monstrat. Quælibet virga inter duorum annulorum centra pedem unum exactè adæquat; omnesque numeros suos habent adjunctos,ut facilè numerari possint. In utraque autem catenæ totius extremitate annuli sunt majores,ut commodè manu teneri possint,& catena extendi. Mensor itaque antequam dimensionem inchoet, juxta lineam visualem ab uno ad alterum determinatum signum disponit arundines seu baculos perpendiculariter erectos; deinde in primo signo,in quo dimensionem incipit,humi defigit,si potest,bacillum breviculum, eique annectit primum catenæ annulum majorem & juxta arundines dispositas extendit catenam,ultimoque ipsius annulo majori immittit alium bacillum breviculum, eumque terræ infigit:tunc ipse, aut

Fig. VII. Iconis.I.

alius

alius adminiſter priorem bacillum refigit humo, alterique bacillo adhuc annexam catenam extendit iterum ſecundùm arundines diſpoſitas, & operatur ut antea; ſicque procedit ad finem uſque, notando interim benè numerum catenarum integrarum, atque virgarum ferrearum, hoc eſt, decempedarum ac pedum.

Illuſtris Dominus Carolus viginti millia, Eques Panormitanus, omni ſcientiarum genere exculcus, & in Mathematicis, Geometria præſertim practica, exercitatiſſimus, in dimẽſione Siciliæ, quam bis Hiſpaniarum Regis juſſu ſummâ curâ peregit, dum inibi degerem, & jam luci publicæ parat, utebatur ſimili catenâ, non ex ferreis, ſed ligneis virgis compoſitâ, quarum quælibet quinque pedes habebat in longitudine, & omnes ferreis annulis erant inter ſeſe connexæ, numero decem; unde & facilè complicari, & ſine incommodo magno circumferri, in faſcem colligatæ, poterant, & ſummâ etiam facilitate explicari atque extendi, ut non ſemel ipſemet ſum expertus apud ipſum. Inſpice ſecundum ſchema Fig. VII. Iconiſmi I.

Hæc pro agrorum atque camporum dimenſionibus, aliorumque ſpatiorum longiorum. Pro aliarum rerum non ita longarum dimenſionibus non incommodum eſt inſtrumentum, quo communiter utuntur Architecti, Arcularii, ſimileſque Artifices Romani, & repræſentat ſchema tertium dictæ Fig. VII. Bacilli ſunt complures priſmatici, ſeu parallelepipedi A B, B C, C D, &c. ſinguli longi pedem dimidium ab A ad foramen B, & à foramine B ad foramen C, & à foramine C ad aliud foramen, aut ad finem D. Hi in B, & in C &c. ſuperponuntur ſibi invicem, & per foramina correſpondentia adigitur claviculus teres utrimque repandus, circa quem converti poſſunt bacilli, & complicari inter ſeſe, ac ſine incommodo circumferri, atque extendi pro libitu.

Alii ſegmenta chartæ pergamenæ longa ac ſtricta in funiculum conſuunt ad inſtar prædictæ figuræ, eaque dividunt in pedes, aut palmos, aliaſvè minutiores menſuras. Deinde funiculum circumplicant cylindrulo utrimque chalybeis & acuminatis apicibus veluti polis armato, & ita complicatum funiculum includunt capſulæ rotundæ, ac per centrum tam fundi quàm operculi capſulæ adigunt polos chalybeos & acuminatos cylindruli A B, ita ut cylindrus intra dicta centra circumvolvi poſſit. Demum Fig. VIII. Iconiſ. I.

mum in latere capsulæ rimam E exscindunt, & per eam chartaceum è pergameno funiculum exsertum extrahunt ad longitudinem desideratam; factâque dimensione contorquent in gyrum cylindrulum adunco manubriolo A G axis extremitati A per capsulæ operculum transeunti annexo, sicque introtrahunt funiculum. Sed appositâ figurâ VIII. Icon. I. rem meliùs ob oculos ponet.

Veteres Romani virgas seu perticas mensorias, quibus utebantur, in decem dividebant pedes, easque propterea decempedas appellabant. Hoc tempore diversæ nationes diversimodè suas dividunt perticas, nimirum aliquæ in pedes 10, aliæ in 12, aliæ in 14, aliæ in 16, aliæ in alium numerum. Expediret tamen, ut omnes uterentur decempedâ, ob facilitatem arithmeticarum operationum, præsertim multiplicationis, suppositâ prædictâ divisione in decem partes, ut dicemus lib. 3.

CAPUT SECUNDUM.

De Pedis Romani antiqui genuina mensura, à Villalpando tradita.

OMnes ferè Nationes, inter cœteras intervallorum mensuras, utuntur Pede, eumque in minutiores particulas, puta palmos, pollices, digitos, uncias, aliasvè similes dispescunt; extendunt in majores, nempe cubitos, passus, decempedas, perticas, stadia, milliaria, alias. At tanta est apud diversas nationes pedis varietas, quanta linguarum, & fortasse etiam major; vixque una natio cum altera convenit; imò nè civitas quidem una cum altera civitate. Eademque est de cœteris mensuris pede minoribus aut majoribus, ab ipso tamen dependentibus, ratio. Et tamen maximoperè expediret, ut scriptores diversarum Regionum, qui suis in Libris quoquo modo de mensuris agunt, aut mensuras usurpant, vel usurpare præcipiunt, in pedis saltem mensura, qua omnes ferè Nationes uti diximus, convenirent, utpote à qua cæteræ dependent. Ex omnibus igitur omnium nationum pedibus unus eligendus esset, & in exemplum omnibus proponendus, ad quem cæterarum gentium pedes compararentur, accommodarenturque. Quod quidem facere conati sunt non pauci; sed alii omni-

omnibus præferunt Rhynlandicum apud Leydenses in Hollandia usitatum, ut Willebrordus Snellius in suo Eratosthene Batavo; alii Bononiensem recentiorem, ut P. Joannes Baptista Ricciolus in suo eruditissimo Almagesto Novo; alii Viennensem, ut Amussis Ferdinandea; alii Parisiensem, ut Marinus Mersennus in Libro de mensuris, Ponderibus, ac Nummis, alibique passim; alii alios. Ego ex omnibus jure meritissimo eligendum puto Pedem Romanum antiquum, illum videlicet, qui sub Augusto & Vespasiano Imperatoribus usitatus erat, utpote qui olim communis vel erat, vel esse debebat (ut constabit ex dicendis) toti Romano Imperio: præsertim cùm alii etiam gravissimi Auctores illo utantur, aut certè uti se autument, eumque aliis in exemplum proponant. Hujus igitur Romani Pedis antiqui mensura vera & genuina cùm mihi certissimè & indubitanter constet, de eo nonnihil hìc differendum censui, ostendendumque, quis, & quantus sit, & qua ratione certò inventus; addendumque deinde, qua arte ipsius mensuram genuinam aliæ etiam nationes indagare, invenireque certissimò possint: Utrumque enim tam gratum, quàm utile futurum existimo studioso Lectori, totique Reipublicæ Litterariæ. Primum præstabimus hoc atque sequenti Capite, posterius Capite quarto.

Multi multùm laborarunt, ut veram Romani Pedis antiqui mensuram, aut in Scriptorum veterum monumentis repertam, aut ex Urbis ruderibus erutam assequerentur, ac posteritati transmitterent, at pauci scopum attigerunt. Alii enim desideratam mensuram nunquam attigerunt; alii verò postquàm alieno labore illam obtinuissent, nescio quo errore longè ab illa diversam aliis vendiderunt. Omnium felicissimè in hoc negotio operam suam collocarunt, sub finem superioris sæculi, viri doctissimi ac diligentissimi è nostra Societate P. Joannes Baptista Villalpandus, & P. Christophorus Grünbergerus, Hispanus ille, iste Germanus, & in Romano nostro Collegio tunc Mathematicæ Professor. Eruerunt enim certissimam, ac prorsus genuinam dicti pedis mensuram è Congio Farnesiano, cujus Archetypum etiamnum in Farnesiani Palatii Gazophilacio superstes spectavi sæpius summâ animi voluptate; ectypum verò, ab ipsomet Villalpando extractum è Farnesiano, & incredibili accuratione elaboratum,

in celeberrimo R. P. Athanasii Kircheri Museo asservamus. Ut verò rem totam, Reipublicæ Literariæ adeo utilem, intelligas penitiùs; ex eodem Villalpando Tomo III. Apparat. par. 2. lib. 2. cap. 11. & lib. 3. cap. 25. narrandam censui; quæ ita se habet.

Audierat Villalpandus, Congium antiquum metallicum mensuræ exactissimæ pondo decem, olim à Cæsare Vespasiano, & Tito ejus Filio, in Capitolio Romano positum, velut normam omnium Romani Imperii mensurarum ac ponderum, asservari in ditissimo antiquarum rerum promptuario Eminentissimi Domini Odoardi Cardinalis Farnesii. Sciebat etiam, ante non multos annos Lucam Poetum, ingeniosum virum ac solertem, prædictum Congium examinasse, mensurasse, ponderasse, ut inde certi aliquid de antiquis Romanorum mensuris ac ponderibus erueret, quippe qui sciebat, Congium Romanum aquâ plenum pendisse olim decem libras Romanas. At cùm veritatem quæsitam inde Poetus non fuisset assecutus, desideravit vehementer Villalpandus eundem Congium inspicere, examinareque, si fortè certius quid inde elicere posset. Cùm igitur Cardinali prædicto significasset desiderium, quo tenebatur, videndi, pariterque mensurâ ac pondere examinandi antiquum illum suum Congium; is, tum propter innatum studium quo bonarum artium tenebatur, tum vel maximè propter singularem animi benevolentiam, qua Ordinem nostrum prosequebatur, annuit; addiditque se velle experimentum coràm spectare, atque auctoritate suâ ab omni falsitatis & deceptionis suspicione tueri. Igitur statuto die, qui fuit tertio Nonas Martij anni 1598, horâ quoque statutâ, cùm justissimam bilancem, quam attulerat Villalpandus, fune appendisset ex unco ferreo, qui in media fenestra pendebat, variaque pondera, alia majora, alia minora attulisset, ex durissimis saxis, in eadem bilance examinata; allatus fuit ipsi Congius, à Luca Poeto olim examinatus. Erat is ex Orichalco ductili; ejusque inscriptio, lineæ, ac signa omnia ita erant (& etiamnum sunt) integra, ac perspicua, ac si tunc diductus, efformatusque fuisset. *De ejus tamen antiquitate nullus aut dubitavit, aut dubitare meritò poterit*, inquit Villalpandus. Habebat rimulas quasdam tenuissimas; quas rubrâ cerâ obturavêre prædicti Patres, ut aquam infusam fideliter retineret. Vasis forma erat duplicis decurtati coni, basibus

anne-

annexis: quam exhibet exactissimè æri incisam atque impressam Villalpandus loco cit. cap. 25. inter pag. 500, & 503. Colli summum orificium mensuræ terminus erat; cujus quasi custodia erat labrum superimpositum, ut præter alios usus liquorem infusum cohiberet, nè efflueret, & deperderetur, néve mensurantis manus inficeret. Inscriptionem exteriori dorso incisam characteribus majusculis hanc habebat.

IMP. CÆSARE
VESPAS. VI.
T. CÆS. AUG. F. IIII^cos.
MENSURÆ
EXACTÆ. IN
CAPITOLIO
P. X:

ADerat, dum P. Villalpando afferebatur Congius, Eminentissimus Cardinalis; & Nobilis vir Petrus Albertinius Juris utriusque Doctor, ejusque publicus Professor in Alma hujus Urbis Academia, ejusdem Cardinalis familiaris; aliique ex eadem familia aliquot viri Nobiles pariter, atque ingeniosi. Aderat & Pater Christophorus Grünbergerus, ut suprà dicebam, publicus Collegii nostri Romani Mathematicarum disciplinarum Professor, miráque cùm in Mathesi universa, tum in sumendis experimentis solertiâ præditus: quem proinde socium sibi adsciverat Villalpandus, vel potiùs eorum omnium, quæ peragenda forent, experimentorum effectorem, & judicem. Ministrabant ipsis ad nutum, Cardinalis jussu, adstantes ejusdem famuli. Igitur primùm vas illud antiquum æneum aquâ benè dilutum fuit, nè quid postea aquæ ponderandæ suâ imbiberet siccitate. Lotum, atque exinanitum, in altera pendentis libræ lance erectum constituerunt; in altera verò lance pondera temperaverunt, inani vasi æquiponderantia. Mox eidem lanci, in qua erant pondera, lapidem unum imposuerunt decem æquas libras pendentem. Attulerant & ampullam vitream, in qua sæpius appenderant aquæ pu-

ræ uncias viginti, (quæ ſunt Sextarii menſura, & Congii pars ſexta) aſſignaverantque extrinſecùs in anguſtiori collo ejuſmodi aquæ terminum. Et quoniam Congii denæ libræ (quas Congium capere diximus) uncias viginti ſupra centum complectuntur, quarum ſexta pars ſunt unciæ viginti; ideo rogati conſtanter aſſerebant, ampullam illam ad uſque prædictum colli ſignum plenam, ſexies effuſam, totum illud magnum vas expleturam. Quod quamvis admirationi ferè omnibus, qui tunc aderant, fuit; rem totam breviſſimo experimento mox ſecuturo confirmandam teſtabantur. Allata eſt igitur continuò è limpidiſſimâ ciſternâ aqua puriſſima. Quinquies ampullam in vas illud magnum effuderat Pater Grünbergerus, & bonam ſextæ partem, cùm adhuc vas elevatum, ſidente pondere, manebat: tantâque omnes exſpectatione, ac ſollicitudine tenebantur, ut vehementer etiam ipſe P. Grünbergerus dubitare inceperit. Nec tamen propterea paulatim aquam infundere deſiſtebat. Mirum dictu: effuſâ tandem ampullâ, vas uſque ad colli terminum ex æquo plenum, pondera ſimul elevata, libræque examen ita in medio fixum ſtetit, ut non mobilis libra videretur, ſed fixa & permanens; atque ita permanſit, donec cominus omnes accedentes, oculati poſſent eſſe teſtes juſtæ librationis vaſis ex æquo pleni, ita tamen, ut aqua madefaceret potiùs quàm operiret latiorem illam vaſis partem à labro ſuperimpoſito efformatam. Verùm quò omnes certiores magis multò redderentur, non defuit adſtantium unus, qui numerum infuſarum aquæ ampullarum in dubium revocaret. Quare Congium in argenteum magnum guttum paulatim profundere cæperunt, nè quidquam aquæ efflueret, atque eo deinde ampullam impleverunt, & in argenteam concham ſexies, omnibus pariter numerantibus, effuderunt. Quo factum eſt, ut eadem aqua, Congii menſuræ, ſextariorum numero, ac decem librarum ponderi, omnium probante judicio, ex æquo reſpondere probaretur.

Supererat tamen aliud experimentum, quo non minùs tunc indigere ſe arbitrabatur Villalpandus, quàm reliquis (nondum enim illas omnes mathematicas rationes, quas poſtea citato ſuprà tomo 3. lib. 1. explicavit fusè, doctéque, excogitaverat) cubicum inane ligneum vas è cupreſſinis tabulis, ac nuceis, è ſemipede Romano

mano antiquo, quem perlectis plurium Scriptorum sententiis selegerat tanquam legitimum, suis permotus rationibus, confecerat, secumque attulerat. Quod quidem vas ita oleo, coloribusque quibus pictores utuntur, oblini verat, ut aquam continere facilè posset; effundere, aut imbibere nullâ ratione posset. Hoc igitur vas aquam illam, quam mensurâ, pondereque examinaverant Villalpandus & Grunbergerus, ex æquo capere testabantur. Id quod tamen minùs verisimile adstantibus videbatur: nam latè patens in argenteâ conchâ limpida illa aqua tanta erat, ut ligneum illud vas bis expletura videretur. Verùm ita illud exactè complevit, ut nè una quidem aquæ gutta vel addi, vel detrahi posse ad justam cubi mensuram judicaretur. Quapropter mens atque animus Villalpandi & Grünbergeri ejusmodi experimentis ita conquievit, ut non ampliùs in dubium revocarint, aquam, cujus Congius ille capax erat, pondere lapidi decem librarum, quem lanci alteri antea, præter lapides vasi æquiponderantes, imposuerant, æqualem esse; & semipedem illum, quem ad construendum prædictum cubicum vas adhibuerant, esse similiter genuinum semipedem Romanum antiquum; & tandem Congii Farnesiani prædicti altitudinem ab interiori fundo ad summum labrum, ejusdem Romani antiqui pedis integri longitudinem exactissimam exhibere.

Hactenus de Congio Farnesiano: cujus cùm Villalpandus dimensiones omnes, omniaque signa diligentiùs notasset, & capacitatem; alium Congium materiâ, formâ, magnitudine, ac capacitate similem formari curavit, quem à Patre Grünbergero sibi traditum asservat in Museo suo, ut suprà innui, P. Athanasius Kircherus. Diu quæsiverat Villalpandus Romæ artificem, qui metallum, Farnesiani Congii materiam, deducere posset, aut vellet, utpote quod malleo vix cedat, quin frangatur. Tandem tamen incidit in alienigenam, qui id præstitit. Fateor tamen, nostrum Congium Farnesiano longè inferiorem esse, si vasis nitorem, & æris diducti æqualitatem consideres, quamvis quoad formam, altitudinem, capacitatem, ab illo nè hilum differat. Absolverat pænè alienigena prædictus Congium inchoatum in ædibus suis, adstante, ac opus dirigente Villalpando, cùm casu illac pertransiit vir quidam ipsi tunc ignotus, qui simile quoddam vas

inter

inter pretiosa maximi cujusdam Principis, tanquam minùs pretiosum asservare se ajebat. Cujus videndi cùm facultatem petiisset Villalpandus, liberaliter & videndi, & apud se habendi diebus non paucis permisit, eâ lege, ut nè cui manifestaret, à quo, aut apud quem vas illud vidisset. Credi vix potest, ac nè cogitari quidem, ipsomet Villalpando teste, quantâ perfusus sit lætitiâ, ejusmodi vase perspecto; quòd cogitaret, plurium testium auctoritate rem scitu jucundam pariter, ac necessariam magis ac magis confirmari. Erat hoc fusile ex ære, quod vulgò dicitur *bronzo*, exteriùs affabrè elaboratum, sed altera ex parte exesum, atque instauratum, ita ut refossum fuisse videretur ex antiquorum ædificiorum ruinis. Sed, ut semper animus contraria iis, quæ desiderat, suspicatur, dubitare mox cœpit, num recens factum ad imitationem Farnesiani vas illud fuisset, præsertim cùm facilè modi plures ipsi occurrerent, quibus illa omnia, quæ videbat, antiquitatis argumenta, ementita esse à solerti artifice potuissent. Cœpit anceps animus in novo Congio rimari mensuras omnes, atque artificiosas illas observationes, quas in antiquo illo admirabatur; atque ita ad amussim omnia respondere comperit, ut nullâ ratione persuadere sibi potuerit, ea omnia ab aliquo artifice observari potuisse, cui nota omninò non essent. Mihi hunc Congium videre non contigit: Farnesianus autem, ac noster cùm mihi cogniti sint, ac de illius antiquitate, hujusque cum illo conformitate dubium nullum habeam, credamque firmissimè (quod & alii viri doctissimi faciunt, quos paulò pòst adducam) utriusque altitudinem Romani Pedis antiqui mensuram exactam referre; cognita etiam mihi erit certissimò ejusdem Pedis genuina mensura; quod principio asserebam.

CAPUT TERTIUM.

Grünbergeri, & Ghetaldi judicium de Pede Romano antiquo, à Villalpando prodito.

REperi Romæ inter Patris Christophori Grünbergeri Manuscripta chartam, in qua notatâ est linea recta, æqualis dimidio pedi Romano antiquo, de quo agimus, cum adjuncta Nota, manu

manu propriâ dicti Patris exarata, cujus hæc est Epigraphe. *Dimidium Pedis Romani antiqui, quem suo in Apparatu Vrbis ac Templi dedit Villalpandus, confirmavitque Marinus Ghetaldus in suo Archimede redivivo.* Subjungit deinde sequentia verba. *Hic quantum differat à Rinlandico, videat Eratosthenes Batavus: neque enim differentia tantilla est, ut debeat cursim præteriri. Tantum verò esse, quantus hîc describitur, sic persuasum habeo, ut alium admittere nefas putem. Præsens fui ipse, ipseque dimensus sum Congium illum Farnesianum, Romanis è ruderibus erutum, quem olim in Capitolio reposuerat T. Vespasianus, ut inscriptio indicat, quæ ita se habet.* Hîc adjungit Grünbergerus inscriptionem illam, quam in Capite præcedenti adduximus. Deinde prosequitur in hunc modum. *Hic Congius aquâ cisternæ plenus cùm à nobis trutinâ quàm accuratissimè examinaretur, deprehensus est æquare decem libras, quas non minori diligentiâ ex semiuncia Hispanica, quâ ibidem Aurifices uti solent, confecimus, quamque procul dubio usurpavêre antiqui. Nisi fortè Congius nobis oblatus adulteratus fuit, non verus. Congii figuram videre est apud Villalpandum. Quæ si cubica fuisset, ipso suo latere semipedem expressisset: sed constitit duabus portionibus conicis. Quare cubus nobis fabricandus fuit decem librarum aquæ, hoc est, pars amphoræ octava, cujus latus esse pedem Romanum antiquum, certissimum est. Sed Geometræ difficile non fuit, vel ex paucis unciis aquæ eundem pedem eruere; id quod etiam præstitimus, ut priùs inventum pluribus approbaremus. Gethaldus eundem eruit ex cylindro stanneo, quem ponderavit intra & extra aquam; neque alium invenit, quàm nos.* Hactenus Grünbergerus.

Gethaldi locus à Grünbergero citatus est in Archimede promoto pag. 34 & 35. ubi dimidii Pedis Romani antiqui mensuram typis impressam invenies, sed justò minorem, ob causam Capite sequenti dicendam; quam proinde Grünbergerus correxit in exemplari, quo ego Romæ utebar, additâ unâ parte illarum, quarum linea ibidem expressa est 144.

In Museo suprà nominato P. Athanasii Kircheri spectatur vas cubicum, ex lapideis tabulis nigris à Villalpando compactum, cujus exteriori lateri uni incisa est ab ipsomet Grünbergero prædicti semipedis Romani antiqui ab ipso in charta notati mensura; latera veró interiora omnia, uti & fundum, eandem mensuram exactissimè exhibent. In eodem Museo Amphoram asservamus,

ex iisdem lapideis tabulis à Villalpando compactam, cujus singula interna latera, unà cum fundo, æqualia sunt ad amussim gemino semipedi à Grünbergero notato, & Congii Farnesiani, nostrique, altitudini.

Chartam antea citatam fideliter transcriptam, & semipedis mensuram accuratissimè ex autographo delineatam, Bononiam olim misit P. Athanasius Kircherus ad P. Joannem Baptistam Ricciolum, ut Kircherus mihi asseruit, & fatetur ipsemet Ricciolus in suo Almagesto Novo lib. 2. cap. 7. ubi ait, eum ex multis Romanis pedibus antiquis, quibus passus, & milliaria Italica constabant, eligendum esse. Apponit ibidem Ricciolus lineam in sex partes divisam, aitque illam esse veram longitudinem semipedis Romani antiqui prædicti à Kirchero sibi transmissi. Sed mirum quantum ab illo discrepat, eumque longè excedit: continet enim linea apud Ricciolum notata partes 163, qualium Grünbergeriana continet 157. Ingens sanè error; qui cùm vel in paucos propagatus pedes intolerabilem inducat differentiam, quid efficiet multiplicatus in milliaria, ac Terræ, cælorumque Diametros, ac Peripherias? Justam autem à P. Kirchero mensuram fuisse Bononiam transmissam, præterquàm quòd id sanctè affirmet idem Kircherus, testantur prædictæ Grünbergerianæ lineæ extrema puncta aciculâ perforata; imposuit enim Kircherus chartam transmissam chartæ Grünbergeri, & acu lineam notatam perforavit in extremis punctis. Est prædicta linea à P. Ricciolo notata, omninò æqualis semipedi Rhynlandico apud Willebrordum Snellium in suo Eratosthene Batavo lib. 2. notato: unde suspicor, Ricciolum, aut alium cujus id curæ commissum, incisori per errorem tradidisse Rhynlandicum pedem pro Villalpandico à P. Kirchero transmisso.

CAPUT QUARTUM.

De Pede Romano antiquo, ab aliis Auctoribus prodito; & de pede Capitolino.

GUilhelmus Philander, accuratus Vitruvii Scholiastes, Commentario in Caput 3. libri 3. Vitruvii, exhibet Semipedem

Ro-

Romanum antiquum in duas divisum partes, aitque se illum eruisse *ex antiquo marmore, quod est in hortis Angeli Colotii Romæ.* Addit, se eum cæteris, qui circumferuntur, prætulisse, *quòd conveniret cum eo, quem sculptum invenit in marmoreo epitaphio T. Statilii Vol. Apr. mensoris ædificiorum, quod operâ Iacobi Meleghini, summi Pontificis Architecti, ex Ianiculo non ita pridem refossum, in Vaticanum hortum translatum est.* Eundem Colotianum pedem exhibent Georgius Agricola lib. de restituendis ponderibus, Lucas Poetus lib. de antiq. liquid. & aridor. ponderibus, & Stanislaus Grlepsius in Epitome Budæi. Omnes hos pedes, vel potiùs eundem à diversis expressum, circino expendit diligentissimè Villalpandus, & nullum reperit alteri æqualem, ut ipsemet fatetur to. 3. Apparat. parte 2. lib. 3. cap. 25.

Causa sine dubio est, quia non eodem tempore, nec in ejusdem rationis charta fuit impressus; vel potiùs, quia non omnes desumpserunt illum ex archetypo, sed ex aliorum libris impressis. Certissimum enim est, & longâ experientiâ comprobatum, chartam prælo subjectam non reddere fideliter eandem mensuram linearum, quæ ipsi commissa fuerat. Cùm enim charta, antequam prælo committatur, madefiat priùs; necesse est, ut dum typum patitur, ipsâ pressurâ, & humore quem antea imbiberat, nonnihil extendatur, & seipsâ fiat amplior; dum verò deinde siccatur, iterum contrahatur, & simul linearum mensuras quas receperat, justò exhibeat minores. Quantum verò deficiant lineæ à suo prototypo post impressionem, non potest certò statui. Willebrordus Snellius lib. 2. Eratosthenis Batavi cap. 1. pag. 124, ait, se didicisse à diligentibus & peritis typographis, partem sexagesimam typorum & formarum longitudini decedere; imò & quinquagesimam, si charta tenuior sit, & minùs firma. Idem Snellius addit in fine Operis, cùm charta omnis ætate melior, hoc est, spissior evadat, necesse esse, eam semper magis in se contrahi, & linearum quantitatem semper fieri minorem. P. Ricciolus cap. 7. lib. 2. Almagesti ait, se Bononiæ deprehendisse, *chartas, licet firmiores, cylindraceo tamen prælo circumvoluto subactas, non ita decrescere, & contrahi post sui siccationem* (parte scilicet sexagesimâ, uti ex Snellio retulerat) *sed tantummodò quinquagesimâ sui parte in longitudinem.* Volebat, credo, dicere, decrescere plùs quàm sexagesimâ parte;

quinquagesima enim major est, quàm sexagesima. Ego diversas lineas, tum ligno, tum æri incisas, & in diversæ bonitatis, spissitudinis, tenuitatis chartis, temporibus diversis, ab eodem & diversis typographis atque chalcographis Romæ impressas examinavi diligentissimè; nec unquam unius, sed diversi semper modi defectum reperi, inter quinquagesimam tamen ac sexagesimam ferè partem consistentem.

Unde colligo, non posse certò determinari, quantum deficiant typi à prototypis, cùm id dependeat à chartæ diversitate, majori vel minori madefactione, lentâ aut violentâ exsiccatione, temporis post impressionem elapsi diuturnitate, majori vel minori chartæ, dum libri compinguntur, tunsione, & similibus.

Colligo ulteriùs, quàm fallax sit Snellii discursus, volentis Rhynlandicum pedem esse eundem cum Colotiano, à Philandro allato, atque adeo cum Romano antiquo. Sic autem discurrit loco suprà citato cap. 2. *verùm cùm, ut dixi, charta archetypi magnitudinem non reddat, & is Philandri Commentarius initio seorsim Romæ formâ octavâ, ut vocant, editus sit anno 1544; iterum Lugduni ab ipso Philandro simul cum Vitruvio in quarto, anno 1552; denique ibidem anno 1586: si primam omnium & Romanam editionem sequaris, deprehendes Romanum antiquum, quem in duabus columnis se invenisse Philander testatur, æquari partibus 984, quantarum Rhynlandico sunt mille. Atqui cùm forma chartæ impressa sexagesimam partem ab archetypo suo deducat, sexagesima autem pars 984, sint, 16; eæ additæ constant veram archetypi pedis magnitudinem partium 1000 pro pede Romano. Unde efficitur, pedem Rhynlandicum Romano exactè æqualem esse. Quin idem ex novissima editione anni 1586, eâdem viâ efficies. Ex isto enim semipedo, totius pedis Romani quantitatem deprehendes partium 942, quantarum Rhynlandicus 1000. Atqui cùm hic typus non sit ex archetypo priore expressus, verùm mensura ista sculpta ex pede chartaceo anni 1552; sequitur si ad 942 adiiciam partem sexagesimam 16, effici 958, longitudinem pedis, quanta erat in editione anni 1552. Atqui ille quoque sexagesimâ parte à suo typo deficit, qui erat sumptus ex pede chartaceo editionis Romanæ; huic igitur quoque 16 si addantur, dabitur pes Romanæ editionis 974, quem antea ex ipsa Romana editione protulimus partium 984. Ut planè appareat, vitium discrepantiæ ex iterata typorum sculptura factum, & semper $\frac{1}{60}$, aut si charta tenuior sit, & minus firma, $\frac{1}{50}$*

omnis

omnis typi longitudini decedere. Vt nunc causa satis manifesta appareat, cur tam diversa pedum omnium magnitudo circumferatur. Hæc Snellius loco cit. ubi etiam ex ruderibus arcis cujusdam Romanorum vetustæ prope pagum Cattorum haud procul à Lugduno Batavorum superstitibus probat, pedem Rhynlandicum congruere pedi Romano antiquo. *Arcis ipsius fundamenta,* inquit, *quadratâ sunt formâ, & quaqua versum ducentis quadraginta Rhynlandicis pedibus patent. ut vel hinc Romanæ mensuræ vestigia quàm planissimè agnoscas; nam ipsius podismus duorum Romanorum jugerum magnitudinem complectitur. Iugeri enim mensuram ducentos & quadraginta longitudinis pedes esse, non est ferè quisquam qui ignoret.*

Multipliciter hic peccat Snellius. Primò, quòd existimet, ferè semper sexagesimam partem lineis decedere, dum typum patiuntur; quod tamen incertum est, ut vidimus paulò antè. Secundò, quòd asserat, 16 esse partem sexagesimam numeri 984, cùm tamen factâ divisione hujus numeri per 60, remaneant 24. Tertiò, quòd æstimet, secundam Philandri editionem esse Lugdunensem anni 1552, cùm tamen in Bibliotheca nostra Collegii Romani habeamus editionem Basileensem anni 1550, cui adjunctus est Frontinus de Aquæductibus Romanis, & Dialogus Nicolai Cusani de Experimentis Staticis. Quartò, quòd supponat, pedis mensuram pro editione prima Lugdunensi desumptam fuisse ex prima editione Romana, & ejusdem pedis mensuram pro secunda editione Lugdunensi desumptam fuisse ex prima Lugdunensi; cùm tamen omnia ea sint incerta, & gratis omnino afferantur. Quintò, quòd calculo utatur vitioso: ait enim, pedem Colotianum in prima Philandri editione fuisse partium 984, in secunda 958, in tertia 942. Atqui inter 984, & 958, intercedunt 26, non 16; plùs ergo quàm parte sexagesimâ defecerat in secunda editione. Si dicat, in secunda editione defecisse parte quinquagesimâ, eò quòd charta non fuerit ita bona & firma; divinat. Taceo alia contra Snellium argumenta.

Rhynlandicus ergo pes non est æqualis Romano antiquo, quandoquidem Colotiano æqualis non est, & multò minùs Villalpandico.

Esse tamen Colotianum archetypum Villalpandico æqualem, hanc habeo conjecturam, vel si mavis, probabilitatem, ac

ferè dixerim evidentiam. Edita sunt Romæ anno 1608 opuscula Petri Ciaconii Toletani, viri in omni antiquitate eruditissimi, de Ponderibus, Mensuris, & Nummis. Hisce opusculis addita est in fine Nota de Pede Romano antiquo cum hac Epigraphe. *DE PEDE ROMANO ex Latini Latinii observationibus.* Cui epigraphi subiiciuntur hæc verba. *Vt mensurarum Romanarum rationem certam, itemque ponderum habere possimus, Romani pedis vera mensura tenenda est. Nam ex quadrato pede vas excitatum, quod Quadrantal vel Amphoram Romani vocabant, octoginta pondo aquæ vel vini capiebat: ex quo & Romanæ libræ pondus, & inanitatis quantitas ad metienda tam liquida, quàm arida colligitur: quin & Modius, & Congius, & Sextarius, & totus minorum mensurarum census & ordo ex eo unico certo principio, & non aliunde, haberi potest. Superioribus autem annis Ant. Augustinus, qui postmodum fuit Archiepiscopus Tarraconensis, Ioannes Baptista Sighicellus Episcopus Faventinus, P. Octavius Pacatus, Achilles Maffæus, Achilles Statius, Benedictus Ægius, Fulvius Vrsinus, Latinus Latinius, cùm veram pedis Romani quantitatem statuere vellent, plures ejusdem pedis mensuras simul contulerunt, & earum octo cum antiquissima dicti pedis forma, quæ in basi quadam in Hortis Vaticanis extat, ad amussim convenire videntes, ex hoc pede quadrato vas confecerunt, quod etiam nunc octoginta aquæ vel vini libras, quibus publicè signatis Civitas utitur, omnino capere invenerunt, & cum octo Congiis antiquis ita congruere, ut neque minùs quidquam, neque ampliùs inter utraque esset. Quo experimento evidentissimè cognoverunt, & libras nostri temporis cum antiquis Romanis esse easdem, cùm congii antiqui vas sub Vespasiano Imperatore signatum decem libras contineret, quot etiam nostri temporis libras capit; & hunc esse justum pedem Romanum, cùm ex ejus modulo perfectum Quadrantal octoginta libras contineat, quæ cum congii antiqui libris ad momentum respondent.* Hæc apud Ciaconium. Quæ egregiè conveniunt cum illis, quæ suprà ex Villalpando retulimus; probantque, Colotianum pedem à Villalpandico minimè discrepare, si de archetypo sermo sit: nam cur idem Colotianus typis expressus non congruat Villalpandico, patet ex dictis hoc eodem capite. Archetypum Colotiani pedis, quod ex Philandro, & Ciaconii fragmento didicimus extare in Hortis Vaticanis, reperire quidem hactenus non potui, non tamen spem omnem ejusdem reperiendi deposui; ubi invenero,

cer.

certius de illo judicium formabo, & Litterariæ Reipublicæ communicare non gravabor.

In atrio brachii dextri (ascendentibus) Capitolii Romani spectatur lapis marmoreus candidus, muro insertus, in quo variæ Romanorum mensuræ sunt incisæ; quas inter est etiam pes Romanus antiquus, in quatuor palmos similiter antiquos divisus. Lapis, & incisio apparet valde recens, nec murus cui insertus est lapis, est admodum antiquus. Quæ causa fortassis est, cur nec Villalpandus, nec Ciaconius, multòque minùs Philander, aut alii suprà citati, mentionem istius pedis fecerint. Contuli illum cum Villalpandico, & reperi non parum ab eo discrepare: continet enim partes 308, qualium Villalpandicus continet 314. Convenit tamen exactissimè cum Colotiano, quem typis excudit Petrus Ciaconius loco citato in fragmento. Unde suspicor, ex eodem Ciaconio fuisse desumptam illius mensuram ab Architecto, aut alio, qui operi præfuit, ignaro lineas typo excusas deficere à legitima & genuina mensura. Sed quidquid de hac re sit, interim confirmor in opinione mea, Colotianum pedem, cujus Ciaconius meminit, æqualem esse Villalpandico: si enim Ciaconiano typis excuso adjeceris partem sexagesimam, aut paulò plùs (nempe 6, pars enim sexagesima numeri 314, sunt $5\frac{14}{60}$) invenies mensuram pedis Villalpandici, id est, Romani antiqui genuini.

CAPUT QUINTUM.

De modo transmittendi ad exteros genuinam antiqui pedis Romani mensuram.

Difficillimum est, ac pænè desperatum negotium, legitimam pedis Romani (aut alterius cujusvis mensuræ) quantitatem ad exteros, quibus ipsum prototypum ostendi non potest, transmittere. Et quidem fieri id nullâ ratione posse typis committendo prædicti pedis mensuram, jam constat ex dictis cap. præcedente, quòd deficiat ea à prototypo suo, nec unius modi defectu, sed nunc majori, nunc minori. Alia ergo tentanda est via ad id perficiendum. Unam, aut alteram ab aliis præscriptam insinuabo breviter; deinde quid ego sentiam, aperiam.

Ex Villalpando constat, ut vidimus Capite 1. & ex Grünbergero, ut vidimus cap. 3. & ex Ciaconio, ut cap. præcedenti patuit, si fiat vas cubicum, capiens præcisè libras decem aquæ, aut vini; cubi illius altitudinem fore æqualem semipedi Romano, & Vespasiani Congio, & Colotiano è marmore desumpto. Si verò fiat vas cubicum octoginta librarum capax, hoc est Amphora; æquabit ejusmodi vasis altitudo pedem prædictum integrum. Hanc ergo rationem præscribunt aliqui exteris, ad pedis Romani mensuram genuinam inveniendam. At quotusquisque est, qui possit, aut velit tantum subire laborem? Subeat tamen quispiam, & utrumlibet vas cubicum præparet exactissimè; quis est qui nesciat, aquas & vina diversorum locorum, imò & ejusdem loci, diversæ esse gravitatis, alia majoris, minoris alia? Demus tamen, ejusdem gravitatis aquam aut vinum ad hujusmodi adhiberi negotium; quid efficies, nisi cognitam habueris & adhibueris libram Romanam antiquam, modernam vè antiquæ (ut prædicti Auctores sentiunt) æqualem? certè hujus libræ pondus legitimum ad exteras nationes transmittere æquè difficile est, imò longè difficilius, quàm legitimam pedis Romani antiqui mensuram, cùm illud aliter quàm dicti pedis mensurâ mediante, fieri vix, aut nè vix quidem possit:

Willebrordus igitur Snellius hac relictâ aliam inivit viam. Procuravit diversarum civitatum ac nationum pedes; & Rhynlandico pede, quem eundem esse putat cum Romano antiquo, ut vidimus, in mille æquales particulas diviso, comparavit singulos pedes cum hoc, notavitque quot quilibet contineret particulas ex mille, ut sciret quinam, & quantum essent Rhynlandico minores, majoresvè. Ut porrò hoc idem aliis constaret, pedis Rhynlandici mensuram justam, ut putabat, typo commisit. At cùm typus eam non reddat fideliter, sed semper minorem, ut vidimus præcedenti capite; impresso jam libro unà cum pede, iterum examinavit illum, ut sciret quantum à justa mensura defecisset; quem defectum notat in fine libri, dicens, lineam impressam esse unâ ducentesimâ parte minorem justò. In eundem finem comparat aliarum nationū ulnas cum ulna Rhynlandica: itemque earundem nationum pondus nummarium inter se, & cum pondere nummario Rhynlandico. Quæ dum facit, mirum est,

quàm

quàm & ſeipſum, & alios defatiget: an verò ſcopum attingat, alii viderint. Snellium ſequitur Doghen in Architectura militari.

Ego ſequentem viam inire cogitabam, mihi quidem longam ac laborioſam, at Lectori breviſſimam, nec admodum laborioſam, & ut mihi perſuadeo, certam; at temporis anguſtiâ impeditus propoſitum exequi non licuit. Diverſarum civitatum ac nationum pedis menſuram juſtiſſimam conquirere volebam, partim propriâ, partim amicorum, quorum ſtudio ac fidelitati fidere poteram, operâ. Menſuras illas omnes, unà cum Romani pedis antiqui menſura, è Congio Farneſiano deſumpta, æri incidi in eadem lamina, & in eadem imprimi charta curare conſtitueram. Hac enim ratione factum fuiſſet, ut omnes eâdem ſervatâ proportione decreviſſent, hoc eſt, ſi Romanus decreviſſet parte ſui ſexageſimâ, aut majori, minorivè, etiam Neapolitanus v. g. & quilibet alius, eâdem ſui decreviſſet parte. Si igitur Neapolitanus (aut quilibet alius) Lector, legitimam Neapolitani pedis menſuram conquiſiviſſet, eamque cum menſura Neapolitani pedis, in eadem lamina inciſa comparaſſet, & defectum hujus in parte aliquota, v. g. ſexageſima notum habuiſſet; certiſſimò ſciviſſet, etiam Romanum pedem ibidem inciſum eâdem ſui parte à legitima Romani pedis menſura deficere. Si ergo inventum defectum menſuræ pedis Romani ibi inciſæ adjeciſſet, legitimam ac genuinam habuiſſet Romani pedis antiqui menſuram, tantopere hactenus deſideratam.

Atque hic eſt modus, qui mihi in mentem venit: ſi tibi, Lector, melius quid occurrerit, idque mihi ſuggeſſeris gratiam apud me inibis non vulgarem. Si genuinam Romani pedis antiqui menſuram deſideras, haud gravatè ad te mittam, quicunque id à me petiveris. Quæ ſequitur linea, in Fig. IX. Icon. I. menſura eſt ſemipedis Romani antiqui, fideliter æri inciſi; at hîc juſtò minor eſt, propter cauſas ſuprà cap. 4. relatas.

Semipes Romanus antiquus, à P. Joan. Bapt. Villalpando è Congio Farneſiano depromptus. vide Fig. IX. Iconiſmi I. Fig. IX. Iconiſ. I.



LIBER II.

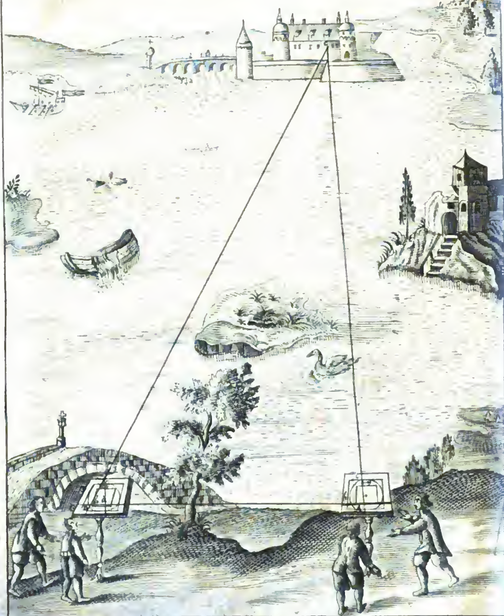
EUTHYMETRICUS,

sive

De linearum rectarum dimensionibus.

PRæcipuus usus geometricus hujus nostri Instrumenti consistit in dimensione longitudinum, latitudinum, altitudinum, profunditatum; sive, quod idem est, in dimensione linearum secundùm varios situs extensarũ, nempe horizontalium, verticalium, diametralium, & similium. De omnibus hisce dimensionibus agemus, ac primò de dimensione longitudinum ac latitudinum, cujusmodi sunt latitudines fluminum, ac fossarum, distantiæ inter duas aut plures civitates, aliavè qualibet loca in horizontali plano constituta; idque variis, ac planè facillimis modis, absque Arithmeticæ & Geometriæ regulis ac demonstrationibus, ut diximus; quamvis demonstrationem singulis Proble-

matis


Iconismus III. Ponatur è regione.
Pag: 27.

matis subjungamus in Annotationibus pro iis, qui scire illas desiderant.

CAPUT PRIMUM.

De dimensione longitudinum, ac latitudinum.

LOngitudines, ac Latitudines hîc appello, quascunque locorum in eodem horizontali plano existentium distantias inter se, à quorum uno ad alterum recta linea duci, saltem per imaginationem, possit. Harum enim linearum mensuram in palmis, pedibus, passibus, cubitis, perticis, milliaribus, similibusque investigare hoc capite docemus.

PROBLEMA I.

Duorum locorum distantiam metiri, quando ad unum illorum accedi potest.

SIt mensuranda latitudo fluminis aut fossæ AC, seu distantia duorum locorum A & C, ad quorum tamen unum, nempe ad A, accedere potes. Sic operare. Fig. Iconismi III.

Primò, in ripa fluminis elige duo loca, seu duas stationes, scilicet A & B, distantes inter se v. g. 100 pedes, aut quotquot volueris. Deinde colloca Instrumentum supra suum pedem & globum accommodatum in A, ita ut horizonti sit parallelum; & tam diu huc illucque verte pedem Instrumenti, donec acus magnetica orbis quiescat supra lineam meridianam in fundo pyxidis ductâ.

Secundò, gyra quadratum Instrumenti, unà cum Regula dioptris instructa, & consequenter unà cum cursore, ita ut & Regula & cursor versus C respiciant; & per dioptras dirige radium visualem in C. & juxta latus cursoris promoti versus Regulam & latus A *c*, duc in charta quadratulo excavato superposita lineâ rectam A *c*, indeterminatam per totam chartæ latitudinem, quæ imaginatione protendatur usque in signum C.

Tertiò, gyra iterum quadratum Instrumenti, orbe, cum charta & acu magneticâ, immoto manente; & dirige Regulam

Curforemque verfus fignum B, & per dioptras refpice in dictum fignum B, juxta latus verò Curforis promoti verfus Regulam & latus A *b*, duc rectam A *b* indeterminatam in charta, interfecantem A c antea ductam, in A; & imaginatione produc ipfam ufque in fignum B.

Quartò, Intercipe circino ex linea Curforis divifa particulas tot, quot pedes numerafti inter loca A & B, nempe 100, eafque transfer in lineam A *b* in charta ductam, ex puncto interfectionis A ufque ad punctum *b*.

Quintò, transfer Inftrumentum in locum B, relicto baculo, aut alio quopiam figno in loco A; & in loco B colloca Inftrumentum ut antè horizonti parallelum, & tam diu gyra pedem cum Inftrumento fuperpofito, donec iterum acus magnetica quiefcat fupra lineam meridianam, eundemque fitum habeat, quem antea in loco A habebat. Deinde pro majori certitudine (fi fortè acus magnetica in loco B non acquireret eundem fitum, quem habuerat in loco A) promove Curforem fupra lineam A *b* antea ductam, & gyra Inftrumentum, pede immoto manente, donec per dioptras videas locum A: tunc enim certum eft, Inftrumentū habere eundem fitum in B, quem habuerat in A.

Sextò, gyra quadratum Inftrumenti unà cum Curfore circa orbem immobilem; & dirige Regulam in locum C, refpiciendo per dioptras ipfum C fignum. Deinde colloca Curforem fupra punctum *b* tabulæ, in quo fcilicet finitur numerus 100 particularum, & juxta ipfius Curforis latus duc in charta lineam *bc*, interfecantem priorem lineam A *c*, vel *ac*, in *c*, & protenfam imaginatione ufque ad C locum.

His omnibus ritè peractis, intercipe circino lineam *a c* in charta ductam, & vide quot particulæ in linea Curforis divifa ipfi refpondeant. Dico, latitudinem fluminis, feu diftantiam A C, continere tot pedes, quot particulas continet linea *a c* in charta ducta; quod fic demonftro.

DEMONSTRATIO.

IN *hac operatione (uti & in omnibus aliis fequentibus) formantur duo triangula, parvum quidem & reale in tabula ex lineis realibus* a b, a c, b c; *magnum verò & imaginarium extra tabulam ex lineis vifualibus*

A B,

A B, AC, BC. Quæ quidem duo triangula sunt omninò æquiangula. Nam angulus B seu b est communis utrique triangulo; angulus b a c *parvi, est idem cum angulo B A C magni; angulus denique* c *parvi, est æqualis angulo C magni,* per 32. propos. lib. primi Elem. Eucl. *Ergo* per quartam propos. lib. Sex. Eucl. *latera quæ æqualibus adiacent angulis, sunt inter se proportionalia; & latera quæ æqualibus angulis opponuntur, sunt homologa. Ergo quam proportionem habet latus B A magni trianguli ad latus AC; eandem proportionem habet latus* b a *parvi trianguli ad latus* a c: *& permutando,* per decimam sextam propos. libri Quinti Euclid: *quam proportionem habet latus B A magni, ad latus* b a *parvi, eandem proportionem habet latus A C magni, ad latus* a c *parvi: Atqui ex operatione facta, latus B A magni continet t t pedes, quot particulas continet latus* b a *parvi. Ergo & latus A C magni continebit tot pedes, quot particulas continet latus* a c *parvi; quod erat inveniendum.*

ANNOTATIONES.

I.

IN omnibus sequentibus operationibus per hoc nostrum Instrumentum factis, formantur similia duo triangula A B C, a b c, *(aut aliis litteris expressa) parvum unum in charta, magnum alterum in aëre aut terrâ per imaginationem. Itaque qui hanc primam Operationem ac Demonstrationem bene perceperit, nullo negotio percipiet etiam sequentia. Sciendum ergo est, nihil referre, quòd linea visualis dirigatur per Dioptram, & linea realis ducatur juxta latus Cursoris, tum propter exiguam earum inter se distantiam, tum quia opticè ambæ productæ in idem punctum concurrunt. Sed de hac re vide Kircherum in Arte Magnetica.*

II. *Eandem distantiam inter duo loca A & C invenies per regulam Trium, si in ea ponas primo loco particulas lateris* a b, *parvi trianguli, secundo loco pedes* 100 *lateris A B magni trianguli, tertio loco particulas lateris* a c *parui trianguli. Vel si ponas primo loco particulas* a b *parvi, secundo particulas* a c *ejusdem parvi; tertiò pedes A B magni.*

III. *Si numeres particulas intercepti lateris* b c *parvi trianguli, habebis etiam distantiam inter duo loca B & C. Ratio est eadem quæ suprà. Eandem distantiam B C invenies per regulam Trium, si operer is modo paulò antè dicto. Hæc, aut similis advertentia locum etiam habet in omnibus sequentibus operationibus.*

IV. *Non est necessarium, ut angulus A vel* a *in charta tabulæ ex Dioptræ & Regulæ directione factus, sit rectus, sed potest esse vel obtusus, vel acutus, si necessarium fuerit, & ita res postulaverit. In aliis verò aliorum Instrumentis ferè omnibus debet semper esse rectus; quod tamen sæpe fieri non potest, ob locorum incommoditatem.*

V. *Si accideret, ut tantus esset numerus pedum inter duo signa A & B assumptorum, ut in lineam* a b *tabulæ non posset transferri numerus particularum æqualis numero pedum; tunc vel minue numerum pedum inter duo signa A & B, accipiendo nimirum minorem distantiam inter duo signa A & B; vel unicuique particulæ lineæ Cursoris divisæ tribue duas, aut tres, pluresvè partes, hoc est, quamlibet Cursoris particulam divide mente in duas, tres, aut plures. E contrario verò si numerus pedum inter duo signa A & B assumptus esset nimis parvus, computa duas, aut tres, pluresvè Cursoris particulas pro una, ut sic triangulum in tabula formetur aliquantò majus ac distinctius.*

VI. *Eò erit exactior operatio, quò major fuerit distantia inter duas stationes A & B, quando latitudo metienda erit magna. At si latitudo metienda fuerit parva, meliùs erit assumere parvam distantiam duarum stationum. Ratio est utrobique, quia formatur distinctior triangulus in Charta, præsertim si observentur quæ diximus Annotat. præcedenti.*

VII. *Si spatium inter A & B non fuerit planum, sed fossas seu cavitates habuerit atque tabercula, ac proinde pedibus aut decempedâ mensurari sine errore non possit; extende chordam ab uno termino ad alterũ; quæ quidem chorda sit priùs in suos pedes distincta, adjunctis etiam numeris. Meliùs tamen erit adhibere catenulam, aut virgas annulis inter se connexas: nam chorda facilè extenditur, aut remittitur, plus quàm oportet, præsertim cùm siccus fuerit, aut humidus aër, ut diximus suprà lib. 1. parte 2. cap. I. Dixi, chortam aut catenam extendi debere, quia si in terram prosterneretur, idem error committeretur qui per decempedam prostratam.*

VIII. *Si inquirenda est distantia alicujus civitatis, alteriusque rei amplæ; observandum est in ea signum aliquod determinatum, & quantum fieri potest minimum, in utroque loco in quo fit operatio, seu in utraque statione A & B.*

IX. *Quâ ratione invenisti distantiam inter A & C in pedibus, eâdem ratione invenies illam in palmis, passibus, cubitis, & alia quacunque men-*

menſura, ſi nimirum inter duas ſtationes A & B numeres palmos, paſſus &c. & particulis utaris tanquam palmis, paſſibus &c.

X. *Quando Inſtrumentum collocatur in B loco, debet B Inſtrumenti correſpondere loco B, quantum fieri poteſt. Et hoc in aliis etiam ſimilibus operationibus obſervandum eſt ſemper.*

COROLLARIA.

Ex dictis colligitur primò, quà ratione dimetienda ſit latitudo aut longitudo quæcunque horizontalis, aut quæcunque duorum locorum diſtantia, quando ad unum illorum accedi poteſt, & fieri duæ ſtationes queunt; in omnibus enim una & eadem eſt ratio operandi.

Colligitur ſecundò, qua ratione inquirendum, quantùm diſtet navis, aut claſſis à littore, exercitus à mœnibus &c. ſi nimirum operatio inſtituatur modo dicto.

Colligitur tertiò, qua ratione metienda ſit declivitas aut acclivitas alicujus montis: declivitas enim reperitur, ſi in montis ſummitate fiant duæ ſtationes A & B, & ex utraque conſpiciatur per dioptras Regulæ ſignum aliquod C in valle, aut in planitie poſitum, collocato Inſtrumento ſuperficiei obliquæ montis parallelus, ita ut planum Inſtrumenti ſit plano montis parallelum: acclivitas verò, ſi in valle aut planitie fiant duæ ſtationes A & B, & ex utraque conſpiciatur ſignum aliquod C in monte poſitum. Quòd ſi in hoc, ſimilibusq; caſibus, acus magnetica, propter ſuam inclinationem, incumberet fundo pyxidis, adhiberi debet cautela, de qua in Problemate num. 5 diximus.

Colligitur quartò, qua ratione menſuranda ſit latitudo alicujus foſſæ juxta propugnaculum, ad proiiciendum ſuper eam pontem; ſi nimirum operatio inſtituatur modo dicto in Problemate.

PROBLEMA II.

Duorum extremorum diſtantiam metiri, quando Geometra in uno exiſtens non videt alterum, adeſt tamen altitudo ex qua menſurari poſſit.

Monitio ad Lectorem.

IN sequentibus figuris, facilitatis ac distinctionis gratiâ, Pantometrum ita delineabo, ac si simplex Quadratum Geometricum esset, Regulâ suâ dioptricâ instructum. Omittam igitur Orbem & Quadratulum in medio, uti & Cursorem, quæ tria semper intelligi debent adesse, eo modo dispos ita, quo in Iconismo II. ac III. factum vides.

Fig. IX. Icon. IV. Evenire potest, ut desit planities, in qua fiant duæ stationes modo dicto; aut ut inter utrumque extremum interiiciatur tumor, exercitus, aut simile impedimentum, ob quod ex uno alterum videri nequeat. Quo casu elige altitudinem quampiam perpendiculariter in uno extremorum erectam, ut turrim, domum, murum, arborem &c. aut si non adsit altitudo, erige perpendiculariter scalam, aut quid simile, & operare ut sequitur.

Esto igitur distantia A B, altitudo A C. Primò, conscende ad ejus summitatem, aut ad aliquam ejus fenestram, portam &c. & demisso fune cum pondere affixo, metire quot palmorum &c. sit altitudo à loco, ubi stas, usque ad planum distantiarum A B. Secundò, Habitâ altitudine, colloca instrumentum, sive supra pedem accommodatum, sive supra limen portæ aut fenestræ positum, aut aliâ ratione suspensum, ita ut Regula cum dioptris sit horizonti perpendicularis; & juxta Cursoris latus duc rectam C *a* in charta tabulæ. Tertiò, Gyra quadratum Instrumenti, & per dioptras vide locum B; positoque Cursore supra punctum C lineæ C *a*, duc juxta latus Cursoris lineam C *b*. Quartò, Ex linea divisa Cursoris intercipe circino tot particulas, quot invenisti palmos à C, usque ad A, hoc est, à summitate turris usque ad basim; easque transfer à puncto C, in lineam C *a* chartæ, usque ad punctum *a* v. g. & per *a* duc perpendicularem ipsi C *a*, intersecantem rectam C *b* in *b*. Dico, distantiam A B esse tot palmorum &c. quot particulæ continentur in linea A *b* chartæ; quod ita demonstro.

DEMONSTRATIO.

DVo triangula A B C, a b c, *sunt æquiangula: nam angulus C est communis utrique; angulus A &* a *in utroque est rectus, in parvo quidem ex constructione, in magno verò ex suppositione, aut operatione. anguli denique B &* b *sunt æquales*, per 29, & 32. pri. *Ergo* per quartam Sexti, & decimam sextam Quinti, *ut C A magni ad C* a *parvi, ita A B*

magni

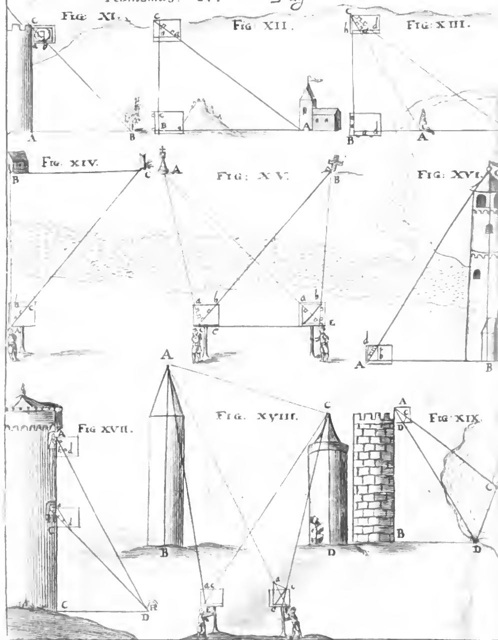


FIG: XI.
FIG: XII.
FIG: XIII.
FIG. XIV.
FIG: XV.
FIG: XVI.
FIG XVII.
FIG. XVIII.
FIG: XIX.

magni ad a b *parvi: Cùm ergo C A magni contineat tot palmos, quot particulas* C a *parvi; etiam A B magni continebit tot palmos, quot particulas* a b *parvi; quod erat inveniendum.*

ANNOTATIONES.

I.

EAndem distantiam invenies, si in charta tabula ducas ante omnia duas lineas C a, *&* a b, *interfecantes sese in* a *ad angulos rectos; & collocato Instrumento, ut dictum, numeres ab* a *usque ad* C *tot particulas, quot invenisti palmos ab A radice usque ad* C; *& posito Cursore supra* C, *directâque Regulâ cum dioptris in B, ducas rectam* C b.

II. *Altitudini turris, domus &c. semper adiici debet altitudo Instrumenti usque ad punctum* C, *& ex utrâque conflanda est una altitudo, & operandum, ut dictum.*

III. *Si numeres particulas lateris* C b *parvi trianguli, scies quot palmorum sit linea diametralis C B magni trianguli.*

IV. *Si distantia est parva, v. g. exigui fluminis, fossæ &c. sufficit accommodare Instrumentum modo dicto supra pedem. Quòd si pedem cum Instrumento affixo ponas supra scamnum, aut mensam, certiùs operaberis. In hoc casu expedit, computare singulas particulas pro pluribus, v. g. duabus, tribus, quatuor. Si non potest accedi ad unum extremum distantiæ, observentur ea, quæ dicemus Probl.* 4. *sequenti.*

V. *In hac, & similibus operationibus, Magnes, seu acus magnetica, nullum habet usum.*

COROLLARIA:

PAtet hinc primò, quomodo deprehendi possit, quantùm distet à mœnibus Civitatis, Castris Militaribus &c. navis, classis, exercitus, Castellum &c. Quod expedit scire, quando ejaculandi sunt globi è tormentis bellicis in hostes.

Patet secundò, quomodo deprehendi possit, utrum navis, classis, exercitus &c. procul apparens moveatur, aut quiescat; appropinquet, aut recedat. Si enim intra modicum tempus opereris bis ex eodem loco altitudinis, & manente Instrumento in eodem situ; & in utrâque operatione Cursor interfecet lineam a b *chartæ in eodem puncto* b, *signum est rem visam quiescere: Si in alio viciniori ad* a; *appropinquat: si in remotiori; recedit. Patent hæc omnia meliùs ex figura Problematis quarti sequentis.*

E PRO-

PROBLEMA III.

Duorum locorum distantiam metiri, quando Mensor in uno existens nec videt alterum, nec adest altitudo.

Fig.XII. Icon. IV. SIt ex B mensuranda distantia inter B A, inter quæ sit tumor interjectus, ita ut ex B non possis videre basim loci A, sed solùm altitudinem aliquam in ipso, aut prope ipsum existentem; neque in B sit altitudo, sed solùm possis ex ipso B recedere ad dexteram, aut sinistram, versus C, facto quocumpue angulo ABC, indeque videre locum A; sic operare.

Colloca Instrumentum in B, ita ut sit horizonti parallelum; & dirige dioptricam Regulam unà cum Cursore versus locum A, quem tibi altitudo visa indicat; & juxta latus Cursoris duc rectam B *a* in charta. Gyrato deinde quadrato, dirige Regulam cum Cursore versus signum quodcunque C, ductâ in charta rectâ B *c* juxta latus Cursoris. Fixo dein baculo in B, metire spatium inter B C; & transfer in rectam B *c* chartæ, ex B usque ad *c*, tot particulas, quot palmos v. g. numerasti inter signa B & C. Colloca jam Instrumentum in loco C, ita ut C Instrumenti correspondeat C loci; & quiescente acu magneticâ supra meridianam lineam, pone cursorem super punctum C chartæ; gyra quadratum, & dirige Regulam dioptricam in A, ductâ rectâ C *a* juxta latus Cursoris. Dico, distantiam B A locorum esse tot palmorum, quot particulæ continentur in *b a* parvi trianguli. Similiter & C A tot palm. quot particularum C *a*.

DEMONSTRATIO.

HUjus rei demonstratio patet ex dictis ac demonstratis Problemate primo: est enim utrobique eadem ratio; quare supervacaneum duxi eam hic repetere.

PROBLEMA IV.

Duorum locorum distantiam metiri, quando ad neutrum accedi potest.

Sit

Sit dimetienda distantia inter loca A, D, ad quorum neutrum possis accedere, possis tamen recedere in directum versus B, & ex B versus C (sive ad dextram, sive ad sinistram) indeque videre utrumque extremum A & D; sic operare. Fig. XIII. Icon. IV.

Colloca Instrumentum horizonti parallelum in B; & acu magneticâ quiescente supra meridianam, dirige Regulam dioptricam, Cursoremque, versus utrumque locum A & D, ita ut B A D sint in eadem linea recta; & in chartâ juxta Cursoris latus duc lineam B *a d*. Iterum dirige regulam atque Cursorem in C, ductâ lineâ B *c*. His factis, inquire distantiam inter B & C, transfer ex puncto B usque ad punctum *c* particulas tot, quot inter B & C, stationem geminam, invenisti palmos; colloca Instrumentum in C, & dato ipsi debito situ magnetico, dirige Regulam & Cursorem, supra C punctum collocatum, primò in A, deinde in D, ductis rectis C *a*, & C *d*. Dico, distantiam A D in palmis, indicari à particulis inter *a d* parvorum triangulorum.

DEMONSTRATIO.

Duo triangula parva C b a, *&* C b d, *sunt æquiangula duobus triangulis magnis CBA, & CBD, ut ex dictis patet. Ergo ita se habent palmi inter B A magni ad particulas inter* b a *parvi, sicut palmi inter B C magni, ad particulas inter* b *C parvi; item, ita se habent palmi inter BD magni, ad particulas inter* b d *parvi, sicuti palmi inter B C magni, ad particulas inter* b *C parvi. Si igitur particulas inter* b a *parvi subtrahas à particulis inter* b d *parvi, & consequenter palmos inter B A magni à palmis inter B D magni; remanebunt particulæ inter* a d *parvi pares numero palmis inter A D magni,* juxta 3. Axio. lib. prim. Euclidis. *Aliis etiam modis demonstrari potest hoc Problema, quos omitto.*

ANNOTATIO.

Particulæ C a, *&* C d *parvi trianguli dant palmos C A, & CD, magni trianguli, ut jam sæpe dictum est, & demonstratum.*

PROBLEMA V.

Duorum locorum distantiam metiri, quando ad neutrum accedi potest, ex altitudine.

PRo hoc Problemate servit figura præcedentis Problematis. Sit igitur invenienda eadem distantia inter duo loca A & D, ad quorum neutrum accedi possit, adsit tamen altitudo C B, ab utroque remota, & in eadem recta linea cum ipsis constituta; sic operare.

Ex loco C altitudinis inquire primò distantiam B A; deinde distantiam B D, per dicta Problemate 2. Quibus habitis, subtrahe distantiam B A, à distantiâ B D, & remanebit distantia A D. Ratio patet ex demonstratis Probl. præcedenti.

ANNOTATIO.

R Ecta C a *&* C d *Instrumenti dant diametrales C A, & C D. Ratio patet ex dictis.*

COROLLARIUM.

EX his patet ratio illius, quod diximus suprà Probl. 2. Corollario 2. quomodo scilicet deprehendere possimus, utrum navis, exercitus &c. moveatur, accedat, aut recedat.

PROBLEMA VI.

Aliter duorum locorum distantiam metiri, quando ad neutrum accedi potest.

Fig. XIV. Icon. IV. SIt ex A dimetienda distantia B C. Inquire per Problema I. aut aliquod aliud ex præcedentibus, distantias A B, & A C. Quibus habitis, colloca Instrumentum in A, & dirigendo primò Regulam cum Cursore in B, observa per diopras ipsum B, ductâ rectâ A *b*, in charta tabulæ quadratæ Instrumenti. Deinde dirigendo eandem regulam dioptricam in C, observa per dioptras ipsum C; Cursorem verò pone supra punctum A in linea A *b* chartæ electum, & duc rectam A *c*. His factis, numera ex A puncto, in quo lineæ A *b*, A *c* sese intersecant, usque ad *b*, in linea A *b* ducta in chartâ, tot particulas, quot palmos continet distantia A B: item ex eodem puncto A, usque ad *c*, in linea A *c* ducta in chartâ, numera tot particulas, quot palmos continet distantia A C. Duc deinde ex

b in *c*

b in *c* chartæ rectam *bc*. Dico, distantiam B C esse tot palmorum, quot particularum erit linea *bc* prædicta; quod sic demonstro.

DEMONSTRATIO.

R*ecta* b c *Chartæ secat latera A B, A C, majoris trianguli proportionaliter in puncto* b *&* c, *ex operatione facta; Ergo* per secundam Sexti *est parallela alteri rectæ inter duo loca ductæ; ergo bina triangula A B C, A* b c, *sunt similia, id est, habent angulos singulos singulis æquales, & latera circum æquales angulos proportionalia: Ergo cùm A* b *parvi trianguli contineat tot particulas, quot A B magni palmos; &* b c *parvi continebit tot particulas, quot B C magni palmos; quod erat inquirendum.*

COROLLARIUM.

E*x his colligitur, quomodo ex eodem loco A explorari possint plurium locorum distantiæ inter se, ad quorum nullum accedi possit; si nimirum etiam distantiæ aliorum locorum ab A priùs investigentur, & deinde modo prædicto procedatur.*

PROBLEMA VII.

Adhuc aliter duorum locorum distantiam metiri, quando ad neutrum accedi potest.

SIt mensuranda distantia A B. Colloca Instrumentum in C, ita ut horizonti sit parallelum; & per dioptras Regulæ respice primò in A, ductâ rectâ C *a* juxta latus Cursoris: deinde respice in B, ductâ rectâ C *b* juxta latus Cursoris: tandem respice in signum quodcunque E, ductâ rectâ C *e*, juxta Cursoris latus, quod semper debet poni supra punctum C. His factis, relinque baculum in C; metire in passibus spatium inter C & E, transferque Instrumentum in E, & in linea C *e* Instrumenti numera tot particulas, incipiendo à C versus *e*, quot invenisti passus inter C & E stationes. His etiam factis, colloca Instrumentum in statione E, ita ut punctum *e* Instrumenti correspondeat signo E spatii, & acus magnetica habeat eundem situm, quem habebat in C; & per dioptras Regulæ respice primò in baculum C; deinde in A, & posito Cursore supra punctum *e* vel E Instrumenti, correspondens E loco, Fig. XV. Icon. IV.

duc lineam E *a*; tandem in B, & posito Cursore in eodem puncto E, duc rectam E *b*. Nota jam puncta *b* & *a*, in quibus lineæ E *b*, & E *a* intersecant in charta lineas C *b*, & C *a*; & à puncto intersectionis *b*, usque ad punctum intersectionis *a*, duc rectam *ba*. Dico, tot esse passus inter duo loca B & A, quot particulas continet linea *b a* chartæ.

DEMONSTRATIO.

Duo triangula, C E A majus, & c E a minus, sunt æquiangula: nam angulus C E A, seu c E a, est communis utrique; angulus E C A, seu E c a, *est idem in utroque; angulus E A C majoris, est æqualis angulo E* a c *minoris*, per 32. primi. *Ergo* per quartam Sexti, *proportio lateris E* c *minoris trianguli, ad latus E* a *ejusdem minoris, est sicuti proportio lateris E C majoris ad latus E A ejusdem majoris: & permutando* juxta decimã sextam Quinti, *proportio lateris E* c *minoris, ad E C majoris, est sicuti proportio lateris E* a *minoris ad latus E A majoris; & è contrario. Quia igitur particulæ lateris E* c *minoris sunt tot, quot sunt passus lateris E C majoris; ideo & particulæ lateris E* a *minoris erunt tot, quot sunt passus lateris E A majoris. Iterum*

Duo triangula, b *E* c *parvum, & B E C magnum, sunt æquiangula: nam angulus B E C, seu* b *E* c, *in utroque est communis; angulus E C B, vel E* c b, *est idem in utroque; & reliqui duo sunt æquales*, per 32. primi. *Ergo* per quartam Sexti, *proportio lateris E* b *parvi ad latus E B magni, est sicuti proportio lateris E* c *parvi, ad latus E C magni: & quia particulæ lateris E* c *parvi sunt tot, quot sunt passus lateris E C magni; etiam particulæ lateris E* b *parvi erunt tot, quot sunt passus lateris E B magni. Iterum*

Duo triangula, b a *E parvum, & B A E magnum, sunt æquiangula: nam latera E B, & E A magni sunt secta proportionaliter in punctis* b *&* a, *eò quòd, sicut se habet E* b *parvum, ad E B magnum, ita se habet E* a *parvum ad E A magnum, ex demonstratis: Ergo* per secundam Sexti *latus* b a *parvum est parallelum lateri B A, magno: Ergo* per 29 primi, *anguli E* b a, *& E* a b *parvi, sunt æquales angulis E B A, & E A B magni; & angulus B E A, seu* b *E* a, *est utrique communis. Quam ergo proportionem habet E* b *parvi, ad* b a *parvi; vel quam proportionem habet E* a *parvi, ad* a b *parvi; eandem habet E B magni ad B A magni, vel E A magni ad B A magni. Cùm ergo E* b, *& E* a *parvi contineant tot particulas,*

quot

quot passus continent E B. & E A magni, ut probavimus; etiam b a *parvi continebit tot particulas, quot passus continet B A magni; quod erat inveniendum.*

ANNOTATIO.

SI adsint plura loca, quorum distantiæ ab invicem sint investigandæ: dirige ex utraque statione lineas visuales in omnia loca, & puncta intersectionum in charta conjunge rectis lineis modo dicto, & habebis intentum.

PROBLEMA VIII.

Metiri distantiam duorum extremorum, ad quorum unum accedi potest, mediâ altitudine mensuræ cognitæ erectâ in altero extremo, sive alterum extremum videatur, sive non.

DIstat locus A à loco B; existis in A, & in B erecta est perpendiculariter turris C B notæ altitudinis; vis scire quanta sit distantia inter A & B, sive videas ipsum B, sive non; sic operare. Fig. XVI. Icon. IV.

Colloca Instrumentum supra pedem suum accommodatū ita, ut sit ad horizontem perpendiculare, unumque quadrati latus sit parallelum altitudini C B, alterum sit parallelum horizonti, seu lineæ distantiæ A B. Deinde in Charta Instrumenti duc lineam A *b* parallelam horizonti, & aliam *b c* perpendicularem horizonti. In linea *bc*, à *b* usque ad *a*, numera tot particulas, quot palmorum est altitudo B C. Gyra quadratum Instrumenti, manente immobili orbe cum charta, & per dioptras Regulæ aspice summitatem C altitudinis. Quâ visâ, promove Cursorem supra punctum *c* lineæ *bc*, & juxta latus ipsius duc rectam *c* A. Dico, distantiam A B esse tot palmorum, quot particularum est A *b* linea Instrumenti.

DEMONSTRATIO.

DUo triangula, A C B, A c b, *sunt æquiangula: nam angulus A est communis utrique; anguli C & c sunt æquales* per 29 primi, *utpote internus & externus facti à rectâ secante duas parallelas; anguli B &* b *sunt*

sunt recti. Ergo per quartam Sexti, ut c b *ad* b *A, in parvo triangulo, ita C B ad B A in magno.*

ANNOTATIONES.

I.

EAndem distantiam A B invenies, si posito Instrumento ut dictum, ducas in Charta lineam d *A horizonti perpendicularem, & per dioptras Regulæ gyratæ videas summitatem C, & posito Cursore supra punctum A, ducas rectam* c *A, & ab A in* d *numeres particulas æquales seu pares palmis altitudinis C B, & per* d *ducas ad angulos rectos lineam* d c. *Quot enim particulas continebit linea* d c, *tot palmos continebit distantia A B. Ratio est, quia parvum triangulum A* d c *est æquiangulum magno A C B, ut patet, ideoque ut A* d *ad* d c, *ita C B ad B A.*

II. *Si numeres particulas comprehensas inter A* c *Instrumenti, habes palmos diametralis A C à loco A ad summitatem C.*

III. *Quomodo eadem distantia A B inveniri possit, etiamsi altitudo B C esset ignota, patebit ex dicendis cap. sequenti Problem. 2.*

PROBLEMA IX.

Duorum locorum distantiam metiri ex altitudine, etiamsi ignoretur quanta sit tota altitudo.

SUprà Problemate secundo diximus, quomodo inveniri possit distantia inter duo loca ex altitudine juxta alterutrum existente, si sciatur quanta sit altitudo. Quoniam verò contingere potest, ut totius altitudinis mensura ex ipsâ altitudine haberi non possit, propter ædificia, aliaque impedimenta, juxta basin existentia; alia arte utendum est.

Fig XVII Icon. IV. Esto igitur turris A C, à cujus base C ad signum D, intervallum sit explorandum. Instrumento turri ad A superiùs applicato, ut vides, duc in chartâ Instrumenti juxta Cursoris latus rectam A C, parallelam lateri A C turris; & demisso fune inquire partem altitudinis, v. g. ab A usque ad H inferiùs, nempe usque ad fenestram, aut portam turris; in lineam verò A C Instrumenti, ab A usque ad H v. g. transfer tot particulas, quot palmos invenisti inter A & H turris. Dirige deinde radium visualem per dioptras Regu-

Regulæ in D, & applicato Cursore ad punctum A, duc rectam A D in Charta Instrumenti. Transfer deinde Instrumentum in fenestram H, ibique colloca ut antea, ita tamen, ut H Instrumenti correspondeat H turris, quantum fieri potest; & dirige Regulam dioptricam iterum in D, applicatoque Cursore supra punctum H, duc rectam H D, quæ intersecet rectam A D in puncto D. Tandem à puncto intersectionis D ad rectam A C, duc lineam DC perpendicularem. Dico, particulas lineæ D C dare palmos distantiæ D C; simulque altitudinem totius turris A C, & altitudinem H C, & duas diametrales A D, & H D.

DEMONSTRATIO.

Triangulum A H D parvum, & A H D magnum, sunt æquiangula: quia angulus ad H est communis utrique, angulus ad A est idem in utroque, & reliqui sunt æquales, tum per 29, tum per 32. primi. *Ergo*, per quartam Sexti, & decimam sextam Quinti, *quam proportionem habet A H parvum ad A H magnum: eandem habet A D parvum, ad A D magnum: sed particulæ A H parvi sunt pares numero palmis ipsius A H magni, ex operatione facta; Ergo etiam particulæ ipsius A D parvi sunt pares numero palmis ipsius A D magni.*

Iterum triangulum A C D parvum, & A C D magnum sunt æquiangula: quia anguli C in utroque sunt recti, ex suppositione in uno, & ex constructione in altero; angulus A in utroque est idem; anguli reliqui sunt æquales, per 32. primi. *Ergo*, per quartam Sexti, *quam proportionem habet A D parvum ad D C parvum, eandem habet A D magnum, ad D C magnum: & permutando*, juxta decimam Sextam Quinti, *quam proportionem habet A D parvum, ad A D magnum, eandem habet D C parvum, ad D C magnum: sed particulæ A D parvi sunt pares numero palmis ipsius A D magni, ut ostensum est; Ergo etiam particulæ ipsius D C parvi, erunt pares numero palmis ipsius D C magni; quod erat inveniendum.*

ANNOTATIONES.

I.

Altitudinem totius turris A C dant particulæ lateris A C parvi trianguli A C D. Nam duo triangula, A D C parvum, & A D C magnum, sunt æquiangula, ut paulò antè probavimus: ergo sicut se habet

F A D, ad

A D, ad A C in parvo, ita se habet A D, ad A C in magno; & permutando, sicut se habet A D in parvo ad A D in magno, ita se habet A C in parvo ad A C in magno: sed A D in parvo continet tot particulas, quot palmos continet A D in magno, ut probavimus; Ergo etiam A C in parvo continebit tot particulas, quot palmos continet A C in magno; quod demonstrare volebam.

Si jam à tota altitudine inventa subtrahas altitudinem A H, remanebit altitudo H C.

II. *Aliter etiam eandem altitudinem A C, & H C, sic invenies, supposità demonstratione præmissa. Duo triangula, H C D parvum, & H C D magnum, sunt æquiangula; quia angulus ad H est utrique communis; angulus C est in utroque rectus; anguli reliqui sunt æquales,* per 32. primi. *Ergo H C parvi ad H C magni, se habet, sicuti C D parvi, ad C D magni: sed C D parvi continet particulas pares numero palmis C D magni, ut demonstratum fuit; Ergo etiam H C parvi continebit particulas pares numero palmis H C magni. Et ecce altitudo portionis H C; cui si addas portionem H A, habebis totam altitudinem turris.*

III. *Si turris non est sita juxta alterutrum extremorum, sed ab utroque remota; inquire primò, modo jam dicto, distantiam turris ab extremo proximiori, deinde à remotiori; & minorem subtrahe à majori, & habebis distantiam duorum extremorum.*

IV. *Diametrales lineas A D, & H D, dant particulæ laterum A D & H D in parvis triangulis, propter rationes jam dictas.*

V. *Si turris sit imposita monti, à quo prospici possit in planum monti proximum; poteris per hunc modum explorare, & altitudinem perpendiculi à turri usque ad planum, cui mons insistit; & distantiam alicujus signi in plano positi usque ad basim perpendiculi; & declivitatem montis; & distantiam inter duo loca in plano posita.*

PROBLEMA X.

Distantiam cacuminum duarum turrium inæqualium metiri.

Fig XVIII. Iconis. IV. Sint duæ turres A B, C D, inæqualis altitudinis, positæ in eodem plano horizontali, quarum distantia A C sit inquirenda; sic operare.

In

In plano horizontali elige duas ſtationes, E & F, quantumvis inter ſe diſtantes; & pone Inſtrumentum in E, ita ut planum ipſius imaginatione tranſeat per utriuſque turris cacumen; directâque dioptricâ Regulâ in A & in C, Curſore verò poſito in eodem puncto E chartæ, duc juxta ipſius latus duas rectas E A, & E C; & præterea directâ Regulâ in F, duc juxta Curſoris latus rectam E F. Numera deinde in linea E F chartæ, ab E uſque ad F, tot particulas, quot palmos numeraſti inter ſtationes E & F; & transfer Inſtrumentum in F, ibique dato ipſi priori ſitu, ita ut F Inſtrumenti correſpondeat F loci, dirige Regulam iterum in A & C; & poſito Curſore ſupra F punctum, duc rectas F A, & F C, quæ duas priores E A & E C, interſecent in A & C. Tandem per puncta interſectionum duc rectam A C. Dico, rectam A C in particulis manifeſtare diſtantiam A C in palmis.

DEMONSTRATIO.

Duo triangula, E A F parvum, & E A F magnum, ſunt æquiangula. Nam angulus E F A eſt communis utrique; angulus F E A eſt idem in utroque; & reliqui, per 32 primi, *ſunt æquales. Ergo,* per quartam Sexti, *ut in parvo E F ad E A, ita in magno E F ad E A; & permutando, ut E F parvi ad E F magni, ita F A parvi, ad F A magni; ac proinde quot particulæ ſunt in F A parvi, tot palmi ſunt in F A magni.*

Iterum duo triangula, E C F parvum, & E C F magnum, ſunt æquiangula. Nam angulus E F C eſt communis utrique; angulus F E C eſt idem in utroque; & reliqui duo, per 32. primi, *ſunt æquales. Ergo,* per quartam Sexti, & decimam Sextam Quinti, *ut E F parvi ad E F magni, ita E C parvi ad E C magni; ac proinde cum E F parvi contineat tot particulas, quot palmos E F magni, etiam F C parvi continebit tot particulas, quot F C magni palmos.*

Tandem, duo triangula, F A C parvum, & F A C magnum, ſunt æquiangula. Nam cùm duo latera magni F A, & F C, ſint ſecta proportionaliter in A & C, ut ex demonſtratis patet, (nam F A parvi continet tot particulas, quot F A magni palmos; ſimiliter & F C parvi continet tot particulas, quot F C magni palmos) erunt, per ſecundam Sexti, *latera A C utriuſque parallela; ac proinde,* per 29. primi, *anguli externi F A C, & F C A, æquales internis F A C, & F C A; eſt autem & angulus ad F utrique triangulo communis; æquiangula ergo ſunt dicta duo triangula*

F A C, ut dicebam; ac proinde, per quartam Sexti, & decimam sextam Quinti, *ut F C parvi, ad F C magni, ita C A parvi, ad C A magni: Atqui quot particulas continet F C parvi, tot palmos continet F C magni; ergo &c.*

PROBLEMA XI.

Ex turri metiri latitudinem fossæ, aut fluvii ante turrim extensi.

Fig. XIX. Icon. IV. SIt turris A B, fossa, aut fluvius ante ipsam extensus C D, cujus latitudo sit inquirenda. Inquire ante omnia duas diametrales A D, A C, in palmis, aut passibus, per Problema V. hujus Capitis. Quibus habitis, colloca Instrumentum in A ita, ut planum Instrumenti transeat per C & D fossæ; & directâ Regulâ in C & D, duc juxta latus Cursoris in A positi rectas A C, A D. Numera deinde in A C & A D chartæ tot particulas, ab A usque ad C, & D, quot palmos aut passus invenisti in diametralibus A C, A D; & per puncta C & D duc rectam D C, quæ dabit in particulis distantiam D C desideratam.

DEMONSTRATIO.

CVm diametrales A D, & A C, sint sectæ proportionaliter in D & C, eò quòd ut A D parvi, ad A D magni, ita A C parvi, ad A C magni; erit, per secundam Sexti, *recta D C parvi trianguli A D C, parallela rectæ D C magni trianguli A D C, ac proinde erit, ut A D ad D C parvi, ita A D ad D C magni.*

PROBLEMA XII.

Eâdem operâ invenire distantiam inter duos terminos ad quos accedi non potest, & quantum uterque à loco stationis electo distet.

PUlcherrimum est quod sequitur Problema, & ad multa utile, præsertim in rebus militaribus, hoc est, in oppugnandis urbibus, collocandis castris &c.

Sint

Sint igitur duo loca quælibet, & quantumlibet distantia inter se, & à te, A & B, ad quorum neutrum possis accedere. Colloca Instrumentum in + C, horizonti parallelum; & quiescente super meridianam lineam acu magneticâ, duc juxta latus Cursoris tres rectas C A, C E, & C B in charta Instrumenti. Deinde recede in directum per passus v. g. 40, usque ad D, & collocato Instrumento ut antea, numera in linea C E Instrumenti, à C usque ad D, 40 particulas; & per dioptricam Regulam respice in A, & B, ducendo duas rectas D A, D B; quæ necessariò intersecabunt rectas C A & C B, in duobus punctis, v. g. in A & B. Conjunge ergo hæc duo puncta per lineam rectam A B; & quot particulas invenies in linea A B Instrumenti, tot passus erunt inter loca A & B. Item, quot particulæ erunt in lineis C B, C E, D E &c. Instrumenti, tot passus erunt inter loca C B, C E, D E &c. Fig. XX. Iconis. V.

DEMONSTRATIO.

IN duobus triangulis, D C B parvo, & D C B magno, angulus ad D est cõmunis utriq; anguli ad C sunt æquales inter se, per 13. primi, *eò quòd angulus E C B parvi est æqualis angulo E C B magni, nempe unus & idem utrobique; & anguli ad B similiter sunt æquales,* per 32. primi. *Ergo,* per quartam Sexti, *ut D C parvi ad D C magni, ita tam D B, quàm C B parvi, ad D B & C B magni; ac proinde tot passus continebunt latera D B & C B magni, quot particulas latera D B & C B parvi. Eandem ob causam latera D A & C A magni continebunt tot passus, quot particulas latera D A & C A parvi. Tum sic. Vt D B parvi ad D B magni, ita D A parvi & D A magni. Ergo in triangulo majori D A B, latera D A, D B, sunt secta proportionaliter in punctis A & B: Ergo,* per secundam Sexti, *recta A B parvi est parallela rectæ A B magni: Ergo,* per quartam Sexti, *ut D B parvi, ad D B magni; ita B A parvi, ad B A magni; & consequenter, ut D B parvi, ad B E parvi, ita D B magni ad B E magni.*

Iterum, ut est B E parvi, ad E C, aut E D parvi; ita B E magni, ad E C, aut E D magni. Quæ erant invenienda.

COROLLARIUM.

HInc patet, quomodo investiganda sit distantia inter te & locum ante te positum, seu inter duo loca ad quorum alterum possis accedere & retrocedere in directum.

ANNOTATIONES.

I.

Non est necesse, ut punctum E inter duo loca, A & B, in quod collimat oculus, sit in medio lineæ A B.

II. *Neque est necesse, ut linea E C efficiat cum linea A B angulos rectos ad E.*

PROBLEMA XIII.

Aliter prædicta invenire in iisdem circumstantiis.

ORontius Finæus in sua Geometria practica utitur baculis duobus ad modum crucis se decussantibus, quorum brevior discurrit per longitudinem longioris, servato semper eodem angulo recto. Idem modus includitur etiam in Radio Astronomico Gemmæ Frisii, & Ursini Latini. Quod igitur in prædicto (& in omnibus aliis casibus) præstatur prædictis Instrumentis, præstari etiam potest nostro Instrumento. Sic igitur procede.

Sit ut antea proposita distantia A B. Per medium chartæ Instrumenti duc rectam E C protractam versus D, & aliam ipsi perpendicularem A E B, cujus pars E A sit æqualis parti E B, & utraque sit libitarum particularum, v. g. 30. Elige deinde stationem C tali conditione, ut recta C E producta usque ad lineam distantiarum A B, sit media inter A & B loca, & cum recta inter loca A B efficiat angulos rectos. His factis numera in linea E C Instrumenti, à C usque ad D, tot particulas, quot continet tota linea A B Instrumenti, nempe 60; & retrocede in directum, donec posito Cursore in punctis D A, D B, videas eadem loca A & B, ex eadem statione D. Dico, inter duo loca A & B esse tot pedes aut passus, quot pedes aut passus sunt inter duas stationes C & D.

DEMONSTRATIO.

Ex dictis in præcedenti Problemate, est ut D C Instrumenti ad C B Instrumenti, ita D C spatii inter duas stationes, ad C B spatii: & ut B C Instrumenti ad C E Instrumenti, ita B C spatii ad C E spatii: & ut C E Instru-

Instrumenti ad E B Instrumenti, ita C E spatii ad E B spatii. Ergo, per 17 Defin. & 22. Propos. Libri Quinti Euclid. hoc est, per æqualitatem, *erit ut D C Instrumenti ad E B Instrumenti; ita D C spatii ad E B spatii. Cùm igitur D C Instrumenti sit duplum ipsius E B Instrumenti, ex operatione facta; erit etiam D C spatii duplum ipsius E B spatii; & consequenter spatium inter duas stationes D C, erit æquale spatio inter duo loca A B.*

ANNOTATIO.

HÆc praxis tunc tantùm est legitima, quando linea utriusque stationis excurrens usque ad lineam distantiarum, dividit illam bifariã, & ad angulos rectos, & consequenter baculus brevior seu transversarius est parallelus lineæ distantiarum. Vtrum verò prædictæ conditiones in praxi de facto observentur, nullâ ratione ex operatione colligi potest. Nam potest quis ex prima (& etiam ex secunda) statione aspicere utrumque locum per utrumque extremum lineæ A B Instrumenti aut baculi, & tamen lineã distantiarum non esse parallela transversaria lineæ A B, nec secari bifariam, nec ad angulos rectos, ut consideranti patet. Vnde meo judicio parallogizat Bettinus Apiario 2. Progym. 3. Propos. 1. Schol. 2. dum probat C D, F G, in suo schemate, hoc est, in nostro schemate A B baculum transversarium, & A B lineam distantiarum, esse parallela, ex eo, quòd triangula à se adducta sint æquiangula: cùm tamen ipsemet in Demonstratione Propositionis supponat esse parallelas, & factâ hac suppositione probet, triangula à se adducta esse æquiangula.

CAPUT SECUNDUM.

De Dimensione Altitudinum verticalium.

ALtitudines verticales voco illas, quæ insistunt horizonti perpendiculariter, ut sunt turres, ædificia, arbores, columnæ, & similia.

PROBLEMA I.

Altitudines verticales, ad quas accessus patet, metiri.

Esto

Fig. XXI. Iconif. V. ESto turris, domus &c. A B, ad horizontem perpendicularis, ad quam liberè accedere possis. Numera à B basi turris usque ad C, quotlibet pedes, aut palmos; & colloca Instrumentum supra pedem suum accommodatum, ita ut sit horizonti perpendiculare, prout figura monstrat, in C; directâque Regula dioptricâ in B, fac juxta Cursoris latus lineam C *b* horizonti parallelam; deinde directâ eâdem Regulâ in A, & posito Cursore supra C punctum, duc lineam C *a*. His factis, numera à C usque ad *b* chartæ tot particulas, quot pedes numerasti à C signo usque ad basin B; & ex *b* chartæ erige perpendicularem *b a*, quæ intersecet lineam C *a* in *a*. Dico, particulas lineæ *b a* chartæ dare pedes altitudinis B A.

DEMONSTRATIO.

IN duobus triangulis A B C, a b C *angulus ad C est communis utrique, anguli ad B &* b *sunt recti, ex suppositione & operatione; anguli ad A &* a *sunt æquales*, per 29 & 32 primi. *Ergo ut particulæ* C b *ad particulas* b a, *ita pedes C B ad pedes B A*, per quartam Sexti, & decimam sextam Quinti.

ANNOTATIONES.

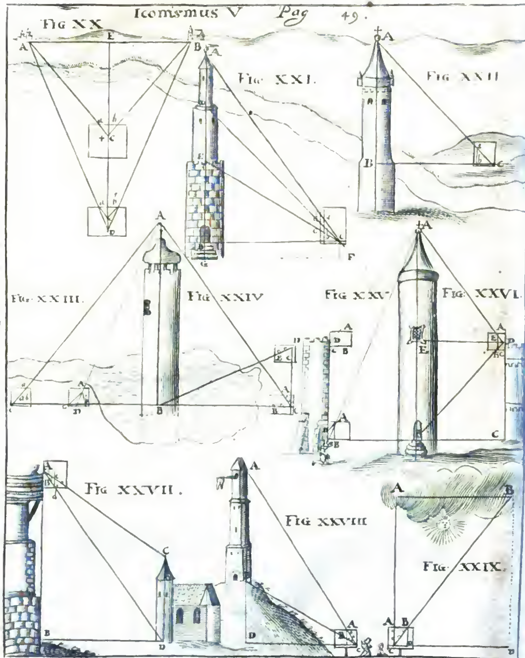
I.

ALtitudini A B inventæ, in hoc, & in omnibus sequentibus casibus, debes adiicere altitudinem pedis Instrumenti, nempe in casu posito altitudinem C F, hoc est, B G: nam per operationem factam reperitur solùm altitudo A B, non altitudo A G.

II. *Particulæ lineæ* C a *parvi trianguli dant pedes lineæ diametri C A magni trianguli.*

Fig. XXII Iconif. V. III. *Si spatium inter basin B turris & locum C stationis tuæ, non est æquale, sed cavitatibus & monticulis plenum; extende chordam* à *C usque ad B. Item si idem spatium est declive, dirige Regulam dioptricam horizonti parallelam in turrim, & nota in ipsa turri punctum, ad quod terminetur radius visualis: factâ enim operatione modo dicto, habebis altitudinem à cacumine usque ad punctum notatum; cui altitudini, si adiicias spatium usque ad terram, (habitâ ratione altitudinis pedis) habebis totam altitudinem turris*

IV. *Notandum verò hic est, per prædictam & sequentes similes præ-*



Icomsmus V Pag 49.
FIG XX
FIG XXI.
FIG XXII
FIG XXIII.
FIG XXIV
FIG XXV
FIG XXVI.
FIG XXVII.
FIG XXVIII
FIG XXIX.

pra-

praxes, tunc tantùm inveniri præcisè altitudines perpendiculares, quando distantia inter locum stationis, & basim turris non est notabilis; si enim notabilis esset, committi posset error, longèque minor inveniretur altitudo, quàm reverâ est, ut acutè notavit Cabæus in Meteor: & Ricciolus lib. 2. Almag. c. 4. n. 8. & lib. 10. sect. 4. Probl. 31. & 32. ubi etiam remedium adhibet, quod apud ipsum legere poteris.

COROLLARIUM.

Ex his colligitur, quomodo mensuranda sit portio alicujus altitudinis verticalis, v. g. distantia inter fenestram D, & cacumen A; item distantia inter duas fenestras D & E. si enim primò investiges altitudinem majorem à terra, deinde minorem; & minorem subtrahas à majori; remanebit distantia seu differentia inter utramque, v. g. inter D B & E B.

Easdem portiones E D, D A, dant particulæ parvi lateris a b *comprehensæ inter* e d, d a *&c.*

PROBLEMA II.

Altitudines verticales metiri ad quas accessus non patet, potest tamen in directum retrocedi.

Esto turris A B, ad cujus basin B accedere non possis, propter fossam, ædes adiunctas &c. utere duabus stationibus C & D, sic. Fig. XXIII Iconism. V.

Colloca Instrumentum in C horizonti perpendiculare, & juxta Cursoris latus duc in charta lineam C *b* horizonti parallelã. Respice deinde per dioptras Regulæ cacumen A turris, & applicato Cursore supra punctum C, duc rectam in charta C *a*. His factis procede versus turrim usque ad D, & numera pedes inter C & D interiectos; simulque in lineâ C *b* chartæ numera ex *c* usque ad *d* tot particulas, quot pedes numerasti à statione C usque ad stationem D. His etiam factis; colloca Instrumentum in D, ita ut D Instrumenti respondeat D loci; & dirige Regulam Diopticam iterum in cacumen A, Cursorem verò pone supra punctum D, & fac lineam D *a*, quæ intersecet lineam C *a* in *a*. Post hæc à puncto intersectionis *a* demitte perpendicularẽ *a b* ad lineã *c b* chartæ. Dico jam, turrim A B continere tot pedes, quot par-

ticulas continet perpendicularis *a b* chartæ. Dico præterea, rectam *b* D dare latitudinem fossæ, si D fuit prope fossam; *b c* distantiam primæ stationis à turrri; D *a*, & *c a* lineas diametrales à locis stationum ad cacumen A. vide etiam sequens Problema.

DEMONSTRATIO.

D*Vo triangula A C D majus, & a c D minus, sunt æquiangula, propterea quòd angulus A D C est communis utrique; & angulus A C D est idem cum angulo* a c *D; & reliqui sunt æquales*, per 32 primi. *Ergo*, per quartam Sexti, & decimam sextam Quinti, *proportio lateris D* a *minoris, ad latus D A majoris, est sicuti proportio D* c *minoris, ad D C majoris. Quia ergo latus D* c *minoris continet tot particulas, quot pedes continet latus D C majoris, & è contrà; sequitur quòd etiam latus D* a *minoris contineat tot particulas, quot pedes continet latus D A majoris, & è contrà.*

Iterum duo triangula A D B majus, & a D b *minus, sunt æquiangula propterea quòd angulus B &* b *in utroque est rectus; angulus A D B est communis utrique; & reliqui sunt æquales*, per 32. primi. *Ergo*, per quartam Sexti, & decimam sextam Quinti, *proportio lateris* a b *minoris ad latus A B majoris, est sicuti proportio lateris* a *D minoris, ad A D majoris, & è contrà. Quoniam igitur A D majoris continet tot pedes aut palmos, quot particulas continet* a *D minoris; sequitur quòd etiam A B majoris contineat tot pedes aut palmos, quot particulas continet* a b *minoris; quod erat inquirendum.*

ANNOTATIONES.

I.

S*I primam stationem facias in D, & secundam in C, & ex* d *charta usque ad* c *numeres particulas, & reliqua omnia præstes, ut dictum; invenies eandem altitudinem, propter eandem rationem hactenus explicatam.*

II. *Non est necesse, ut videatur basis turris, sed sufficit ut Regula & Cursor in basim directi, sint paralleli horizonti.*

III. *Si numeres particulas lateris D* b *trianguli* a *D* b *parvi, habebis distantiam D B, nempe à D usque ad basim turris B. Ratio est, quia duo triangula A B D,* a b *D sunt æquiangula, & habent latera homologa proportionalia; ac proinde ut particulæ* a b *parvi ad palmos A B magni, ita particulæ* b *D parvi ad palmos B D magni.*

IV. S

IV. *Si verò numeres particulas* c b *parvi trianguli* a c b, *habebis distantiam C B, nempe à C remotiori ad B basin turris; à qua distantia C B si subtrahas distantiam duarum stationum C & D, remanet distantia inaccessibilis D B. Ratio ex dictis patet, quia utrobique triangula minora sunt similia majoribus.*

COROLLARIA.

I.

Ex dictis colligitur primò, qua ratione mensuranda sit altitudo perpendicularis alicujus Montis, etiamsi ad basim perpendicularis accedi non possit propter montis acclivitatem. Si enim primam stationem facias in C à monte remotiori, alteram in D monti propinquiori, & ex utroque loco aspicias verticem montis, aut signum aliquod vertici impositum, & reliqua præstes ut dictum; habebis perpendicularem à vertice montis usq; ad planum cui mons insistit, & in quo operationem instituisti.

Eandem altitudinem habebis, si invenias declivitatem montis juxta dicta Cap. 1. Probl. 1. Coroll. 3. & à summitate ad lineam horizontalem demittas perpendicularem; hæc enim dabit tibi in particulis altitudinem quæsitam.

II. *Colligitur secundò, qua ratione invenienda sit distantia à loco stationis, seu primæ, seu secundæ, usque ad perpendicularem montis, aut turris, arcis &c. monti imposita. Vnde si perforandus esset mons, & arci imposita supponendus pulvis pyrius; quantum perforandum sit, scies.*

III. *Colliges tertiò, quomodo invenienda sit acclivitas montis secundùm lineam rectam: si enim secundam stationem facias prope montem, & numeres particulas* D a *parvi trianguli* D a c; *habebis intentum.*

IV. *Colliges quartò, quomodo mensuranda sit portio alicujus altitudinis verticalis, ad quam non possis accedere; si nimirum primò investiges majorem, deinde minorem altitudinem, demum subtrahas minorem à majori, ut dictum in Corollario Problematis præcedentis.*

V. *Colliges quintò, quomodo mensuranda sit distantia duorum locorum, quando in altero extremo erecta est altitudo ignotæ mensuræ; quod monuimus Cap. præcedente Probl. 8. Annotat. 3.*

ANNOTATIO.

Hic modus inveniendi altitudinem inaccessam per duplicem stationem, est omninò similis modo inveniendi distantiam inaccessam duorum locorum tradito suprà Cap. 1. Probl. 12. & 13.

PROBLEMA III.

Metiri altitudines verticales, ad quas neque accedi potest, neque in directum retrocedi, sed tantùm ad latus.

Fig. XXIV. Iconis. V. SIt metienda turris A B præcedentis figuræ inaccessibilis, velisque eam metiri ex loco C, ex quo tamen non possis retrocedere, sed solùm in transversum ire versus D, unde videre possis basim turris B, & locum C; sive ex loco C possis videre basim B, sive non. Per Problema aliquod Capitis primi præcedentis investiga ex D intervallum C B: deinde ex C, per dicta Problemate primo hujus Capitis investiga altitudinem A B.

ANNOTATIONES.

I.

HAc ratione investigare etiam poteris portionem alicujus turris, si nimirum priùs investiges distantiam C B, & deinde opereris modo dicto in præcedenti Corollario 4.

II. *Poteris etiam hac ratione investigare distantiam diametralem à C usque ad A. Item ex distantia C A altitudinem turris invenire.*

PROBLEMA IV.

Altitudinem verticalem metiri ex alia altitudine, per duas stationes.

Fig. XXV. Iconis. V. SIt turris A B, quam velis metiri ex loco C; sed neque in directum, neque in transversum recedere possis ex C ad faciendas duas stationes in plano. Elige, aut erige in loco C altitudinem D C; & conscensâ ejus summitate, statue Instrumentum horizonti perpendiculare, & in charta duc duas rectas, C B horizonti parallelam, & D C intersecantem priorem in C ad angulos rectos. Deinde fune aliquo explora altitudinem DC, & in lineam D C chartæ transfer ex D in C tot particulas, quot palmorum est altitudo D C. Posthæc per dioptras Regulæ aspice summitatem A, & Cur-

Cursore ad punctum D applicato duc rectam D A. Descende jam, & colloca Instrumentum in C eo modo, quo antea collocaveras in D, ita tamen, ut punctum C Instrumenti correspondeat loco C. Respice deinde per dioptras in A summitatem turris; & posito Cursore supra punctum C, duc rectam C A, intersecantem in A rectam D A. Tandem ex A puncto in lineam C B duc rectam perpendicularem A B. Dico, turrim A B continere tot palmos, quot particulas continet linea A B Instrumenti.

DEMONSTRATIO.

Duo triangula, A D C majus, & A D C minus, sunt æquiangula: quia angulus D C A est communis utrique; angulus ad D est idem in utroque; & anguli D A C sunt æquales, per 32. primi. *Ergo*, per quartam Sexti, & decimam sextam Quinti, *ut D C majus, ad D C minus; ita C A majus, ad C A minus: Sed D C majus continet tot palmos, quot D C minus particulas; Ergo & C A majus continebit tot palmos, quot C A minus particulas.*

Iterum duo triangula C A B majus, & C A B minus, sunt æquiangula: quia anguli ad B sunt recti; angulus A C B est communis utrique; & reliqui sunt æquales, per 32. Primi. *Ergo*, per quartam Sexti, & decimam sextam Quinti, *ut A C majus, ad A C minus; ita A B majus, ad A B minus: Sed A C majus continet tot palmos, quot A C minus particulas; Ergo & A B majus continet tot palmos, quot A B minus particulas.*

ANNOTATIONES.

I.

Particulæ C B minoris trianguli dant intervallum inter duas turres: & particulæ C A ejusdem minoris dant diametralem C A majoris in palmis.

II. *Hic modus inservit etiam ad inveniendam altitudinem perpendicularem alicujus montis: & etiam distantiam horizontalem à loco stationis usque ad basim perpendicularis, ut consideranti patet.*

III. *Vt hic ex minori altitudine invenimus majorem, ita ex majori inveniri potest minor.*

IV. *Quomodo ex unica statione turris inveniri possit altitudo alterius turris, dicemus Capite 5. Problem. 2.*

PROBLEMA V.

Altitudinem verticalem majorem metiri ex minore, per unicam stationem.

Fig. XXVI. Iconis. V. SIt turris A B major metienda ex turri B C minore. Metire distantiam inter C & B, per modum aliquem ex Capite I. v.g. per Problema secundum prædicti Capitis. Deinde colloca Instrumentum in D, prout figura monstrat, & dirige Regulam atque Cursorem in signum E quodcunque, & duc rectam D E in charta juxta latus Cursoris. Iterum dirige Regulam in A, & in B; positoque Cursore supra punctum D, duc rectas D A, D B. Tandem à puncto D, usque ad punctum E chartæ numera tot particulas, quot palmos invenisti inter B C; & per punctũ E duc rectam A B, turri A B parallelam, hoc est, rectæ D E perpendicularem. Dico, hanc rectam A B in particulis dare tibi altitudinem turris A B.

DEMONSTRATIO.

DVo triangula D A E; & duo alia D B C, sunt æquiangula. Nam cùm recta A B sit parallela turri A B, erunt anguli E E, A A, item E E, B B, æquales, per 29. primi; *est autem angulus ad D communis: Ergo ut D E parvum, ad D E magnum; ita E A, & E B parva, ad* **E A, & E B** *magna; hæc autem duo dant totam altitudinem.*

COROLLARIUM.

EX his colligitur, qua ratione dimetiri possis quamcunque altitudinem verticalem per unicam stationem, si nimirum è loco stationis erigas perpendiculariter hastam, vel scalam, sive notæ, sive ignotæ altitudinis; & Instrumentum ita ad eius summitatem applices, ut operatio modo dicto institui possit.

PROBLEMA VI.

Altitudinem verticalem minorem ex majori metiri.

Fig. XXVII Iconis. V. SIt ex turri A B notæ altitudinis metienda turris C D. Colloca Instrumentum in A, ut vides; & duc in charta duas rectas, A B, B D,

B D, quarum illa sit horizonti perpendicularis, hæc parallela. Numera deinde ex B usque ad A tot particulas, quot palmos continet turris A B; & directâ Regulâ in C & in D, positoque Cursore in A, duc rectas A C, A D. His factis, ex puncto D, ubi linea A D intersecat lineam B D, erige rectam D C, perpendicularem rectæ B D. Dico, particulas rectæ D C dare altitudinem C D.

DEMONSTRATIO.

Bina triangula A B D, sunt æquiangula, cùm angulus ad A sit communis, & ad B rectus; Ergo cùm A B minoris contineat tot particulas, quot palmos A B maioris; etiam A D minoris continebit tot particulas, quot palmos continet A D maioris.

Iterum, bina triangula A C D sunt æquiangula: nam angulus ad A est communis utrique, anguli tam ad D, quàm ad C, sunt æquales, per 29. primi: *Ergo ut se habet in minori latus A D ad D C, ita se habet in maiori latus A D ad D C; & vicissim; Sed A D maioris continet tot palmos, quot A D minoris particulas; ergo etiam D C maioris continet tot palmos, quot D C minoris particulas.*

PROBLEMA VII.

Altitudines verticales in monte positas, ad quas accessus patet, metiri.

ESto turris A B in monte posita, observanda ex C dorsi montis; sitque distantia à C usq; ad B per rectam lineam 40 verbi gratiâ palmorum. Colloca Instrumentum in C; dirige dioptricam Regulam in B, & in A; positoque Cursore in puncto quocunque C chartæ, duc rectas C *b*, C *a*. Numera deinde ex C usque ad *b* Instrumenti particulas 40, & per *b* duc rectam *a b* perpendicularem horizonti, ope perpendiculi. Dico, rectam *a b* continere tot particulas, quot palmos A B. F. XXVIII. Iconism. V.

DEMONSTRATIO.

Bina triangula A B C, & a b *C sunt æquiangula, quia turris A B, & recta* a b, *sunt parallela,* per Sextam undecimi, *cùm utraque sit ad horizontem recta; & lineæ* a C, b C, *incidentes in ipsas, efficiunt angulos exter-*

ternos æquales internis; & angulus C est communis utrique. Habent ergo circa æquales angulos latera proportionalia, & est, ut C b parvum, ad C B magnum, ita B a parvum, ad B A magnum,

PROBLEMA VIII.

Altitudines in monte positas, ad quas accessus non patet, metiri.

ESto ut antè turris A B supra montem posita, ad quam non possis accedere.

Si existis in planitie infra montem; cape per Problema II. hujus Capitis primò altitudinem B D, deinde altitudinem A D; & subtrahe minorem à majori, remanebitque altitudo A B.

Si es in montis dorso, ubi non potes recedere in directum; aut in planitie, & similiter non potes recedere; cape per Probl. IV. hujus capitis primò altitudinem solius montis B D, deinde montis & turris simul; & subtractâ minore ex majori, remanebit altitudo turris. Demonstratio patet ex citatis locis.

PROBLEMA IX.

Metiri altitudinem turris ex ipsa turri, quando basis turris non potest videri.

UTere modo dicto Capite primo, Problemate 9, & habebis intentum.

PROBLEMA X.

Altitudinem nubium verticalium metiri.

Fig. XXIX, Iconism. V. SIt nubes verticalis, hoc est, quæ vertici tuo immineat, A B, & sit quiescens. Quære locum C, ex quo per lineam horizonti perpendicularem aspicere possis extremitatem A nubis. Colloca ergo Instrumentum in C, & per Regulam aspice extremitatem A, ductâ secundùm latus Cursoris rectâ C A. Iterum aspice per Regulam extremitatem B, & Cursore posito in puncto C Instrumenti, duc rectam C B. Quære jam alium locum D, vel per te ipsum,

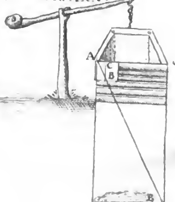

FIG XXX.

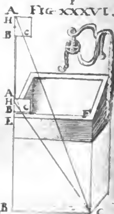

FIG XXXI.

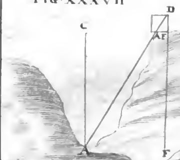

FIG XXXII

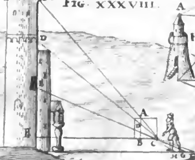

FIG XXXIII

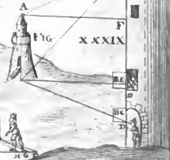

FIG XXXIV.


FIG XXXV.


FIG XXXVI.


FIG XXXVII


FIG XXXVIII.


FIG XXXIX

ipsum, vel per socium, ex quo per lineam perpendicularem aspici possit altera nubis extremitas B. Numera jam palmos inter loca C & D interiectas, & in rectam C D Instrumenti, ex C in D, transfer tot particulas, quot palmos invenisti; atq; ex D erige perpendicularem D B. Dico, D B in particulis dare altitudinem nubis in palmis.

DEMONSTRATIO.

DVo triangula B C D sunt æquiangula, ut patet; estque ut C D parvum ad D B parvum, ita C D magnum ad D B magnum.

PROBLEMA XI.

Altitudinem nubium non verticalium metiri.

SIt nubes non verticalis A, & tu existas in C. Colloca Instrumẽtum in C, ut vides, & ductâ rectâ C D horizonti parallelâ, dirige Regulam in A, & juxta latus Cursoris duc rectam C A. Procede deinde, vel alium mitte versus D, donec punctum A fiat tibi aut ipsi verticale; & numera palmos inter loca C & D; in lineam verò C D Instrumenti transfer tot particulas, quot inter C & D loca invenisti palmos, & ex D erige perpendicularem, quæ secet rectam C A, in A. Dico, rectam D A in particulis dare tibi altitudinem D A nubis. Fig. XXX. Iconis. VI.

DEMONSTRATIO.

DVo triangula C A D sunt æquiangula, ut patet, ac, proinde est C D intervallum ad D A altitudinem, ut C D particulæ ad D A particulas. Vide plura infrà.

PROBLEMA XII.

Aliter metiri altitudinem nubium non verticalium.

SIt nubis A altitudo perpendicularis A E dimetienda ex locis C & D. Colloca Instrumentum in C, & ductâ rectâ horizontali C E, aspice per dioptras nubis extremitatem seu punctum quodcunque determinatum A; & applicato Cursore puncto C, duc rectam C A in Instrumento. Procede deinde ad stationem D, & ex Fig. XXXI. Iconis. VI.

C Instrumenti usque ad D numera tot particulas, quot pedes numerasti ex loco C ad locum D; positoque puncto D Instrumenti in loco D, aspice iterum per dioptras punctum A nubis; applicatoque Cursore puncto D Instrumenti, duc rectam D A, secantem priorem lineam C A in A. His factis, demitte ex puncto A Instrumenti perpendicularem A E; & hujus particulæ indicabunt tibi numerum pedum altitudinis A E nubis.

DEMONSTRATIO.

Duo triangula C A D sunt æquiangula, quia angulus ad C, est idem in utroque, angulus ad D, communis utrique, & anguli ad A æquales, per 32. primi. *Ergo ut C D parvi, ad C D magni; ita D A parvi ad D A magni.*

Iterum, duo triangula D A E sunt æquiangula, quia angulus ad D est communis utrique, angulus ad E est rectus in utroque, & anguli ad A æquales, per 32. cit. *Ergo ut D A parvi ad D A magni; ita A E parvi ad A E magni.*

ANNOTATIONES.

I.

Potest eodem tempore, quo tu ex C aspicis punctum A, & formas rectam C A, alius ex D aspicere idem punctum A. & formare rectam D A, in aliquo asserculo ritè collocato: si enim tunc in charta aliqua ducatur recta C E, fiat angulus æqualis angulo A C E, numerentur particulæ à puncto C usque ad punctum D tot, quot sunt palmi inter C & D, fiat angulus A D E, demittatur perpendicularis A E; habebis idem quod antea.

F. XXXII Iconis. VI. II. *Si una statio fiat in C, altera in O, & à C Instrumenti usque ad O sumantur tot particulæ, quot pedes sunt inter loca C & O, & à puncto intersectionis A Instrumenti demittatur perpendicularis A E. dabit hæc altitudinem A E nubis. Demonstratio facilis est, & ex dictis colligitur.*

PROBLEMA XIII.

Altitudinem turris in fossa positæ metiri.

F.XXXIII. Iconis. VI. Sit fossa A B C D, turris E F. Metire profunditatem A B fossæ fune demisso. Colloca Instrumentum in A, ut vides; dirige Regulam in E, & in F, ductis juxta Cursoris latus rectis A E, A F. Numera deinde ex A in B chartæ tot particulas, quot palmorum est

est profunditas A B fossæ: & ex B duc perpendicularem B F, intersecantem A F in F; & ex F erige perpendicularem F E, quæ dabit tibi altitudinem turris.

DEMONSTRATIO.

D*Uo triangula A E F, sunt æquiangula, per* 29. primi; *sicut & duo A B F: (suppono enim rectus E F esse inter se parallelas, & horizonti perpendiculares) Ergo, ut A B ad F A in parvo, ita A B ad F A in magno: Item ut A F ad F E in parvo, ita A F ad F E in magno.*

ANNOTATIO.

D*Iametralem A E in palmis, dat A E Instrumenti in particulis. Idem dicendum de diametrali A F, & horizontali B F.*

PROBLEMA XIV.

Metiri altitudinem verticalem ex summitate ipsius, quando nota est distantia quædam horizontalis à basi altitudinis.

UTere modo dicto Capite primo, Problemate secundo, & invenies quod quæris. Utere inquam modo dicto, non ut ibi habetur, sed accommodatè ad hunc casum.

CAPUT TERTIUM

De Dimensione Profunditatum.

PRofunditates hîc appello lineas perpendiculariter descendentes è loco superiori, vel ascendentes ex inferiori; cujusmodi sunt profunditates puteorum, vallium &c. quæ etiam vocari possunt verticales profunditates, & eandem ferè dimetiendi rationem habent cum verticalibus altitudinibus.

PROBLEMA I.

Profunditates puteorum metiri.

ESto puteus D F E C, æqualem habens latitudinem, superiùs D C, & inferiùs F E; cujus profunditatem usque ad aquæ su- F. XXXIV Iconis. VI.

perficiem ſcire velis. Metire primò ejus latitudinem D C, quæ ſit v. g. 20 palmorum: deinde applica Inſtrumentum, ut vides, & duc in charta duas, B C, F C, interſecantes ſe orthogonaliter in C. His factis, numera ex C uſque ad F chartæ 20 particulas, & dirige Regulam in F putei; poſitoque Curſore in puncto F Inſtrumenti, duc rectam F B. Dico, profunditatem putei eſſe tot pedum, quot particulæ continentur in B C chartæ.

DEMONSTRATIO.

Demonſtratio fundatur in proportione laterum homologorum duorum triangulorum ſimilium B F C, & ex jam ſæpe dictis patet.

ANNOTATIO.

Subtrahendum tamen eſt latus B C Inſtrumenti. Quod ſi B Inſtrumenti eſſet in C lineæ D C, nihil eſſet ſubtrahendum.

PROBLEMA II.

Aliter puteorum profunditates metiri.

F. XXXV. Iconiſ. VI. Applica Inſtrumentum ut vides, & directâ Regulâ in B, applicatoque Curſore in A, duc in Inſtrumento rectam A B. Numera deinde ex A Inſtrumenti uſque ad punctum C tot particulas, quot palmos continet latitudo A C putei, & ex C demitte perpendicularem C B; quæ dabit tibi profunditatem putei. Demonſtratio fundatur in duobus triangulis ſimilibus A C B.

PROBLEMA III.

Profunditatem puteorum, aliarumque rerum depreſſarum aliter metiri.

F. XXXVI. Iconiſ. VI. Erige ſupra os putei, ubi E, haſtam E A ad perpendiculum; & applicato Inſtrumento in A, ductiſque in charta rectis A B, C B ſecantibus ſeſe orthogonaliter in B, dirige Regulam in G putei, & ſimul applicato Curſore ad punctum A, duc rectam A C. His præſtitis, numera in haſta ex A uſque in H inferius v. g. 30 palmos, totidemque particulas ex A uſque ad H Inſtrumenti, punctum-

ctumque H Instrumenti applica ad punctum H inferius hastæ; iterumque per Regulam aspice punctum C putei, applicatoque Cursore puncto H, duc rectam H C, intersecantem rectam A C in C: à quo puncto C si duces perpendicularem C B, ad latus A B Instrumenti; dabunt particulæ A B totam lineam A B, nempe à summitate hastæ usque ad imum putei; particulæ verò H B dabunt profunditatem putei ab H usque ad B.

DEMONSTRATIO.

Demonstratio fundatur in triangulis A B C, & A H C, prout explicatum est in simili suprà Capite I. Probl. 9.

ANNOTATIO.

Hac eâdem ratione mensurari potest profunditas vallium ex monte, aliarumque profunditatum ex altitudinibus.

PROBLEMA IV.

Profunditatem vallis metiri.

Sit vallis A, cujus profunditas sit mensuranda ex monte D F, videndumque quanta sit perpendicularis C A. Elige in planitie montis, aut in ejus dorso, duas stationes, ex quibus videre possis signum A; & investiga per dicta Capite I. Probl. 1. Coroll. 3 distãtiam diametralem D A. Quâ habitâ, erige Instrumentum in mõte, ut vides, & per dioptras respice in A, positoque Cursore in D, duc rectam D A; in qua ex D, usque ad A, numera tot particulas, quot palmos invenisti inter D & A. Deinde ex A instrumenti ad ejus latus D F, duc perpendicularem A F. Dico, tot palmorum esse perpendicularem montis D F, & consequenter vallis C A, quot particularum est linea D F Instrumenti. Auferri tamen debet altitudo Instrumenti ex profunditate inventa. Iconis. VI. F. XXXVII

DEMONSTRATIO.

Demonstratio fundatur in similitudine duorum triangulorum D A F, uti jam sæpe diximus in præcedentibus.

ANNOTATIONES.

I.

EÆdem particulæ D F dant palmos à D usque ad F centrum montis. Particulæ verò F A dant distantiam F A.

II. *Si monti sit imposita turris, poteris per duas stationes in ipsa factas indagare vallis profunditatem, modo dicto Problemate præcedente.*

III. *Si in ipsa valle fieri possint duæ stationes, poterit eadem profunditas, seu potiùs altitudo D F, seu C A mensurari per Problema secundum cap. 2. Et etiam declivitas.*

CAPUT QUARTUM.

De Dimensione distantiarum diametralium.

DIstantias seu lineas diametrales voco, distantias à termino quopiam in planitie constituto usque ad alium in eminentiori loco situm; qualis est distantia C A in figura sequentis Problematis. Est porrò hujus distantiæ diametralis inventio summè utilis atque necessaria Belli ducibus ad fabricandas scalas, aut pontes, in propugnaculorum oppugnationibus. Scimus enim ex Polybio, Philippum Regem Macedonum gravi clade affectum ex eo, quòd ad Melitæorum urbem capiendam scalas non satis longas muris admoverat. Idem contigit Gallis ad Mediolanum, & Austriacis ad Canisam. Inservit eadem res missilibus ignitis in arcem monti impositam proiiciendis.

PROBLEMA I.

Distantiam diametralem invenire, quando ad basim altitudinis accedi potest, aut nota est ipsa altitudo.

F. XXXIIX Iconis. VI. SIt invenienda distantia C A, aut C D, aut C E. Metire in palmis v. g. 50 intervallum C B; & collocato Pantometro in C, ductisque in Instrumenti charta rectis A B, C B, numera ex B usque in C particulas 50, & dirige regulam in A, aut D, aut E; positoque

toque Cursore supra punctum C Instrumenti, duc rectam CA, aut CD, aut CE. Dico, particulas in CA Instrumenti dare distantiam quæsitam in palmis. Vide Probl. 8. cap. I.

DEMONSTRATIO.

Demonstratio constat ex dictis Capite I. Probl. 1. & alibi passim toto hoc Libro.

COROLLARIUM.

Ex his colligitur, quotiescunque nota est distantia aliqua ab altitudine, aut ipsa altitudo, inveniri nullo negotio lineam diametralem.

ANNOTATIO.

Si Instrumentum fuit accommodatum supra suum pedem, addenda est ad diagonalem distantiam inventam, distantia diagonalis ab Instrumento usque ad terram, nempe à C usque ad F, aut G, aut H: quæ habetur, si filum juxta latus Cursoris extendatur rectà usque ad terram, ut figura monstrat.

PROBLEMA II.

Distantiam diametralem invenire, quando ad basim altitudinis non potest accedi, neque nota est ipsa altitudo.

Utere modo dicto Capite 2. Probl. 2. & particulæ linearum CA, vel DA instrumenti, dabunt tibi quæsitum.

PROBLEMA III.

Distantiam diametralem invenire ope Instrumenti, sine observatione, quando nota est altitudo, & distantia ab ipsa.

Si scias tam altitudinem turris AB præcedentis figuræ, Problematis primi, quàm distantiam BC à basi turris; invenies diametralem sine ulla observatione sic. In charta duc duas rectas

AB,

AB, CB, interſecantes ſe orthogonaliter in B, prout in prædictâ figura factum vides: à B verſus A transfer tot particulas, quot palmos continet altitudo nota; ab eodem B verſus C transfer tot particulas, quot continet diſtantia nota à baſi turris: fines particularum utriuſque lineæ conjunge lineâ rectâ C A, & in ipſa invenies diſtantiam diametralem in particulis Curſoris.

PROBLEMA IV.

Declivitatem & acclivitatem alicujus montis invenire, quando non eſt valdè inæqualis.

Utere modo dicto in Corollario 3. Cap. 1. Probl. 1. & invenies quod quæris, ob rationem ibidem dictam.

PROBLEMA V.

Diagonale intervallum ex ipſa altitudine metiri.

Utere modis dictis Capite 1. Probl. 2. 5. 9.

CAPUT QUINTUM.

De Dimenſione variorum intervallorum.

PRoponam hoc capite nonnullos caſus dimetiendi varia intervalla ſeu diſtantias, quas ſimul notas eſſe quis deſiderat; licet ſingulæ earum diſtantiarũ ex traditis jam modis inveniri poſſint.

PROBLEMA I.

Duarum altitudinum verticalium inæqualium, & non in eodem plano horizontali exiſtentium diſtantiam inter ſe, & diametralem alterutrius unà cum altitudine invenire ex alterutra.

F. XXXIX. Iconiſ. VI. SIt turris, arx &c. A B minor, & altiori loco ſita; C D turris, aut arbor, aut navis major, & depreſſiori loco ſita; veliſque ex C D invenire prædicta; ſic operare.

Primò,

Primò, distantias C B, & D B habebis sic. Applica Instrumentum in D, verticaliter erectum, & directâ regulâ in B, duc in charta juxta latus Cursoris rectam D B, aliamque verticalem D C. Deinde conscende in C, & metire in palmis, demisso fune, altitudinem C D; applicatoque Instrumento verticaliter in C, numera ex D chartæ in C usque tot particulas, quot palmorum est altitudo C D; & dirigendo in B Regulam cum Cursore posito in C Instrumenti, fac lineam C B, quæ intersecet priorem D B in B. His factis, dabunt particulæ D B distantia D B à basi ad basim; particulæ verò C B dabunt distantiam diametralem C B, à puncto B usque ad punctum C.

DEMONSTRATIO.

Quia duo triangula C B D, sunt æquiangula, eò quòd angulus ad C sit communis, ad D idem in utroque, ad B unus alteri æqualis, per 32. primi, *ut ergo C D nota in particulis, ad C D notam in palmis; ita C B nota in particulis, ad C B ignotam in palmis*, per quartam Sexti, & decimam sextam Quinti. *Item, ut C D parvi, ad C D magni trianguli, ita D B parvi, ad D B magni.*

Secundò, distantiam horizontalem E B habebis, si ex loco aliquo altitudinis C D, nempe ex E dirigas in B lineam visualem horizontalem; & applicato Instrumento, metiaris intervallum E D, numeresque in linea D C Instrumenti, ex D in E, tot particulas, quot palmos invenisti in intervallo E D; ducasque rectam E B, intersecantem D B in B: particulæ enim E B Instrumenti dabunt palmos E B intervalli horizontalis. Vel sine alia operatione, ex punctis intersectionis B ad latus C D Instrumenti duc perpendicularem E B.

DEMONSTRATIO.

Quia triangula E B D sunt æquiangula, cùm angulus ad E sit communis utrique, angulus ad D idem in utroque, reliqui æquales, per 32. primi. *ut ergo D E nota in particulis, ad D E notam in palmis; ita E B nota in particulis, ad E B ignotam in palmis.*

Tertiò, altitudinem A B habebis, si ex alio loco altitudinis C D, nempe ex F, dirigas in A, aliam horizontalem F A, metiarisque distantiam inter F & E: hæc enim distantia seu altitudo F E, erit æqualis altitudini A B.

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim in quadrilatero A B F E, duæ rectæ A B, F E parallelæ sunt ex suppositione; suntque anguli ad F & E recti, ex constructione, erunt etiam anguli ad A & B recti, utpote æquales angulis F & E, per 29. primi. *Parallelogrammuum ergo est, quadrilaterum A B F E,* per Scholium Clavii trigesimæ quartæ primi, *eò quòd oppositos angulos habeat æquales, vel eò quòd omnes angulos habeat rectos; ac proinde adversa latera F A, E B sunt æqualia,* per 34. primi.

ANNOTATIO.

Eandem altitudinem A B invenies, si ex D & C, opereris modo dicto Capite secundo Probl. 4. *Simili præterea modo invenies diametralem D A.*

PROBLEMA II.

Ex una turris statione metiri alterius turris altitudinem, & distantiam horizontalem, & Diametralem.

Fig. XI. Iconis. VII. Ex loco C turris C D, sit invenienda turris A B altitudo, distantia horizontalis D B, & diametralis C B, C A. sic operare.

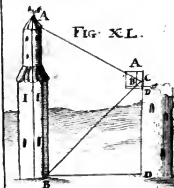
Fune demisso metire altitudinem C D, & applicato Instrumento in C, duc juxta directionem Regulæ & Cursoris rectas C B, C D. Ex C usque ad D Instrumenti numera particulas tot, quot invenisti ex C in D turris palmos; & ex D puncto duc rectam perpendicularem D B, secantem C B in B; dabitque D B in particulis distantiam horizontalem D B in palmis; & C B in particulis, dabit distantiam diametralem C B in palmis.

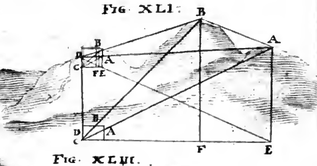
DEMONSTRATIO.

Duo triangula C B D, sunt æquiangula; ergo habetur intentum.

Altitudinem porrò A B, & diametralem C A, sic invenies. Duc rectam C A, juxta directionem Regulæ & Cursoris in A; & ex puncto B Instrumenti erige perpendicularem B A, secantem C A in A; dabitque B A altitudinem, C A diametralem quæsitam.

DE-





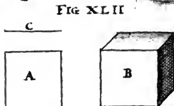


Fig. XLIII.

A 10 B

C D

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2									20
3									30
4									40
5									50
6									60
7									70
8									80
9									90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

E F

Fig. XLIV.

A E 5 D

G F

5 25 5

B 5 C

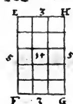


Fig. XLVI

A

B C

Fig XLVII

A

3 30

5

50

40

B 4

Fig. XLVIII.

M D

X

N

Fig. XLIX.

A B

C E D

A B

C E D F

DE.

DEMONSTRATIO.

DVo triangula C A B, sunt æquiangula, quia angulus C est communis, anguli A & B sunt æquales angulis A & B, per 29. primi. *Ergo ut C B ad C B, ita C A, ad C A; vel ut A B ad A B, ita C A ad C A.*

PROBLEMA III.

Trium montium aut turrium distantias ab invicem, unà cum altitudine, determinare.

SInt tres montes, aut turres A E, B F, D C. In monte D C elige duas stationes, C & D. In statione C colloca Instrumentum ita, ut planum ipsius transeat per cacumina B & A simul, & directâ in A, & in B Regulâ, cum Cursore posito supra punctum C, duc rectas C B, C A, C D. Deinde transfer Instrumentum in D, & colloca iterum ut antea; & à puncto C Instrumenti ad punctum D numera tot particulas, quot palmis distat statio D, à statione C; & directâ iterum Regulâ cum Cursore in A, & in B, duc rectas D A & D B, intersecantes rectas C B, C A, in punctis B & A, & duc rectam B A. Dabunt particulæ D B, distantiam D B; particulæ B A, distantiam B A; particulæ D A, distantiam D A; particulæ C A, distantiam C A; particulæ denique C B, distantiam C B. Fig. XLI. Iconif. VII.

DEMONSTRATIO.

DVo triangula D A C sunt æquiangula: nam angulus D est communis, angulus A C D est idem in utroque, reliqui sunt æquales, per 32. primi. *Ergo sicuti distantia D C continet tot palmos, quot linea D C particulas, ita distantia C A, & D A, continent tot palmos, quot linea C A & D A particulas.*

Iterum, duo triangula D C B, sunt æquiangula: nam angulus ad D est communis, angulus B C D est idem in utroque; reliqui sunt æquales, *per 32. primi.* Ergo sicuti C D distantia continet tot palmos, quot D C linea particulas; ita C B & D B distantiæ continebunt tot palmos, quot C B & D B lineæ particulas.

Iterum, duo triangula D A B sunt æquiangula: nam angulus D est communis, latera D A, D B sunt secta proportionaliter,

ac proinde anguli D A B, D B A parvi trianguli, sunt æquales eisdem magni trianguli, *per* 29. *primi*, cùm lineæ A B parvi, & A B magni, sint parallelæ, *per secundam Sexti*. Ergo sicuti A D distantia continet tot palmos, quot A D linea particulas, ut probavimus; ita A B distantia continet tot palmos, quot A B linea particulas, *per* 4. *Sexti*.

ANNOTATIO.

Altitudo A E colligitur ex particulis lineæ D E ejusdem parvi trianguli, demissâ perpendiculariter ex puncto A in lineam C E Instrumenti, si turres sint in eodem plano horizontali. Similiter altitudo B F colligitur ex linea B F Instrumenti. Distantia D E, ex particulis lineæ D E ejusdem parvi trianguli colligitur. Ratio patet ex dictis. Si turres non sint in eodem plano horizontali, investigentur distantiæ C F, C E in palmis, & ex puncto C Instrumenti usque ad puncta F & E, transferantur totidem particulæ, & ducantur rectæ A E, B F: dabuntque hæ turrium A E, B F altitudines.



LIBER



LIBER III.

EMBADOMETRICUS,

sive

De Dimensione superficierum.

S*Uperficies apud Mathematicos est magnitudo longa ac lata, carens profunditate. Geometræ tamen practici seu Agrimensores, nomine superficierum intelligunt planities camporum, hortorum, vinearum, pratorum, & similium rerum; item sylvas per planities extensas; & quidquid denique in longum, in latum, in circulum, & in quamcunque figuram planam est extensum, & secundùm superficiem suam mensurabile. De superficierum itaque dimensione, ut non solùm methodicè ac ordinatè, sed clarè ac breviter agamus, nonnulla præmittenda duximus, præsertim in gratiam Tyronum. Duas ergo partes habebit hic Liber; Prima continebit Prolegomena; altera Problemata.*

PARS PRIMA CONTINENS PROLEGOMENA.



Getur in his Prolegomenis de variis speciebus seu divisionibus superficierum, de famosis mensuris Geometrarum, tandemque de calculo Geometrico, seu de Arithmetica Geometrica. Licet enim in dimensione superficierum per nostrum Instrumentum non sit omninò necessaria Arithmeticæ cognitio atque operatio, ut suo loco indicabimus; tamen faciliùs & certiùs cum illa, quàm sine illa, dimensiones prædictæ peraguntur, saltem in aliquibus casibus.

CAPVT PRIMVM

De variis Superficierum speciebus.

Superficies dividitur in planam, cavam, & convexam. Plana dividitur in rectilineam, curvilineam, circularem, & mixtam. Rectilineæ superficies sunt, quæ rectis circumscribuntur lineis, seu quorum omnia latera sunt recta.

Dividuntur rectilineæ superficies in trilateras, quadrilateras, & multilateras; sive in triangulares, quadrangulares, & multangulares; quæ etiam vocantur græcè trigonæ, tetragonæ, & polygonæ. Trilateræ, seu triangulares appellantur triangula, & dividuntur in triangula rectangula, & obliquangula; & hæc in acutangula, & obtusangula. Hæ tres triangulorum species appellantur græcè triangula orthogonia, oxygonia, & amblygonia.

Quadrilateræ superficies dividuntur in quadrata, oblonga, rhombos, rhomboides, & trapezia. Multilateræ dividuntur in regulares, & irregulares. Regulares sunt, quæ habent & latera æqualia & angulos æquales. Irregularia sunt, quæ aut latera, aut angulos, aut utraque inæqualia habent.

Cur-

Curvilinearum superficie[illegible] variæ sunt species. Inter illas censentur ellypticæ (quas aliqui vocant ovales) hyperbolicæ, & parabolicæ. Circulares sunt circuli: Mixtæ sunt, quæ habent latera partim recta, partim curva, cujusmodi sunt circulorũ segmenta, & similia.

Superficies Cavæ sunt interiores superficies sphærarum, cylindrorum, conorum, & similium rerum intus cavarum. Convexæ sunt exteriores superficies earundem rerum, & quorumcunque solidorum sphæricorum, cylindraceorum, & conicorum.

Omnium superficierum hactenus enumeratarum figuræ propriis locis exhibentur.

CAPUT SECUNDUM

De variis superficierum mensuris.

IN superficiebus mensurari possunt ac debent latera, & area seu capacitas lateribus conclusa. Utraque mensurantur palmis, pedibus, passibus, cubitis, ulnis, perticis, milliaribus, & similibus majoribus minoribusvè mensuris; cum hac tamen differentia, quòd latera mensurentur simplicibus palmis, pedibus, passibus &c. area verò seu capacitas, palmis, pedibus, passibus &c. quadratis.

Ut hæc intelligantur, sciendum est, pedem geometricum (quod dico de pede, intelligendum etiam est de palmo, passu, cubito, pertica, milliari &c.) triplicem esse. Primus dicitur simplex, & est linea uno pede longa; qualem refert linea C, si sit uno pede longa. Secundus dicitur pes quadratus; & est superficies uno pede longa, & uno pede lata; qualem refert figura A, si singula ejus latera sint longa integro pede. Germanicè vocatur Creutz Schuh / pes cruciatus, hoc est, superficies secundùm longitudinem & latitudinem, seu quasi per crucem, habens mensuram unius pedis. Tertius dicitur pes cubicus; & est corpus aliquod habens sex superficies, quarum quælibet est longa & lata uno pede; qualem refert figura B, si singula ejus latera seu superficies sint longæ ac latæ uno pede, seu contineant unum pedem quadratum. Fig. XLIII. Iconis. VII.

Horum

Horum trium pedum primo metimur lineas, eoque hactenus usi sumus in præcedenti Libro nostræ Geometriæ practicæ; Secundo metimur superficies, eoque utimur in hoc tertio Libro, & in quarto sequenti, tertio metimur corpora, eoque utemur in Libro quinto & sexto. Itaque lineas metimur lineis, superficies superficiebus, corpora seu solida corporibus seu solidis.

Mensuræ porrò communissimæ apud Agrimensores seu practicos Geometras sunt duæ, pes, & pertica. Pedis magnitudo apud varias nationes varia est, & nunc major, nunc minor, ut vidimus Lib. 1. par. 2. Pertica apud nonnullos continet 16 pedes, apud alios 12, apud plerosque 10, ut ibidem diximus. Et hæc divisio perticæ in decem pedes etiam apud Antiquos in usu erat; unde Decempeda dicebatur; & Agrimensores, qui eâ utebantur, Decempedatores. Est etiam hæc divisio commodissima, præ cæteris, & miram in arithmeticis operationibus, ad superficierum dimensionem necessariis, facilitatem affert, ut postea videbimus. Quare suaserim, ut omnes utantur perticâ divisâ in decem æquales partes, quæ pedes, aut palmos, aut aliàs mensuras perticâ minores repræsentent; præsertim cùm quævis aliæ perticæ in Decempedas facilè converti possint, ut docet Erasmus Rheinoldus in suo de Geometria Libro germanica lingua scripto.

Fig. XLIII. Icon. VII. Decempeda igitur, ut & aliæ mensuræ suprà nominatæ, triplex est; Simplex, quadrata, & cubica. Simplex continet decem pedes simplices, estque nihil aliud, quàm linea decem pedibus longa; qualem repræsentat linea A B hîc posita. Decempeda quadrata continet centum pedes quadratos, estque nihil aliud, quàm superficies longa decem pedibus simplicibus, & totidem pedibus simplicibus lata; qualem repræsentat figura C D E F apposita: si enim singula ejus latera dividantur in decem pedes, & puncta divisionum opposita conjungantur rectis lineis; resultat superficies continens centum pedes quadratos, ut figura monstrat. Decempeda cubica est corpus longum, latum, & profundum seu altum, unâ Decempedâ.

Campi, horti, prata, vineæ, sylvæ, & similia dividi solent, ac mensurari, aliâ majori mensura, quæ apud antiquos dicebatur Jugerum, quia tantum erat terræ spatium, quantum uno die jugum boum arare potest. Apud nonnullos populos adhuc in usu est hujus-

juſmodi menſuræ genus, & variis nominibus appellatur, & in varias minores menſuras dividitur, præcipuè tamen in perticas, & pedes. Jugerum ſemper habet longitudinem ac latitudinem, ideoque non dividitur in ſimplex & quadratum, ſed ſemper eſt quadratum, aut æquivalens quadrato.

Tandem notandum eſt, pedem dividi ſolere in duodecim æquales partes, quas uncias vocant (germanicè Zoll;) & has in alias duodecim, quas vocant minuta; quorum quodlibet ſubdividi poteſt in alia duodecim, quæ appellentur minuta ſecunda. Meliùs tamen & commodiùs erit, ſi pes dividatur in decem partes, ſeu uncias; & uncia in decem minuta; & minutum in decem ſecunda, & ſic deinceps, ſi opus fuerit; ſic enim longè faciliùs peragentur operationes arithmeticæ, ut videbimus. Itaque.

Decempeda ſimplex	continet	decem	pedes ſimplices
Pes ſimplex			uncias ſimplices
Uncia ſimplex			Minuta ſimplicia
Minutum ſimplex			Secunda ſimplicia
Secundum ſimplex			Tertia ſimplicia.

Decempeda quadrata	continet	centum	pedes quadratos
Pes quadratus			uncias quadratas
Uncia quadrata			Minuta quadrata
Minutum quadratum			Secunda quadrata
Secũdum quadratum			Tertia quadrata.

Alia tamen & commodior appellatio nonnullarum partium ex prædictis, afferetur in capite ſequenti.

CAPUT TERTIUM

De Numero, & Calculo Geometrico, ſeu de Operationibus Arithmeticis in Geometria practica uſitatis, in genere.

IN hoc tertio, & quarto ſequenti libro, licet non omnino neceſſariæ, utiliſſimæ tamen ſunt quatuor vulgatæ ſpecies Arithmeticæ practicæ, quæ ſunt Additio, Subtractio, Multiplicatio, Divi-

sio; & praeterea Extractio radicis quadratae. Bene ergo in illis exercitatum esse oportet Geometram. Quoniam verò, si per usitatam viam incedatur, solent plurimùm negotii facessere numeri fracti; excogitarunt Recentiores Mathematici numeros, quos vocant Geometricos; quorum ope facillimè, & sine ulla fractionis molestia, praedictae operationes absolvuntur. Operationes verò Arithmeticas hujusmodi Numerorum subsidio peractas appellant calculum Geometricum.

Ut verò scias, quid Numerorum Geometricorum, & quid calculi Geometrici nomine Mathematici intelligant, recolendũ est id, quod in praecedenti capite diximus, nempe Recentiores Geometras dividere Decempedam in decem aequales partes, easque appellare Prima; deinde singula hujusmodi Prima subdividere in decem alias aequales partes, easque Secunda appellare; rursus singula Secunda distribuere iterum in decem aequales partes, easque appellare Tertia. Potest ulteriùs, si lubet, aut expedit, quodlibet Tertium dividi in decem Quarta, quodlibet Quartum in decem Quinta, & sic deinceps.

Ex his constat primò, Decempedas esse Integra, Prima esse pedes, Secunda esse uncias, Tertia esse minuta. Constat ulteriùs, Prima seu pedes esse partes decimas Decempedarum; Secunda centesimas, Tertia millesimas. Et tametsi in agrorum dimensionibus raro ultra Prima seu Pedes procedatur; tamen in aliis dimensionibus, praesertim stereometricis, de quibus in sequenti quinto & sexto libro, saepe accidit ut ultra Prima & Secunda progredi sit necesse.

Compendii porrò causâ Geometrae, exemplo Astronomorum, hos suos Geometricos numeros peculiari ratione signare solent: nam supra numerum integrarum Decempedarum notare solent cyphram, supra Prima unam virgulam, supra Secunda duas, supra Tertia tres, supra Quarta quatuor virgulas, & ita deinceps. Exempli gratia, numerum significantem decem decempedas, 8 Prima, 6 Secunda, 4 Tertia, ita scribere & signare solent:

$\overset{0}{10}, \overset{\prime}{8}, \overset{\prime\prime}{6}, \overset{\prime\prime\prime}{4}$. Item hunc alium numerum: $\overset{0}{20}, \overset{\prime}{3}, \overset{\prime\prime}{0}, \overset{\prime\prime\prime}{7}, \overset{\prime\prime\prime\prime}{5}$, sic signant & enuntiant; viginti Decempedae, tria Prima, nulla Secunda, septem Tertia; quinque Quarta.

Nota

Nota hic, quod diximus suprà de mensuris simplicibus quadratis, & cubicis, applicandum etiam esse præsentibus mensuris: sunt enim Decempedæ, Prima seu pedes, Secunda seu unciæ, Tertia seu minuta &c. simplicia, quadrata & cubica.

CAPUT QUARTUM.

De Additione Numerorum Geometricorum

IN superficierum dimensionibus addi solent, seu in unam colligi summam, Decempedæ, Prima, Secunda &c. Simplicia, & quadrata. Recolendum igitur est, decem Prima Simplicia efficere unam Decempedam Simplicem; & decem Secunda Simplicia unum Primum Simplex; & decem Tertia simplicia unum secundum Simplex. At verò centum Prima quadrata efficiunt unam Decempedam quadratam; & centum Secunda quadrata unum Primum quadratum; & centum Tertia quadrata unum Secundum quadratum. Quod bene notandum est, alioquin enormes committi possunt errores in Additione, & in aliis sequentibus Operationibus.

In Additione igitur Simplicium Numerorum scribantur Integra sub Integris, Prima sub Primis, Secunda sub Secundis, Tertia sub Tertiis &c. Deinde instituatur operatio ut in vulgari modo, nempe incipiendo à dextra versus sinistram, & colligendo numeros in dextima columna repertos in unam summam, & deinde numeros reliquarum columnarum. Quoties verò repereris 10. in summa aliqua alicujus columnæ collecta, toties pone unum ad proximè sequentem numerum, & residuum pone infra numeros additos. Sed in Exemplis res meliùs patebit.

Sint igitur addendi hi tres numeri: $24^{\circ}, 6^{\prime}, 3^{\prime\prime}$; $20^{\circ}, 2^{\prime}, 4^{\prime\prime}$; $8^{\circ}, 4^{\prime}$. Scribe illos ut in exemplo vides: deinde incipiendo à dextra collige in unam summam 3 & 4 Secunda; quæ quoniam efficiunt solùm 7, scribe 7 infra lineam. Collige deinde 4, & 2, & 6 Prima: quæ quoniam efficiunt 12 Prima, & decem Prima efficiunt unam Decempedam; scribe infra lineam solùm 2, & pro reliquis decem adde unum numeris sequentis columnæ. Collige tandem 8 & 4

°	′	″
24,	6,	3.
20,	2,	4.
8,	4.	
53	2	7

Integra, quæ faciunt 12, & addito uno priùs retento, 13; ſcribe ergo 3 infra lineam, & unum adde numero ſequenti, qui eſt 2, & 2, quæ addito uno faciunt 5, infrà ſcribenda. Erit igitur totalis ſumma, $\overset{\circ}{53}, \overset{\prime}{2}, \overset{\prime\prime}{7}$, id eſt, Quinquaginta tria Integra, duo Prima, & Septem Secunda.

°	′
4	17.
18,	2.
9,	0.
20,	40.
36,	73
88,	32.

In Additione quadratorum Numerorum ſcribe numeros ut antè, & incipe à ſiniſtra, & quoties ſumma collecta unius ſeriei excedit 100, appone unum ſequentis ſeriei numeris, & reſiduum ſcribe infra lineam. Exempli gratia, ſint addendi numeri hîc in exemplo poſiti. Prima addita efficiunt 132; ſcribe ergo infra 32, & adde unum Integris; quæ ſimul cum hoc efficiunt 88.

CAPUT QUINTUM.

De Subtractione Numerorum Geometricorum.

POſſunt ac ſolent ſubtrahi numeri Simplices à ſimplicibus, & quadrati à quadratis; non verò ſimplices à quadratis, & è contra.

Utrobique numeri eodem ſigno notati, ſeu ejuſdem ſpeciei, ſibi invicem ſupponuntur, nempe Integra ſub Integris, Prima ſub Primis, Secunda ſub Secundis &c. Incipitur à dextra verſus ſiniſtram; operatio fit, ut in vulgata Subtractione; reſiduum quod ſcribitur infra lineam, eandem denominationem accipit, quam habent numeri ſupra lineam ſcripti.

Exempla.

Primum

°	′	″
8.	7.	5.
3.	5.	2
5.	2.	3.

Secundum.

°	′	″	‴	⁗
8.	9.	3.	4.	2
3.	0.	0.	8.	
5.	9.	2.	6.	2

QUando ſubtrahendæ ſunt partes, ſcilicet Prima, Secunda, Tertia &c. ab Integris, & numeri ſunt Simplices; tunc numero

mero Integrorum addi debent tot cyphræ, quot virgulas habet ſupra ſe numerus partium, qui primus eſt à dextera in ſerie partiū. Exempli gratia, ſi ab 8 Integris ſubtrahenda ſunt 2 Prima, addi debet ad 8 una cyphra: ſi 2 Prima, & 3 Secunda; addi debent duæ cyphræ; ſi 2 Prima, 3 Secnnda, 4 Tertia; addi debent ad 8 tres cyphræ. Sic ergo ſtabunt ſequentia Exempla.

primum.	Secundum.	Tertium.
o	o	o
8 0	8 0 0	8 0 0 0
′	′ ″	′ ″ ‴
2	2. 3	2. 3. 4.
o ′	o ′ ″	o ′ ″ ‴
7. 8	7. 7. 7	7. 7. 6. 6

Ratio hujus rei eſt, quia ut Prima ſubtrahantur ab Integris; item Secunda & Tertia ab Integris; debent Integra converti in Prima, Secunda, Tertia &c. quod fit per additionem cyphrarum modo prædicto: & hoc ideo, quia multiplicatio fit per 10.

Eodem modo ſi à Primis ſubtrahenda ſunt Secunda, aut Tertia; addi debent Primis, una, aut duæ cyphræ, & operatio inſtitui, ut dictum.

Quando verò ſubtrahendi ſunt numeri quadrati à numeris quadratis, ſcilicet partes ab integris, aut partes plurium virgularum à partibus pauciorum virgularum; tunc loco unius cyphræ addi debent duæ, & loco duarum quatuor, & loco trium ſex &c. verbi grati, ſubtrahenda ſint 2 Prima quadrata ab 8 Integris quadratis; aut 2 Prima, & 3 Secunda quadrata ab 8 Integris &c. debent ſtare exempla, ut ſequitur.

Primum	Secundum	Tertinm
o	o	o
8 0 0	8 0 0 0 0	8 0 0 0 0 0 0
′	′ ″	′ ″ ‴
2	2. 3	2. 3. 4
o ′ ″	o ′ ″ ‴	o ′ ″ ‴ ⁗ V VI
7. 9. 8	7. 9. 9. 7. 7	7. 9. 9. 9. 7. 6. 6

RAtio verò hujus rei est, quia unum Integrum quadratum æquivalet 100 Primis quadratis, & 10000 Secundis quadratis, & 100000 Tertiis quadratis; quæ quidem æquivalentia habetur per additionem cyphrarum modo dicto.

Eodem modo si à Primis quadratis subtrahi debent Secunda quadrata, aut Tertia &c. addi debent ad Prima duæ, aut quatuor cyphræ; idque ob eandem rationem jam dictam.

CAPUT SEXTUM

De Multiplicatione Numerorum Geometricorum.

MUltiplicatio in hac præsenti Geometriæ practicæ specie, quæ de superficierum dimensionibus agit, maximè est necessaria, & in omnibus operationibus adhibenda; ideoque valde familiarem sibi reddat ipsam Geometra necesse est.

Sciendum autem est, ac bene notandum, quando multiplicantur inter se numeri simplices, seu significantes mensuras simplices, produci numeros quadratos, seu significantes mensuras quadratas; ut si 4 Decempedæ simplices multiplicentur per 3 Decempedas simplices, producuntur 12 decempedæ quadratæ.

Quid porrò producatur, dum multiplicantur perticæ per pedes, & pedes per uncias, aut perticæ & pedes per pedes &c. alii multis docent Regulis; nos qui divisione denaria Integrorum, Primorum, Secundorum &c. utimur, nulla peculiari Regula indigemus, nisi sequente unica, quæ universalis est pro omnibus mensurarum speciebus, supposita prædicta denaria divisione.

Pro Multiplicatione Numerorum Geometricorum Simplicium (de quibus solùm hîc agimus) hæc duo observabis.

Primò, scribe multiplicatorem sub multiplicando, prout fieri solet in vulgata multiplicatione; deinde operationem institue eo penitus modo, quo fieri solet in eadem multiplicatione vulgari, nulla omnino adhuc habita ratione Primorum, Secundorum &c. ac si omnes numeri essent integri, aut omnes unius cujuscunque speciei, v. g. Prima, Secunda &c.

Secundò, peracta operatione, ac descripto infra lineam totali producto, vide quot virgulis signata sit dextera figura tam

Mul-

Multiplicandi, quam Multiplicatoris; & totidem virgulis, quot in utraq; figura reperies, signabis dextimam figuram totalis producti, reliquas verò ejusdem producti figuras versus sinistram nota unâ semper virgulâ minùs. Sed in exemplis res clariùs apparebit.

Sint igitur multiplicandæ 3 Decempedæ, & 2 Prima, per 2 Decempedas, & 4 Prima. Scribe numeros sub se invicem, ut vides in primo Exemplo, & duc vulgari modo 24 in 32; producentur 768. Quia igitur duæ dextimæ figuræ, nempe 2, & 4 (quæ sunt dextimæ figuræ Multiplicandi & Multiplicatoris) habent singulæ unam virgulam; notabis supra 8, quæ est dextima figura producti, duas virgulas, hoc est, denominationem Secundorum (sed quadratorum;) at supra proximè sequentem figuram, 6, notabis unam virgulam, seu signum Primorum; & supra, 7, notabis cyphram, seu signum Integrorum (sed quadratorum.) Si igitur detur superficies quadrilatera rectangula, cujus unum latus sit longum 3 decempedas, & 2 Prima, hoc est, 32 pedes simplices; alterum verò latus sit latum 2 decempedas, & 4 Prima, id est, 24 pedes simplices; continebit tota area seu capacitas ipsius 7 decempedas quadratas, 6 Prima, & 8 Secunda quadrata. Sed hæc meliùs intelligentur ex dicendis infrà in Problematis.

Primum

```
 0  '
 3. 2.
 0  '
 2. 4.
------
 12 8
 64
------
 7°.6'.8''.
```

Sint iterum multiplicandæ $6^{0}, 3^{\prime}, 4^{\prime\prime}$, per $4^{0}, 2^{\prime}$, hoc est, sex decempedæ, tria prima, quatuor secunda, per quatuor decempedas, & duo secunda. Scribe numeros ut vides in secundo Exemplo, operare ut in præcedenti Exemplo, & producentur $2^{0}\,6^{\prime}\,6^{\prime\prime}\,2^{\prime\prime\prime}, 8$. Ubi vides, dextimam figuram producti, nempe 8, esse signatam signo Tertiorum, quia duæ dextimæ figuræ supra lineam habent simul tres virgulas.

Secundū.

```
 0  '  ''
 6. 3. 4.
    0  '
    4. 2.
---------
 1 2 6 8
 2 5 3 6
---------
 0 ' '' '''
 2 6.6.2.8
```

Sint denique multiplicandæ 3 Decempedæ, & 4 Prima, per 2 Prima: stabit Exemplum, ut vides in margine, dabitque productum $6^{\prime}, 8^{\prime\prime}$. In hoc Exemplo videtur productum esse minus quam Multiplicandus numerus, cùm in hoc sint Integra, in illo minimè; non tamen ita res se habet, quia in producto sunt Prima & Secunda quadrata, at in Multiplicando sunt Integra & Prima simplicia.

Tertium.

```
 0 '
 3 4
   2'
------
 6'. 8''.
```

Ratio

Ratio verò prædicti modi operandi est, quòd propter denariam Decempedæ divisionem ac subdivisionem hac ratione idē præstatur, ac si Integra Multiplicandi ac Multiplicatoris resolverentur in partes; & partes majores in partes minores, ac deinde productum divideretur, ut fieri solet per aliorum Regulam multiplicandi, prout consideranti patebit.

CAPUT SEPTIMUM

De Divisione Numerorum Geometricorum.

IN Divisione Numerorum Geometricorum, dividendus numerus significat superficies, seu numeros significantes mensuras quadratas; Divisor significat unum latus superficiei illius, quam exprimit numerus dividendus; Quotiens denique proveniens significat alterum latus ejusdem superficiei. Verbi gratia, sint propositæ 24 Decempedæ dividendæ per 3 Decempedas; sensus est, quòd sit superficies aliqua continens 24 Decempedas quadratas in sua area, & habens in latitudine 3 Decempedas simplices, quæritur igitur alterum latus quot decempedarum simplicium sit in longitudine?

Possunt dividi numeri ejusdem speciei, id est, significantes vel sola Integra, vel sola Prima, vel sola Secunda &c. Possunt etiam dividi numeri diversarum specierum, ut Integra, Prima, & Secunda &c. Divisor præterea potest significare res ejusdem speciei, & res diversarum specierum.

In omni porrò divisione proceditur ut in divisione vulgari, observando solùm duo.

Primum est; Quando prævidetur fore, ut peractâ divisione remaneat aliquod residuum, adeoque occurrat aliqua fractio; adjungantur Dividendo numero duæ, aut tres cyphræ cum notis partium convenientium; ut si Dividenda sint 25 Integra, proximè sequens cyphra significet Prima, altera verò cyphra significet Secunda. Hoc autem ideo fit, ut numerus Dividendus reducatur ad numerum significantem minores partes, saltem Secunda: si enim habentur Secunda, satis præcisa & exacta erit divisio, etiamsi remaneant Tertia & Quarta; quia hæc ordinariè sunt tam exigua, ut sine errore possint negligi.

Secun-

Secundum est, ut peractâ divisione modo communi, videatur quot virgulis signata sit dextima figura tam Divisoris, quàm Dividendi; ac deinde minor numerus virgularum subtrahatur à majori; & denique tot virgulis signetur dextima figura Quotientis, quot post factam subtractionem remanserunt, sequentes verò figuræ post dextimam signentur semper unâ virgulâ minùs.

Sint dividenda 1'. 8''. 4''', per 8'. Collocentur numeri, ut vides hîc, & fiat divisio more ordinario; dabitque Quotiens 2''. 3'. Nam cùm Divisor 8'. signetur tantùm unâ virgulâ, dextima autem figura Dividendi tribus: si unam subtrahas à tribus, remanebunt duæ, quæ poni debent supra 3 dextimam Quoti, & supra sequentem numerum 2 debet poni una.

2
1'. 8''. 4'''.
8'. 8
(2'. 3''

Quòd si eundem numerum 1'. 8''. 4'''. dividas per, 8'', provenient in Quotiente 2°. 3'.

2
1'. 8''. 4'''.
8'' 8''
(2°. 3'.

Si verò hunc numerum 1°. 8'. 4''. dividas per 8''; provenient in Quotiente 23 Integra.

1°. 8'. 4''.
8''
(23°.

Si denique dividas 1°. 8'. 4'' per 8°; provenient in Quotiente 2'. 3''.

1°. 8'. 4''.
8°
(2'. 3''.

Sint dividenda 8°. 4', per 9'. Quoniam factâ divisione numeri 84 per 9, remanent 3'; addatur ad 84 una cyphra, & remanebunt, factâ primâ divisione, 3°: quoniam verò factâ secundâ divisione remanent iterum 3', addatur altera cyphra, & remanebunt 3''; quæ ferè negligi possunt: si tamen vis exactiorem divisionem, addere poteris plures cyphras.

3' 3 3''
0 ' '' '''
8. 4. 0. 0.
9' 9 9'
(9°. 3'. 3''

Ex his patet, tum potissimùm adjungendas esse cyphras ad Dividendum, quando Divisor continet plures figuras, aut quomodocunque major est, quàm Dividendus; quod contingere potest, si Dividendus significat Integra, Divisor partes.

CAPUT OCTAVUM

De Extractione Radicis Quadratæ.

RAdicis quadratæ extractio aliquando, licet rariùs, necessaria est in dimensionibus superficierum, seu in areis, capacitatibusvè earundem indagandis. Quare de illa hoc loco brevissimè agendum, nè Tyro extra hunc Librum, quod necessarium est ad

Practicam Geometriam, quærere cogatur. Clariùs tamen atque distinctiùs eandem Regulam trademus in Arithmetica.

Rad.	Quad.	Cub.
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729

Numerus quadratus est, qui resultat ex aliquo numero in seipsum ducto; quales sunt numeri secundæ columnæ in apposita tabella. Numerus autem ille, ex cujus in se multiplicatione producitur numerus quadratus, appellatur latus sive radix quadrati, aut radix quadrata, & ab Arabibus zensus, ab Italis cosa.

Extrahere igitur, sive invenire radicem quadratam, aut latus quadrati alicujus numeri, est, numerum indagare & invenire, qui in se ductus efficiat propositum numerum, si quadratus est; vel si non est quadratus, maximum numerum quadratum in ipso contentum.

Ad extrahendam igitur inveniendamvè propositi numeri radicem quadratam, sic operare. Primò. Colloca numerum propositum, ut in divisione fieri solet, & sub prima figura versus dexteram pone punctum, & prætermissâ unâ figurâ pone aliud punctum sub tertia, rursusque unâ prætermissâ aliud sub quinta, & sic deinceps; & scias quòd in quoto, sive in Radice, tot figuræ debeant esse, quot sunt puncta.

Secundò. Incipe operationem ab ultimo ad sinistram puncto, & vide (ex tabula apposita) an numerus illo puncto inclusus usque ad finem sit quadratus; & si non est quadratus, vide quis numerus quadratus proximè minor in tabula apposita ipsi respondeat: accipe deinde ejus radicem (quæ non potest esse major quàm 9.) eamque pone pro quoto post lunulam, & similiter pro divisore sub ultimo puncto, & operare ut in divisione. Videndum autem est, nè residuum sit majus radice inventâ duplicatâ.

Tertiò. Pro novo divisore duplica quotum jam antea inventum, (quotcunque figurarum is sit;) productum enim erit novus divisor (& hoc semper observa, quando inveniendus est novus divisor;) quem pones sub dividendo, modo dicto in divisione, id est, sub illa figura dividendi, quæ sequitur proximè illam sub qua positus erat primus divisor.

Quar-

Quartó. Vide quoties novus divisor contineatur in dividendo supra ipsum posito; & quotum novum pone post lunulam, & similiter ante novum divisorem versus dexteram, ut ex hoc quoto & figuris antea sub dividendo positis fiat unus integer divisor; & operare ut antè. Providendum autem est, ut totus hic divisor non sit major numero illo, sub quo collocatus est; alioquin figura ultimò apppsita tam Radici post lunulam, quàm novo divisori, erit minuenda unâ vel pluribus unitatibus, prout res exiget. Eundem hunc ordinem serva usque ad finem divisionis.

Exemplum. Esto numerus 119025, cujus latus quadratum, sive radix quadrata quæritur. Operare ut dictum est, & factâ operatione invenies pro radice 345; quæ si ducas in se, resultat totus prior numerus; quod signum est operationem fuisse bonam.

Si peracta extractione radicis manet aliquod residuum, signum est, numerum propositum non esse perfectè quadratum, ac proinde non fore radicem, ut vocant, rationalem, id est, quæ numero exprimi possit. Invenienda igitur tunc est radix propositi numeri propinquior, cujus nimirum numerus quadratus à proposito numero non quadrato insensibili ferè differentia distet. Hoc autem fit duplici via. Priori reperitur radix propinquior quidem in infinitum, sed tamen minor quàm vera; adeo ut ejus quadratus numerus semper à numero proposito superetur. Posteriori invenitur radix propinquior quoq; in infinitum, sed quæ veram excedat; ita ut ejus numerus quadratus major sit semper numero proposito. Indicabo solùm priorem viam.

234
119025
36489
256
2 6 88
34
(345

Prior igitur via hæc est. Inventâ radice maximi quadrati in proposito numero comprehensi, (quę est ille ipse numerus quem pro Quoto reperisti) adiiciatur ad eam fractio, cujus numerator est residuum extractionis (quo nimirū propositus numerus quadratum numerum proximè minorem, quem radix inventa in se multiplicata producit, superat) denominator verò duplum radicis inventæ, & præterea unitas (qua nimirum radix numeri quadrati, qui proximè major est proposito numero, superat radicem inventam numeri quadrati, qui proximè minor est numero proposito.) Hac enim ratione composita erit radix multò propinquior quàm inventa, minor tamen quàm vera. vide Clav. in Arith. cap. 27. ubi etiam invenies secundam viam.

Nota, si numerus qui ex radice post primam aut secundam operationem inventa duplicata resultavit, non continetur in numero illo, sub quo collocatur velut divisor; ponendus est pro radice zerus, & procedendum ut antea ad inveniendas reliquorum numerorum radices.

CAPUT NONUM

De Extractione Radicis Cubicæ

CUbicæ Radicis extractio non pertinet ad embadometriam, seu superficierum dimensionem, sed ad stereometriam, de qua agitur libro quinto. Hic tamen annectere placuit hoc caput, ut totus calculus Geometricus eodem in loco reperiretur propositus.

Numerus Cubicus dicitur ille, qui fit ex ductu numeri alicujus primò in seipsum, & deinde ex ejusdē numeri ductu seu multiplicatione in productum: ut si 10 ducantur in se, hoc est, in 10, fiunt 100; quæ iterum multiplicata per 10, producunt 1000. Hic igitur numerus, 1000, dicitur cubicus, seu cubus; 10 verò, ejus radix cubica, seu latus cubicum.

Hisce præcognitis, Radicem cubicam ex quolibet numero oblato facilè erues, si sequentia observaveris præcepta.

I. Habenda est præ manibus Tabella decem primorum cuborum, eorundemque Radicum. Hæc autem fit ex multiplicatione cubica primorum simplicium numerorum ab unitate usque ad numerum denarium continuatorum, ut apparet in tabella.

Rad.	Quad.	Cub.
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729
10	100	1000

II. Numerus datus distinguatur, antequam operatio incipiatur, in aliquot membra punctis, à dextra sinistram versus, ita ut sub prima dextima figura ponatur primum punctum, secundum sub quarta lęvam versus, tertium sub septima, quartum sub decima versus eandem sinistram, ac ita deinceps, quoad numeri suffecerint, notentur puncta, duabus figuris semper intermissis, ut hic apparet.

III. Ex

3 4 2 5 8 6 3 0 9 2 1

III. Ex tabella prædicta cape radicem numeri à primo puncto ad sinistram intercepti, sive is unâ figurâ constet, sive duabus, sive tribus ∴ hoc est, quære numerum hunc in tabella sub titulo cub. (quod si non reperiatur, sume proximè minorem cubum) ejusque radicem cubicam colloca extra lunulam. Ut in superiori exemplo paulò antè posito, quære radicem numeri 34; qui cùm in tabula cuborum exactè non inveniatur, accipe proximè minorem, nempe 27, ejusque radicem cubicam, 3, annota post lunulam hoc modo:

3 4 2 5 8 6 3 0 9 2 1 (3

IV. Radicis hujus cubum, 27, subtrahe ex numero sub dicto primo puncto intercepto, nempe ex, 34; residuumque 8 suprascribe, eo planè modo, ut in vulgari divisione fieri solet, & apparet in sequenti exemplo.

0 7
3 4 2 5 8 6 3 0 9 2 1 (3

V. Tripla radicem modò inventam, & triplum hoc subijce figuræ proximè antecedenti figuram sequenti puncto notatam: si autem plures fuerint figuræ hujus tripli, collocentur ex ordine lævam versus, eo modo, quo infrà apparet.

VI. Para divisorem hoc modo. Duc quotientem (hoc est, Radicem positam post lunulam) in triplum jam inventum: productum scribe uno loco deinceps remotiùs, lævam versus, quàm triplum inceperis, & loco inferiori, ut sint jam duo numeri distincti, quorum unus Triplum, alter Divisor à nobis post hac appellabitur. Per hunc divisorem si numerum ipsi suprascriptum dividas, habebis secundam figuram Radicis in Quotiente post lunulam collocandam. Exemplum habes infrà.

VII. Totum id, quod jam in Quotiente est, duc in Triplũ; productum iterum duc in figuram Quotiẽtis per divisionem modò inventam; huic producto adde cubum ejusdem numeri, eo tamen ordine, ut ultima istius cubi figura dextram versus nõ sub-

liciatur immediatè loco inferiori figuræ ultimæ superioris producti, sed ad intervallum unius figuræ dexteram versus reiiciatur.

VIII. Numerorum eorum hoc ordine descriptorum aggregatum subduc ex numeris superioribus, si id fieri poterit, & residuum (si quod fuerit(suprà scribe; si autem subduci non poterit, minuendus erit Quotiens eò usque, quoad aggregatum dicto modo inventum subduci possit à superiore, manente semper eodem Divisore & Triplo.

Exemplum.

UT in superiori exemplo, tripla Radicem, 3, fiunt 9; quæ scribe sub 5. Duc deinde 3 in 9, proveniunt 27; quæ colloca inferiùs quàm Triplum, ac unâ deinceps figurâ versus lævam, nempe sub 72. Divide jam 72 per 27, habebis quotientem, 2, priori Quotienti, 3, adjungendum, ut fiat totus Quotiens 32. Hunc duc in triplum 9, fit productum 228. Hoc rursus multiplica per numerum modò inventum, nempe per 2, & habebis productum secundum 576. Huic denique adde cubum numeri modò inventi, 2, nempe 8, fiet aggregatum ex numeris eo ordine dispositis, ut in exemplo sequenti apparet, 5768; quod ex superiori numero, 7258, subductum relinquit pro residuo 1490.

```
07
3425863092 1
.    .    .    . (32
       9 - - - -  Triplum quoti
      27 - - - -  Divisor
      32 - - -    Radix tota multiplicata per triplum
    ________
     288 - - -    Productum
       2 - - -    Numerus modò inventus
    ________
     576 - - -    Productum
       8 - -      Cubus numeri modò inventi.
    ________
    5768 - - -    Aggregatum.
```

Hæc igitur est summa totius operationis. Si tamen adhuc numerorum figuræ supersunt (ut in exemplo proposito) ex quibus Radix cubica extrahi debeat, operatio ulterior instituenda est eo-

est eodem prorsus modo, quo instituta fuit proximè præcedens: nempe triplatur Quotiens totus, Triplum ducitur in Radicem immediatè inventam, Producto additur cubus modò inventæ Radicis, Aggregatum denique subducitur à numero superiori, residuumque (si quod fuerit) annotatur superiùs. Ut in nostro exemplo, quia plures restant numerorum figuræ, ex quibus Radix cubica extrahenda est; ideo institutâ ulteriori operatione juxta Regulas traditas, habebis Radicem cubicam totam numeri superioris hanc, 3247, manente residuo 25490698.

Examen.

TOta Radix inventa cubicetur, cubo deinde adiiciatur numerus ex operatione residuus: hoc aggregatum si respondeat numero, ex quo Radix extracta est, nullus error in operatione admissus est; sin minùs, iteranda operatio, ut error emendetur. Sic si in exemplo posito ducantur 3247 in se, producetur quadratum 10543009; quod si multiplicetur per 3247, producetur cubus 34233150223; cui si addantur 25480698, producetur numerus à principio propositus, nempe 34258630921.

PARS SECUNDA
CONTINENS
PROBLEMATA

OMnis superficies duplicem habet dimensionem; unam in longum, seu secundùm longitudinem, alteram in latum, seu secundùm latitudinem. Quòd si quando superficies dimetiendæ proponantur quæ longum & latum perfectè ac propriè secundùm communem hominum acceptionem non habent, cujusmodi sunt triangula, & figuræ multilateræ; priùs ad figuras parallelogrammas rectangulas (quæ propriè habent longitudinem & latitudinem) revocandæ sunt, ut suo loco videbitur. Meritò ergo de his primo loco tractamus.

PRO-

PROBLEMA I.

Parallelogrammorum rectangulorum areas metiri.

PArallelogrammum est figura plana quadrilatera, cujus bina opposita latera sunt parallela, seu æquidistantia. Euclid. lib. 1. Elem. Defin. 35. Sunt autem solùm quatuor parallelogrammorum species; Quadratum, Figura alterâ parte longior, seu oblongum, Rhombus, & Rhomboides: quorum priora duo appellantur rectangula, quòd omnes angulos habeant rectos; posteriora verò duo non rectangula vocantur, quòd nullus in eis angulus rectus existat. Hic inquirimus aream parallelogrammorum rectangulorum, nempe Quadrati & Oblongi. Dicitur autem area cujuslibet figuræ planæ seu superficiei, capacitas seu spatium intra latera ipsius contentum.

Ut igitur scias aream seu capacitatem in mensuris quadratis cujuscunque superficiei quadrilateræ rectangulæ, metire Instrumento nostro, aut certa aliqua mensura, ut pertica, aut catenula in perticas ac pedes geometricos divisa, duo quæcunque ejus latera circa eundem angulum rectum: Deinde duc unum latus in alterum, hoc est, multiplica unius lateris numerum per alterius lateris numerum: productum enim erit area figuræ propositæ in mensuris quadratis.

Fig. XLIV. Iconis. VII. Sit v. g. figura quadrilatera rectangula A B C D, cujus singula latera contineant quinque pedes simplices; duc latus A B in latus A D, invenies 25; habebit ergo dicta superficies 25 pedes quadratos, hoc est, continebit 25 quadratula, quorum quodlibet sit longum & latum uno pede simplici.

Fig. XLV. Iconis. VII. Sit iterum superficies parallelogramma rectangula EFGH, cujus unum latus circa angulum rectum, nempe latus E F contineat 5 pedes simplices; alterum verò latus F G circa eundem angulum rectum contineat 3 pedes simplices; multiplica 5 per 3, producentur 15; ac proinde dicta superficies continebit 15 pedes quadratos.

DEMONSTRATIO.

RAtio hujus rei patet ex ipsis figuris appositis: si enim in figura EFGH, linea E F dividatur in quinque palmos simplices, & linea E H in tres,

& à

& à punctis divisionum ad opposita latera ducantur lineæ parallelæ; resultant 15 quadratula, quorum unumquodque est longum & latum uno palmo simplici, ac proinde unumquodque est palmus quadratus; quæ quidem 15 quadratula explent totam aream seu capacitatem figuræ. Idem autem numerus 15 resultat, si unum latus ducatur in alterum, hoc est, si 5 multiplicentur per 3, aut si 3 multiplicentur per 5. Rectè ergo diximus, figuræ quadrilateræ rectangulæ aream inveniri ex ductu unius lateris in alterum. Et hoc est quod vult Euclides, dum lib. 2. Elem. Def. I. ait, Omne parallelogrammum rectangulum contineri sub rectis duabus lineis, quæ rectum comprehendunt angulum: quia videlicet qualibet hujusmodi duæ lineæ exprimunt totam parallelogrammi magnitudinem, una quidem longitudinem, ut E F, altera verò latitudinem, ut E H.

Cur autem dicta duo latera debeant in se mutuò duci, seu inter se multiplicari, potest adsignari hæc ratio. Superficies, ut Mathematici ajunt, concipitur oriri ex fluxu lineæ. Hinc si duæ lineæ palmares, A B, & B C, ita sibi mutuò insistant in B, ut efficiant angulum rectum; & concipiatur lineam A B moveri in transversum versus C, ita ut cum linea B C semper efficiat angulum rectum B; & relinquat post se vestigium sui; nascetur ex tali fluxu superficies palmaris quadrata. Eadem superficies nascetur, si linea B C cogitetur elevari usque ad A ita, ut cum A B semper constituat angulum rectum B. Simili igitur ratione, si duæ lineæ E F, F G, quarum prior sit 5 pedum, altera 3, moveantur dicto modo; orietur superficies 15 pedum quadratorum. Atque hoc est, duci unam lineam in aliam. Fig. XLVI. Iconis. VII.

ANNOTATIO I.

Quod dixi de figuris A B C D, & E F G H, intelligi etiam & dici debet de quibuscunque figuris quadrilateris rectangulis.

ANNOTATIO II. Catholica.

Si nescias multiplicare unum latus per aliud in rectangulis figuris, divide opposita latera figuræ in Instrumento formatæ in particulas suas, & duc rectas lineas, ut in duabus præcedentibus figuris factum vides; si enim numeres quadratula resultantia, habebis intentum sine Arithmetica. Et hoc benè notandum est iis, qui nesciunt Arithmeticam.

COROLLARIA.

I. *Ex dictis sequitur, quadrati aream reperiri, si unum ejus latus ducatur in seipsum, quandoquidem omnia sunt inter se æqualia.*

II. *Colligitur hinc, qua ratione, si quis pavimentum quadrilaterum rectangulum lateribus sternere cupit, laterum ad id necessariorum numerum invenire possit. Si enim lateres sunt quadrati, id sciet, si uno lateris latere metiatur duo pavimenti latera circa eundem angulum, & deinde duos inventos numeros in se invicem ducat; productum enim dabit summam laterum necessariorum. Si verò lateres sunt oblongi, metire unum pavimenti latus longitudine, & alterum latitudine lateris; & numerum alterutrum inventum duc in alterum; & producti summa dabit summam laterum.*

ANNOTATIO III.

Fig. XLVII Iconis. VII. *Utrum porrò anguli alicujus planitiei propositæ sint recti, nec nè, dignosci potest, tum ex ipsa planitie prototypa ad mensurandum proposita, tum ex planitiei ichnographia in Instrumento nostro inter mensurandum descripta. Ex planitie sic. Ex uno latere sume tres pedes, aut passus, aut perticas, à puncto angulari incipiendo; ex altero verò latere, incipiendo ab eodem puncto, quatuor, fines connecte lineâ rectâ: si hac linea continet pedes, passus, perticas quinque, angulus erit rectus; si pauciores, acutus; si plures, obtusus. Ex Instrumento sic. Sume ex uno latere figuræ in ipso descriptæ 30 particulas, ex altero 40, & necte extrema lineâ rectâ; si hac linea continet partes 50, angulus erit rectus; si plures, obtusus; si pauciores, acutus. Ratio patet ex 47 Propos. lib pri. Elem. Eucl. Inspice appositam figuram triangularem A B C.*

ANNOTATIO IV.

F. XLVIII. Iconis. VII. *Area quadrati invenitur etiam, si diagonalis ducatur in seipsam; dimidium enim producti dabit quadrati superficiem. Ratio desumitur ex eadem 47. primi Eucl. cùm quadratum diametri (quod producitur ex multiplicatione diametri in seipsam) sit duplum quadrati laterum. Patet præterea ex eo, quòd, ut mox dicetur, si demittas ab angulo recto in diagonalem, perpendicularem lineam, eamque ducas in ipsam diagonalem: producatur parallelogrammum æquale quadrato, vel duplum trianguli constituti ex diagonali & lateribus quadrati, ut consideranti patet, & ex primo Eucl. lib. demonstratur, declaraturque ex apposita figura.*

PROBLEMA II.

Parallelogrammorum non rectangulorum areas invenire.

PArallelogramma non rectangula sunt, Rhombus, & Rhomboides. Rhombus habet omnia quatuor latera æqualia, & angulos oppositos tantùm æquales, sed nullum rectum. Rhomboides habet & angulos oppositos, & latera opposita tantùm æqualia, at nullum angulum rectum.

Rhombi & Rhomboidis eadem est dimensio, idque ope parallelogrammi rectanguli, sic. Sit dimetienda superficies Rhombi & Rhomboidis A B C D. A latere A B, in latus C D, demittatur perpendicularis A E: inquiratur magnitudo seu longitudo tam lineæ A E, quàm lineæ C D: una ducatur in alteram; &, productum dabit capacitatem totius areæ. Fig. XLIX. Icon. VII.

DEMONSTRATIO.

EX ductu A E in A B producitur parallelogrammi rectanguli A E F B area, ut ex præcedenti Problemate patet: sed hac æqualis est area Rhombi aut Rhomboidis A B C D, per 35. primi, *cùm sint super eadem basi A B, & inter easdem parallelas A B, C D; ergo &c.*

ANNOTATIONES.

I.

SI Arithmeticam multiplicationem non scias, divide latus A B & E F, item latus A E & B F, in suas particulas, & duc rectas, ut habeas quadratula; & numeratis quadratulis habebis intentum. Hoc autem fieri potest in ipso Pantometro, si in ejus chartam projecta est figura ex mensuratione in campo facta.

II. *Si ex dimensione laterum alicujus superficiei quadrilatera non rectangula deprehenderis, aut omnia quatuor latera esse æqualia, aut duo qualibet opposita; & præterea deprehenderis oppositos angulos esse æquales; scies figuram illam esse aut rhombum, aut rhomboidem. Æqualitatem porrò angulorum oppositorum deprehendes vel ex ipsa planitie mensurata, vel ex ichnographia ipsius in Instrumento descripta, sic. Ex angulis*

gulis oppositis B *&* C, *A & D, numera in utroque latere æquales & pares numero partes, & extrema connecte lineis rectis; quæ si æquales fuerint, anguli erunt æquales. Colligitur ex Proposit.*28. *lib.* 3. *Elem. Euclid. ubi demonstratur, quòd in* æqualibus circulis, æquales rectę lineę æquales peripherias auferunt. *Schema non appono, quia res clara est.*

III. *Perpendicularem A E, in Instrumento quidem invenies vel ope duodecimæ Primi, vel ope normæ, applicando unum ejus latus puncto A, alterum rectæ C D. In planitie verò proposita invenies eam ope Instrumenti nostri sic. Colloca Instrumentum in latere C D, ita ut latus dioptricum Quadrati sit semper parallelum dicto lateri C D; & tam diù move versus C & D Instrumentum in dicto latere, donec per dioptras Regulæ in Quadrato versatili videas ex eodem loco, nempe ex E, tam punctum A per unam visionem, quàm punctum D, aut C per aliam; sic enim angulus E congruet angulo Instrumenti, qui rectus est. Aliter verò in planitie invenies, si angulo A affigas chordam, lateri opposito applices unum latus normæ, eamque tam diu huc illuc moveas, donec alterum latus chordæ extensæ congruat ad amussim & exactissimè.*

IV. *Si deprehenderis in quadrilatera planitie, bina & bina latera opposita esse æqualia, certissimò scias illa eadem esse parallela, & figuram esse parallelogrammum, per Schol.* 1. *Clavii trigesimæ quartæ Primi Eucl.*

V. *Remanent figuræ quadrilateræ, quæ non sunt parallelogramma, sed trapezia; at quia eorum dimensio non potest semper commodè fieri, nisi resolvantur in triangula, de his primò agendum erit. Possunt etiam Rhombi & Rhomboides resolvi in triangula, ac mensurari, ut patebit cùm de trapeziis.*

PROBLEMA III.

Triangulorum areas dimetiri.

TRiangulum omne aut rectangulum est, aut obliquangulum. Utrorumque area multis modis inveniri potest: tradam primò Regulam unicam pro solis rectangulis, deinde binas pro omnibus triangulis in universum.

Regula pro Triangulis rectangulis.

MEtire duo latera circa angulum rectum, & duc unum in alterum, dabitque producti semissis aream quæsitam. Vel duc semissem unius lateris in totum latus alterum, & totum productum dabit aream.

Esto

Fig. L.

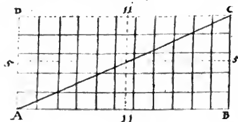


Fig. LI.

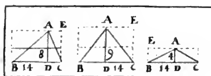


Fig. LIV.

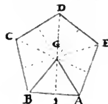


Fig. LII.

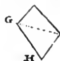


Fig. LIII.

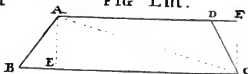


Fig. LV.

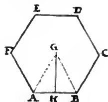


Fig. LVI.



Fig. LVII.

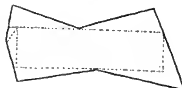


Fig: LVIII.

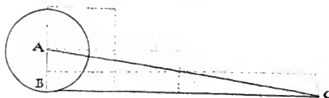
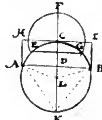


Fig: LIX.



Esto triangulum A B C, cujus latera A B, B C, rectum angulum ambiant, sitque latus A B 11, B C 5 pedum geometricorum simplicium: duc unum latus in alterum, & prodibunt 55 pedes quadrati; quorum semissis, nempe 27½, dant aream trianguli. Vel, duc semissem lateris A B, in latus B C; aut semissem lateris B C in latus A B; provenient 55/2, vel 27½. Fig. L. Ic. VIII.

ANNOTATIO I. Catholica.

Vel perfice quadrangulum, ut factum vides; divide latera opposita in aquales partes; duc rectas; numera quadratula; & horum medietas dabit tibi aream quæsitam.

DEMONSTRATIO.

Hujus operationis evidentia manifesta est, si parallelogrammum A B C D perficiatur: nam si latus A B ducatur in latus B C, proveniet area totius parallelogrammi A B C D, per dicta Probl. 1. quod cùm diameter A C bifariam secet, per 34. primi, *aut cùm sit duplum trianguli habentis eandem basim & altitudinem,* per quadragesimam primam Primi; *sequitur trianguli A B C aream esse dimidium areæ parallelogrammi A B C D.*

Est etiam parallelogrammum ex alterutro latere dimidio, alteroque integro descriptum, triangulo rectangulo æquale, *per Schol. Clavii quadragesima prima primi Euclid.*

Regula Prima generalis pro omnibus triangulis.

DUæ sunt generales Regulæ ad omnium triangulorum, etiam rectangulorum, areas inveniendas. Prima sic se habet. Demitte ex quocunque angulo perpendicularem in latus oppositum, etiam protractum, si opus fuerit (quanquam ut ex maximo angulo demittatur, sive ex angulo majori lateri opposito, consultiùs est: quia tunc cadit semper intra triangulum, nec opus est latus producere;) & quot pedum geometricorum simplicium sit, explora: Habitam perpendicularem duc in semissem lateris in quod cadit; aut contrà duc latus illud in semissem perpendicularis; & erit quod provenit, area trianguli. Eandem aream invenies, si perpendicularem duxeris in totum latus, in quod cadit, & producti dimidium sumpseris.

Fig. LI. Icon. VIII. Esto triangulum A B C quodcunque, cujus latus B C, in quod cadit perpendicularis, sit 14 pedum, perpendicularis v.g. 8. Duc 8 in 14, producuntur 112; cujus dimidium, 56, est area trianguli. Vel, duc 8 in 7, vel 14 in 4, & provenient 56, pro area totius trianguli.

ANNOTATIO II. Catholica.

Vel perfice quadrangulum A D C E, divide bifariam in duo quadrangula, & accipe medietatem pro area quæsita.

DEMONSTRATIO.

Ex ductu perpendicularis in latus in quod cadit, producitur parallelogrammum, habens eandem basim cum triangulo, & intra easdem parallelas cum ipso, ut ex figuris patet: Sed hujus parallelogrammi dimidiū est triangulum, per quadragesimam primam Primi; *ergo. Ex ductu verò ejusdem perpendicularis in dimidium lateris, gignitur parallelogrammum æquale triangulo*, per schol. ejusdem 41æ. Primi. *Ex ductu denique dimidiæ perpēdicularis in totum latus, oritur parallelogrammum æquale triangulo*, per schol. Clavii ad primam Sexti.

Hæc eadem tria demonstrat Clavius lib. 7. Geomet. pract. Propos. 1.

ANNOTATIO III.

Perpendicularis, tam in Instrumento, quàm in proposita & mensurata planitie, reperitur modo dicto Annot. 3. Problematis præcedentis.

Magnitudo ejusdem perpendicularis in mensura laterum trianguli reperitur tum mechanicè, tum geometricè. Mechanicè in Instrumento, si intercepta, perpendicularis circino applicetur lineæ Cursoris divisæ, & videatur quot particulæ ipsi respondeant. In planitie verò, vel per perticam, chordam, catenulam &c. vel per dimensionem. Quomodo reperiatur geometricè, docet Clavius Propos. 9. Triang. rectilin. & lib. 1. Geometr. pract. cap. 3. num. 9. & lib. 4. cap. 2. num. 2. & alii passim.

ANNOTATIO IV.

Ad vitandas fractiones in multiplicatione perpendicularis per latus, ita procedere potes. Si numerus lateris est par, perpendicularis impar; accipe semissem lateris: si numerus lateris est impar, perpendicularis par;

par; accipe semissem perpendicularis: si tam lateris, quàm perpendicularis numerus est impar; duc unum in alterum, & producti accipe semissem.

Regula Secunda generalis pro omnibus triangulis.

ALtera generalis Regula sic se habet. Primò, Collige omnia tria latera trianguli in unam summam: deinde divide totam summam in duas æquales partes, & ex semisse summæ subtrahe singula latera, ut habeas tres differentias inter illam semissem & latera singula: postremò multiplica inter se mutuò tres has differentias & semissem summæ; ultimi enim producti numeri radix quadrata dabit aream trianguli quæsitam. Sit v.g. triangulum aliquod, cujus latera sint 10, 12, & 14; eritque summa ex illis collecta 36, & semissis summæ 18; differentiæ autem inter hanc semissem & latera, erunt 8, 6, & 4. Hæ differentiæ & semissis summæ inter se multiplicatæ faciunt 3456: nam 18 ducta in 8, producunt 144; hæc ducta in 6, producunt 864; hæc denique ducta in 4, producunt 3456. cujus numeri quadrata radix $58\frac{92}{117}$ erit area dicti trianguli. Demonstrationem vide apud Clavi. lib. 4 Geometr. pract. cap. 2.

ANNOTATIO V.

ALias Regulas lubens volens omitto, quoniam quidquid Instrumento nostro per ipsas fieri potest, per has quoque solas præstatur.

PROBLEMA IV.

Trapeziorum areas invenire.

TRapezia appellantur omnes figuræ quadrilateræ non parallelogrammæ, idest, quæ non habent bina & bina latera opposita parallela, sicuti habent Quadratum, Oblongum, Rhombus, & Rhomboides. Possunt autem Trapezia habere varias formas, tum ratione angulorum, tum ratione laterum. Possunt enim habere vel unum tantùm angulum rectum, vel duos, vel nullum; sed vel unum tantùm obtusum, alios acutos; vel duos obtusos, & alios acutos. Item, possunt habere vel duo tantùm latera parallela, vel nulla; præterea vel aliqua inter se æqualia, vel nulla &c. Ad inveniendam Trapeziorum aream trademus duas Regulas

gulas, unam communem omnibus, alteram propriam illis quæ habent latera duo parallela.

Regula pro omnibus Trapeziis.

Fig. LII. Icon. VIII. TRapeziorum quorumcunque area reperitur, si ductâ diametro dividatur quadrangulum in duo triangula, & utriusque capacitas inquiratur per dicta Problemate III. præcedente; nam summa utriusque dat aream totius trapezii, ut patet in figura FGHI.

ANNOTATIO.

DEmonstratio est eadem cum illa, quam adduximus Probl. 3. Diameter potest duci & mensurari in ipsa planitie ad mensurandum proposita, vel in Instrumento post descriptam planitiei ichnographiam.

Regula pro Trapeziis habentibus duo latera parallela.

Fig. LIII. Icon. VIII. SI duo opposita trapezii latera sunt parallela, ut in trapezio A B C D sunt latera A D, B C; inveniri potest area, si perpendicularis A E inter duo latera parallela ducatur, & multiplicetur in semissem summæ ex lateribus parallelis conflatæ.

DEMONSTRATIO.

IN Trapezio A B C D ducatur Diameter A C, & dividatur figura in duo triangula A B D, A D C. Producatur deinde latus A D, trianguli A D C, & ab angulo C demittatur in latus A D productum perpendicularis C F; in latus verò B C demittatur ab angulo A perpendicularis A E, quæ ipsi C F æqualis erit, eò quòd A E C F parallelogrammum sit ex constructione, & per Schol. secundum 34^{æ}. primi. *Quoniam igitur, ex demonstratis Probl. 3, area tam trianguli A B C, quàm trianguli A D C, invenitur ex perpendiculari A E (vel C F ipsi æquali) multiplicata per semissem laterum B C, & A D; etiam area totius trapetii A B C D invenietur ex perpendiculari ejusdem A E, in semissem eorundem laterum A D, & B C.*

ANNO-

ANNOTATIONES.

I.

PErpendicularis porrò, tam in Instrumento, quàm in ipsa planitie mensurata, invenitur modo dicto suprà Probl. 2. Annot. 3. Diameter etiam invenitur vel ex Instrumento, vel mensurando ipsam in planitie data.

II. *Qui multiplicare nescit, constituat ex perpendiculari & semisse laterum parallelorum quadrilaterum parallelogrammum, ductisque parallelis constituat quadratula. Vel ex perpendiculari & utroque semilatere seorsim sumpto constituat duo parallelogramma, & factis quadratulis accipiat ipsorum summam.*

PROBLEMA V.

Figuras multilateras ordinatas, sive regulares, dimetiri.

MUltilateræ figuræ ordinatæ ac regulares sunt figuræ planæ, pluribus quàm quatuor constantes lateribus, habentes & omnia latera æqualia, & omnes angulos æquales; cujusmodi sunt pentagonum, hexagonum, heptagonum, octagonum &c.

Harum areæ duplici ratione inveniri possunt. Primò, si resolvantur in triangula, ut de trapeziis diximus, & singulorum triangulorum areæ investigentur modo dicto Probl. 3. Secundò, si multiplicetur semissis summæ laterum omnium in perpendicularem ex centro figuræ in quodcunque latus demissam; numerus enim productus erit area figuræ. Eandem aream dat semissis producti ex ductu perpendicularis in summam omnium laterum. Inspice figuram LIV. & LV. Iconismi VIII. Fig. LIV. & LV. Iconism. VIII.

ANNOTATIO.

CEntrum porrò figuræ ordinatæ imparium laterum est in communi sectione linearum ex angulis ad latera opposita perpendiculariter ductarum. Sic centrum figuræ pentagonæ A B C D E est in G, ubi concurrunt lineæ D G, C G, E G, &c. ex angulis ad latera perpendiculariter ductæ. Centrum verò figuræ ordinatæ parium laterum est in communi se-

ctione linearum ex angulis ad angulos oppositos ductarum, ut patet in hexagono A B C D E F Iconismi VIII.

DEMONSTRATIO.

Quòd area cujuscunque polygoni ordinati, sive figuræ multilateræ regularis, habeatur, si resolvatur in triangula, & horum areæ investigentur; patet ex dictis Probl. 3. Quòd verò eadem area sit æqualis producto ex semisse summæ laterum in perpendicularem ex centro figuræ in latus quodcunque ductam; patet in utraq; citata figura ex triangulis A G B: nam in utraque, area trianguli A G B creatur ex ductu perpendicularis in semissem lateris A B, per demonstrata Problemate tertio. Ergo in pentagono, quinque triangulorum areæ creantur ex ductu perpendicularis G I, in quinque semisses laterum; in hexagono verò, sex triangulorum areæ creantur ex ductu perpendicularis G H in sex semisses laterum. Ergo &c. Hinc etiam patet ratio, cur semissis producti ex ductu perpendicularis in summam omnium laterum, det aream earundem figurarum.

PROBLEMA VI.

Superficies polygonas irregulares dimetiri.

Superficies seu figuræ polygonæ multilateræve irregulares sunt, quæ plura habent latera quàm quatuor, nō tamen omnia æqualia, sed vel aliqua tantùm, vel nulla. Has autem figuras sic metieris.

Fig. LVI. Icon. VIII. Resolve superficiem polygonam irregularem propositam in triangula, ut vides factum in apposita figura; & singulorum triangulorum areas indaga, per dicta Probl. 3; dabuntque omnium triangulorum areæ aream totiùs superficiei multilateræ.

DEMONSTRATIO.

Demonstratio hujus praxis patet ex dictis Problem. tertio.

ANNOTATIONES.

I.

Resolvitur qualibet multilatera superficies irregularis in tot triangula, quot ipsa habet angulos, duobus demptis. Nam ex quolibet angulo ad reliquos, exceptis duobus proximis, possunt duci lineæ rectæ, ut ex apposita figura patet.

II. Si

II. *Si figura aliqua polygona irregularis ad mensurandum proposita, non potest resolvi in triangula, eò quòd intra ipsam non possunt duci lineæ rectæ, ut accidit aliquando in campis propter arbores, paludes &c. resolvatur figura in charta Instrumenti descripta, & indagentur triangulorum areæ.*

III. *Agrimensores, inquit Clavius lib. 4. Geomet. pract. c. 4. n. 3. nè cogantur totum campum sæpius perambulare, ut perpendiculares in triangulis ducant; hanc ineunt rationem. In agro (sive in figura in charta Instrumenti descripta) constituunt quàm possunt maximum rectangulum, atque ad ejus latera ex angulis figuræ perpendiculares concipiunt demitti; quod faciunt, applicando unum normæ latus ad latus rectanguli formati, & aliud dirigendo ad angulum figuræ oppositum: ita namque tota figura resolvitur in rectangulum illud constitutum, & in trapezia duorum laterum parallelorum, & in triangula rectangula. Deinde metiuntur aream rectanguli, per dicta Probl. 1; triangula verò rectangula, per dicta Probl. 3; & trapezia, per dicta Probl. 4. horum enim omnium areæ in unum collectæ conficiunt aream totius campi. Inspice appositam figuram.* Fig. LVII. Icon. VIII.

IV. *Si in circuitu campi fuerit portio aliqua curva, secanda ea erit in tot partes, donec à rectis lineis parum differant, eaque pro lateribus rectis assumendæ. Idem fieri potest in figura in Instrumento descripta.*

PROBLEMA VII.

Circulorum areas invenire, cognitâ diametro & circumferentia.

ARchimedes lib. de Dimens. circuli Propos. 1. demonstrat, aream circuli esse æqualem areæ trianguli rectanguli, cujus unum latus circa rectum angulum sit æquale semidiametro circuli, alterum verò perimetro seu circumferentiæ ejusdem circuli. Ut si in apposito circulo semidiameter sit A B, peripheria verò sit æqualis rectæ B C; si angulus B sit rectus, erit area circuli æqualis areæ trianguli A B C. Fig. LVIII. Icon. VIII.

Igitur si dato quocunque circulo accipias semidiametrum ipsius, & invenias lineam rectam æqualem circumferentiæ ejusdem circuli, & has duas lineas componas ad angulum rectum, subtensâque hypothenusâ (ita vocatur tertium latus in triangu-

 lis

lis rectangulis) efficias triangulum rectangulum, ejusque aream investiges juxta dicta Probl. 3: habebis aream circuli dati.

COROLLARIUM I.

Hinc sequitur primò, aream circuli produci etiam ex multiplicatione Semidiametri in semissem peripheriæ; vel ex ductu totius peripheriæ in semissem semidiametri; vel denique ex ductu totius diametri in quartam partem peripheriæ. Ratio patet ex Probl. 3. citato. Prodest autem, nunc uno, nunc altero ex dictis modis uti, ad vitandas fractiones in operationibus arithmeticis, dum nimirum partibus integris adhærent non integra, nempe $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, *unius pedis &c.*

Potest etiam diameter duci in peripheriam, & producti pars quarta sumi; vel in semiperipheriam, & producti semissis accipi.

COROLLARIUM II.

De Semicirculi, & Quadrantis dimensione.

Sequitur præterea aream semicirculi produci ex semidiametro in quartam partem circumferentiæ: Item aream Quadrantis circuli procreari ex semidiametro in octavam partem circumferentiæ: & aream octavæ partis circuli ex semidiametro in sextam decimam partem circumferentiæ, & sic deinceps.

ANNOTATIO.

Tota difficultas consistit in linea peripheriæ circuli æquali invenienda; seu in invenienda proportione inter diametrum & circumferentiam circuli: quæ quidem si habeatur, habebitur etiam quadratura circuli, cujus investigatio adeo torsit hactenus multorum ingenia; sed frustra. Archimedes libro citato Propos. 3. demonstrat, cujuslibet circuli peripheriam esse triplam diametri, & adhuc superare parte, quæ quidem minor sit decem septuagesimis diametri, major verò decem septuagesimis primis ejusdem diametri. Cùm igitur $\frac{10}{70}$ *sint* $\frac{1}{7}$, *&* $\frac{10}{71}$ *sint plus quàm* $\frac{1}{8}$; *sequitur, circumferentiam circuli continere diametrum ter, & minùs quàm unam septimam diametri, plùs verò quàm unam octavam ejusdem: atque adeo veram proportionem circumferentiæ ad diametrum consistere inter triplam sesquiseptimam, & triplam sesquioctavam.*

Itaque proportio perimetri seu circumferentiæ circuli ad diametrum est minor quàm 220 ad 70, sive 22 ad 7; major verò

quàm

quàm 223 ad 71. Datâ igitur diametro circuli, v. g. 28 partium, si dicas, 70 dant 220, seu 7 dant 22, quid dant 28? reperies numerum paulò majorem perimetro, nempe 88: nam proportio 88 ad 28 est tripla sesquiseptima, eadem videlicet quæ 220 ad 70: seu 22 ad 7: proportio autem circumferentiæ ad diametrum est minor quàm tripla sesquiseptima, ut dicebam. Si verò dicas, 71 dant 223, quid dant 28? reperies numerum paulò minorem perimetro, nempe $87\frac{67}{71}$: nam proportio $87\frac{67}{71}$ ad 28 est tripla superdecupartiens septuagesimas primas, nimirum eadem quæ 223 ad 28; proportio autem circumferentiæ ad diametrum major est quàm tripla superdecupartiens septuagesimas primas. E contrario verò, datâ circumferentiâ cujuscunque circuli, v. g. 88 partium, si fiat, ut 220 ad 70, seu 22 ad 7, ita 88 ad aliud; proveniet numerus 28, minor verâ diametro: nam cùm circumferentia ad diametrum habeat minorem proportionem quàm triplam sesquiseptimam, hoc est, quàm 22 ad 7; habebit quoque circumferentia data 88 ad suam diametrum proportionem minorem, quàm ad 28; atque idcirco diameter circumferentiæ 88, major erit, quàm 28. Si verò fiat, ut 223 ad 71, ita 88 ad aliud; dabit productus numerus $28\frac{4}{223}$, diametrum verâ majorem: nam cùm circumferentia ad diametrum habeat majorem proportionem, quàm triplam superdecupartientem septuagesimas primas, hoc est, majorem quàm 223 ad 71; habebit quoque data circumferentia 88 ad suam diametrum proportionem majorem, quàm ad $28\frac{4}{223}$, ac proinde diameter circumferentiæ 88 minor erit quàm $28\frac{4}{223}$.

Ex quibus patet, diametrum circuli ad circumferentiam non esse præcisè ut 7 ad 22; nec circumferentiam ad diametrum ut 22 ad 7. Communiter tamen inter Mathematicos, tàm veteres, quàm modernos, adhibetur prædicta proportio, ad vitandas fractiones. Subtilior tamen est ratio seu proportio illa, quam invenit Ptolemæus lib. 6. Almag. & adhuc subtilior illa, quam invenit Vieta; subtilissima verò, licet non undequaque vera, quam reperit Ludolphus Collen, & examinavit, approbavitque Christophorus Grüenbergerus. Sunt autem sequentes.

Circuli diameter ad circumferentiam est

Ptolemæo	Ut --- 10, 000, 000, Ad --- 31, 416, 666.
Vietæ	Ut --- 10, 000, 000, 000 Ad --- 31, 415, 926, 535.
Ludolpho & Grüenbergero	Ut --- 100, 000, 000, 000, 000, 000, 000. Ad --- 314, 159, 265, 358, 979, 323, 846 $\frac{1}{2}$.

ANNOTATIO

Qui Regulam Trium non callet, utatur praxi tradendâ inferiùs Libro 10. Par. 1. Cap. 2 Probl. 5. ubi dum agimus de usu linearum polymetrarum in Arithmeticis operationibus, eam tradimus.

PROBLEMA VIII.

Data circumferentia circuli, reperire diametrum.

Ex dictis præcedenti Problemate constat, ut area circuli reperiatur, necesse esse, tam ejus diametrum, quàm circumferentiam esse cognitam. Quare trademus nonnulla Problemata seu Regulas, per quas tam ex data diametro circumferentia, quàm ex data circumferentia diameter cognosci possit, tum major, tum minor, tum media.

Sit igitur data circumferentia 88. v. g. Fiat, ut 220 ad 70, seu 22 ad 7, (hoc est, ut $3\frac{10}{70}$, seu $3\frac{1}{7}$ ad 1,) ita data circumferentia 88 ad aliud: hoc est, duc seu multiplica datam circumferentiam 88 per 7, & summam productam divide per 22; & prodibit in Quotiente diameter paulò minor justò. Fiat iterum, ut 223 ad 71, (hoc est, ut $3\frac{10}{71}$ ad 1,) ita 88 ad aliud: hoc est, duc 88 in 71, & summam divide per 223; & prodibit in Quotiente diameter paulò major justò. Mediam ergo ex duabus inventis diametris eligito, & habebis vero similiorem. Vel, fac ut 314 ad 100, ita 88 ad aliud; hoc est, duc circumferentiam datam in 100, & summam divide per 314, & unico actu invenies mediam, seu proximè veram diametrum.

ANNO-

ANNOTATIO.

HÆc regula communis est omnibus circulis. Cæterùm pro Geometria practica aliqui hanc aliam adsignant Regulam. Multiplica circumferentiam cujuscunque circuli per $3', 1'', 8'''$; *dabitque productum, ejusdem circuli diametrum. Exempli gratia. Sit circulus, cujus circumferentia sit* $18^{o}, 8', 5'', 2'''$ *decemped. In hanc circumferentiam ducito* $3', 1'', 8'''$, *provenientque pro diametro hujus circuli* $5^{o}, 9', 9'', 4''', 9^{IV}, 3^{V}, 6^{VI}$, *hoc est, quinque decempedæ integræ, novem prima, cum novem secundis; reliquarum verò partium non habetur ratio, præsertim in dimensionibus camporum.*

PROBLEMA IX.

Data diametro circuli, reperire circumferentiam.

SIt data diameter 28 v. g. Fiat ut 70 ad 220, seu 7 ad 22, hoc est, ut 1 ad $3\frac{10}{70}$, seu ad $3\frac{1}{7}$) ita data diameter 28 ad aliud: hoc est, duc diametrum 28 per 22, & summam divide per 7, fietque circumferentia major justâ. Rursus ergo fiat, ut 71 ad 223 (hoc est, ut 1 ad $3\frac{10}{71}$) ita diameter 28 ad aliud; hoc est, duc diametrum 28 per 223, & summam divide per 71, & fiet circumferentia minor justâ. Mediam ergo ex duabus inventis circumferentiis eligito. Vel unico actu duc diametrum per 314, & summam divide per 100, & habebis circumferentiam mediam, seu verisimiliorem.

Hæc etiam regula communis est pro omni circulorum genere. Pro Geometria verò practica aliqui hanc adsignant Regulam. Multiplica diametrum cujuscunque circuli per $3^{o}, 1', 4'', 2'''$, *& productum dabit ejus circumferentiam. Ex. gr. Detur circulus, cujus diameter sit 6 decempedarum; hanc multiplicato per* $3^{o}, 1', 4'', 2'''$, *provenientque pro circumferentia talis circuli* $18^{o}, 8', 5'', 2'''$; *scilicet octodecim decempedæ, octo pedes, cum* $5'', 2'''$ *unius decempedæ.*

PROBLEMA X.

Data sola diametro circuli, reperire ejus aream.

VIdimus Problemate Septimo, qua ratione ex cognita diametro & circumferentia, inquirenda sit area circuli; nunc videndum,

dum, quomodo eadem invenienda, vel ex sola diametro, vel ex sola circumferentia cognita. Primum in hoc, alterum in sequenti præstabimus Problemate.

Clavius lib. 4. Geomet. pract. cap. 7. Propos. 2. demonstrat, proportionem quadrati ex diametro cujuslibet circuli descripti ad circuli aream, majorem esse quàm 14 ad 11, minorem autem quàm 284 ad 223.

Datâ igitur diametro cujuscunque circuli, si fiat, ut 14 ad 11, ita quadratum datæ diametri ad aliud; hoc est, si data diameter ducatur in seipsam (ut habeatur ejus quadratum) & productum multiplicetur per 11, factumque dividatur per 14; dabit productus in Quotiente numerus aream circuli verâ majorem. Si verò fiat, ut 284 ad 223, ita quadratum datæ diametri ad aliud; hoc est, si data diameter multiplicetur per seipsam, & summa producta multiplicetur per 223, totumque productum dividatur per 284; dabit numerus procreatus in Quotiente aream circuli verâ minorem. Eligito igitur mediam inter utramque, & habebis proximè verâ circuli aream.

ANNOTATIO.

Alii in Geometrico negotio hanc præscribunt Regulam. Multiplicetur quadratum diametri per $7', 8'', 5'''$; *dabitque productum ipsam circuli superficiem. Ex: gr. Detur circulus, cujus diameter contineat* $4°. 8'$; *quadratum hujus diametri faciet* $23°, 0', 4''$, *quod multiplicatum per* $7', 8'', 5'''$, *dat pro area propositi circuli* $18°, 0', 8'', 6'', 4^{iv}$.

Notant hi, præcisiùs adhuc haberi posse dictam aream, si quadratum diametri multiplicetur per $7', 8'', 5''', 4^{iv}, 3^{v}$.

PROBLEMA XI.

Data sola peripheria circuli, invenire ejus aream.

Clavius loco proximè citato Propos. 3. demonstrat, proportionem quadrati à circumferentia circuli cujusvis descripti, ad circuli aream, majorem esse quam 892 ad 71, minorem autem quam 88 ad 7.

Datâ igitur circumferentiâ circuli, si fiat ut 892 ad 71, ita quadratum datæ circumferentiæ ad aliud; hoc est, si quadratum datæ

datæ circumferentiæ multiplicetur per 71, & summã dividatur per 892; procreatus in Quotiente numerus dabit aream circuli verâ majorem. Si verò fiat, ut 88 ad 7, ita quadratum datæ circumferentiæ ad aliud; hoc est, si datæ circumferentiæ quadratum multiplicetur per 7, & summa dividatur per 88; procreatus in Quotiente numerus dabit aream circuli verâ minorem. Elige igitur mediam inter utramque, & habebis proximè veram circuli aream.

ANNOTATIO.

Alii in mensurandis superficiebus circularibus utuntur hac Regula: Multiplicetur quadratum circumferentiæ dati circuli per $7''$, $9'''$, 5^{iv}, prodibitque in producto ipsa area talis circuli. Ex gr. Sit exploranda area infima turris rotundæ, cujus ambitus habeat 15^{0} decempedas; hujus quadratum faciet 225, quod multiplicatum per $7''$, $9'''$, 5^{iv}, dabit productum 17^{0}, $8'$, $0''$, $7'''$ 5^{iv} pro area talis turris.

PROBLEMA XII.

Data circuli area, invenire diametrum.

Ream circuli datam multiplica per 14, productum divide per 11, ex Quoto invento extrahe radicem quadratam; eritque hæc circuli diameter verâ minor. Iterum multiplica eandem aream per 284, productum divide per 223, ex Quoto invento extrahe radicem Quadratam; eritque hæc circuli diameter verâ major. Mediam igitur inter utramque eligito, & habebis diametrum proximè veram. Sequitur ex dictis Probl. x.

Exemplum. Sit area proposita 616; multiplica hæc per 14, proveniunt 8624; quæ divide per 11, provenient 784; extrahe ex his radicem quadratam, invenies 28 pro diametro minore justò. Eodem modo procede ad inveniendam majorem justò.

PROBLEMA XIII.

Data circuli area, invenire circumferentiam.

Ream circuli datam multiplica per 88, productum divide per 7, ex Quoto invento extrahe radicem quadratam; eritque hæc circuli peripheria verâ major. Iterum multiplica ean-

dem aream per 891, productum divide per 71, ex quoto invento extrahe radicem quadratam; eritque hæc circuli peripheria verâ minor. Mediam igitur inter utramque elige, & habebis circumferentiam proximè veram. Sequitur ex dictis Probl. XI.

Exemplum. Sit area proposita 1386; multiplicetur per 88, provenient 121968; divide hanc summam per 7, eritque quotus 17424; extrahe ex hoc numero radicem quadratam, & provenient pro circumferentia 132.

PROBLEMA XIV.

Invenire aream circuli, quando nec diameter, nec circumferentia est nota.

Fig. LIX. Icon. VIII. Sit circularis basis alicujus turris A C B K, cujus & diameter & circumferentia sit ignota; sitque una tantummodò pars ipsius accessibilis, v. g. A C B D; sic invenies diametrum & circumferentiam, & ex utraque aream circuli.

Metire chordam A B, eamque divide bifariam in D, & duc rectam D C; metire item sinum versum D C; multiplica dimidiũ chordæ, nempe A D, per seipsum, & summam divide per sinum versum, prodibitque portio D K totius diametri; cui si addas sinũ versum D C, habebis totam diametrum. Exempli gratia: sit chorda A B 24, dimidium verò A D 12, at Sinus versus D C, sit 6. multiplica ergo 12 per 12, & summam productam 144 divide per 6, prodibit 24; cui si addas 6, habebis 30 pro tota diametro C K. Habitâ verò diametro, habebis circumferentiam, & aream quæsitam, per dicta.

DEMONSTRATIO.

A D, est media proportionalis inter C D, & D K, per 8 Sexti, & Schol. 13 ejusdem, ut patet, si ducantur occultæ A C, A K, quæ constituent triangulum rectangulum ad A, per 31 Tertii; ergo quadratum A D æquale erit rectangulo ex C D & D K, per 17 Sexti, ac proinde divisum quadratum A D per latus C D, dabit latus D K.

ANNO-

ANNOTATIO I.

Quid faciendum, si mensurari non possit chorda, & sinus versus.

EST turris columnaris, ad quam non patet ingressus, nec tota ambiri potest, sed solùm potest mensurari arcus A C B funiculo circumducto. Divide totum arcum A C B bifariam in C, & ex puncto C describe arcum E F G, eumque divide bifariam in F, ductâ rectâ F G; quæ erit semidiameter circuli E F G, continuata cum diametro C K circuli A C B K. Per punctum deinde C ducatur recta H I, ad rectam F C perpendicularis. Erit hæc tangens circulum A C B K in puncto C, per 16 Tertii; & parallela chordæ A B (si ea intelligatur ducta) ut mox demonstrabo. His factis, ex punctis A & B demitte ad tangentem H I perpendiculares A H, B I. Erit H I æqualis chordæ A B; & A H, seu B I, æqualis sinui verso D C, ut mox demonstrabo. Metire igitur A H, & H I, & operare, ut antè. Vide Fig. præcedentem.

DEMONSTRATIO.

H *I est parallela ipsi A B; & A H, B I, parallelæ ipsi D C. Ducantur enim vel rectæ A L, B L, vel rectæ A K, B K; erunt tam anguli A L D, B L D, quàm anguli A K D, B K D, æquales,* per 27 Ter. & Scholium 29 Tertii, *cùm arcus A C, B C, sint æquales ex hypothesi. Quoniam ergo duo latera A L, L D (seu A K, K D) trianguli A L D, æqualia sunt duobus lateribus B L, L D (seu B K, K D) trianguli B L D, utrumque utrique, ut constat; suntque anguli ad L æquales, ut probatum est, erunt* per 4 Primi, *anguli A D L, B D L deinceps æquales, ac proinde uterque rectus,* per 10. Definit. Primi: *ideoque anguli A D C, B D C, erunt recti,* per 15. Primi, *utpote prioribus duobus ad verticem: sunt autem & anguli H C D, I C D, recti, eò quòd H I perpendicularis sit ducta ad C D. Ergo* per 28 Primi, *recta H I parallela est rectæ A B. Est autem & A H parallela tam ipsi B I, quàm ipsi D C,* per eandem 28 Primi, *cùm omnes sint perpendiculares ad H I. Parallelogrammum ergo est A H I B, ac proinde* per 34. Primi *H I est æqualis ipsi A B, & A H ipsi D C; quod erat demonstrandum.*

ANNOTATIO II.

EOdem modo procedes, si notus esset sinus K D, & chorda dimidia A D: nam si ducas in se semichordam A D, summamque productam dividas per K D, quotoque producto addas ipsum K D; habebis totam K C.

PROBLEMA XV.

Sectorum circuli areas invenire.

QUa ratione inveniatur area ſemicirculi, quadrantis, ſemiquadrantis, & ſimilium proportionalium partium, patet ex dictis Probl. 7. nunc quomodo aliarum partium areas invenire poſſimus, dicendum reſtat, & primò agendum de Sectore.

Fig. LX. Iconiſ. LX. Si igitur portio circuli ſit Sector, qualis eſt figura A B C D, comprehenſa duabus ſemidiametris A B, A D, & arcu B C D; ejus area invenitur, ſi nota ſit in certa menſura, v. g. in palmis, tam ſemidiameter, quàm arcus totus: ſi enim ſemidiameter ducatur in ſemiſſem arcus, erit productum area ſectoris in menſuris quadratis. Sit ſemidiameter A B ſex palmorum, arcus B C D 12, & ſemiſſis arcus, nempe B C 6: multiplica 6 per 6, erit productum 36 area ipſius Sectoris. Demonſtrationem infrà apponam.

Quòd ſi neque ſemidiameter, neque arcus ſectoris ſint noti, menſuranda eſt ſemidiameter menſura aliqua nota, & ſecundùm eandem menſuram indaganda eſt circumferentia totius circuli, per Regulas poſitas ſuprà Problem. 9. Menſuranda præterea eſt chorda B D. Ex ſemidiametro enim & chorda notis, inveniri poteſt arcus B C D primò in gradibus, & deinde in menſuris, quibus menſurata eſt ſemidiameter, tandemque ex ſemidiametro & ſemiarcu indaganda area.

Sic autem ex ſemidiametro A B, & chorda B D, notis in certa menſura, v. g. in palmis, invenies arcum B C D, in gradibus, ſi dicas: ut ſemidiameter A B ſex palmorum ad chordam B D 10 palmorum v. g. ita ſinus totus 100000 partium ad aliud; numerus enim procreatus dabit rectam B D cognitam in partibus ſinus totius; medietas autẽ rectæ B D cognitæ in partibus ſinus totius, erit ſinus ſemiſſis arcus B C D, ac proinde ſinus rectus arcus B C, vel D C, ideoque ex tabula ſinuum ſemiſſis arcus B C D in gradibus nota erit; qua habita, totus arcus B C D non ignorabitur.

Habito arcu B C D noto in gradibus, ſic idem notus fiet in menſura ſemidiametri A B, ſcilicet in palmis, Tota circumferentia circuli à ſemidiametro A B ſex palmorum deſcripti, jam nota facta eſt in aſſumpta menſura, nempe in palmis, per Regulam Problematis Noni; ſi ergo fiat, ut gradus 360 ad totam circumfe-

ren-

FIG. LX.

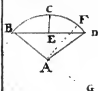


FIG. LXI.



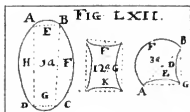


FIG. LXIII.

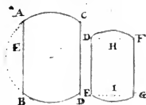


FIG. LXIV.

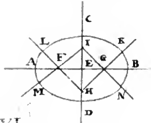
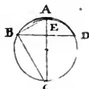


FIG. LXV.



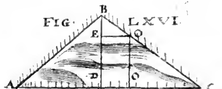
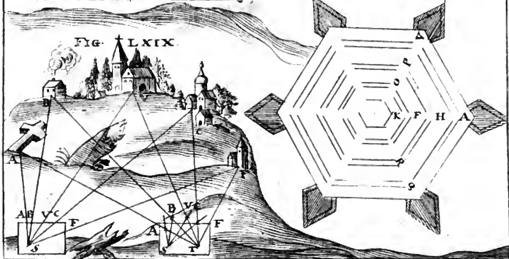
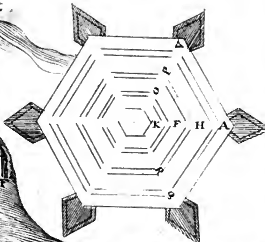


FIG. LXVIII.

FIG. LXIX.





rentiam in aſſumpta menſura cognitam, ita arcus B C D in gradibus cognitus ad aliud; cognoſcetur idem arcus B C D in menſura aſſumpta. Quare ſi multiplices ſemidiametrum in ſemiarcum in dicta menſura repertum, reperietur area ſectoris A B C D, in eadem menſura quadrata.

ANNOTATIONES.

I.

Poſſunt etiam gradus in arcu B C D contenti inveſtigari ope circuli alicujus, aut quadrantis diviſi in gradus, ſic, in aliquo campo. Circulum aut quadrantem in ſuperficie aliqua deſcriptum atque diviſum, pone intra Sectorem ita, ut centrum circuli diviſi correſpondeat centro A ſectoris; deinde ex centro circuli uſque ad punctum B ſectoris extende filum, & nota gradum, quem in circulo diviſo abſcindit: idem filum extende uſque ad punctum D, & nota ſimiliter gradum quem in circulo diviſo abſcindit: quot enim graduum eſt arcus circuli inter bina puncta notatus, totidem graduum erit arcus B C D Sectoris.

II. *Si non poſſes metiri ſemidiametrum A B, & chordam B D, eò quòd non detur aditus intra arcum B C D, adhibenda eſſet praxis Problematis XIV.*

III. *In aliquibus caſibus inveniri poteſt quantitas arcus B C D in certa menſura mechanicè, ſi nimirum circumducatur funis, cujus deinde longitudo inquiratur.*

IV. *In planitierum dimenſionibus, via omnium facillima eſt, ſi inveniatur in certa menſura chorda B D, & bifariam dividatur in E, & ex E erigatur perpendicularis E C, eaque inveniatur in eadem certa menſura; deinde recta B E ducatur in ſeipſam, & productum dividatur per C E, inventoque numero addatur numerus rectæ C E: ſic enim producitur tota diameter, juxta dicta ſuprà Problem. XI, & conſequenter ſemidiameter, ex hac deinde, & chorda invenitur arcus in gradibus, & in menſura ſemidiametri, tandem ex ſemidiametro & ſemiarcu tota area.*

DEMONSTRATIO.

Quod autem ex ductu ſemidiametri A B in ſemiſſem arcus B C D, hoc eſt, in arcum B C notum in menſura ſemidiametri A B, producatur area Sectoris A B C D, ita probo ex Clavio lib. 4 Geomet. pract. cap. 8. num. 1. Compleatur circulus B C D G, & fiat quadrans A B F, & ſemi-

circulus A B D G. Quoniam igitur, per 33 Sexti, *est ut arcus B D, ad quadrantem B F, ita Sector A B D, ad Sectorem A B F; erit quoque* ex Scholio Propos. 22. lib. 5. Euclid. *ut arcus B D ad quadruplum quadrantis B F, hoc est, ad totam circumferentiam; ita sector A B D, ad quadruplum Sectoris A B F, hoc est, ad totum circulum. Vt autem arcus B D ad totam circumferentiam, ita est B C. semissis arcus B D, ad B D G, semissem totius circumferentiæ*, per 15 Quinti; *Igitur erit quoque ut B C, ad B D G, ita Sector A B D, ad totum circulum. Sed ut B C ad B D G, ita est rectangulum sub A B, B C, ad rectangulum sub A B, B D G*, per primam Sexti; *Ergo erit quoque Sector A B D, ad totum circulum, ut rectangulum sub A B, B C, ad rectangulum sub A B, B F G. Cùm ergo, ut Probl.* 7. *tradidimus, circulus æqualis sit rectangulo sub A B, B D G; erit quoque*, per 14 Quinti, *Sector A B D æqualis rectangulo sub A B, B C, quod erat demonstrandum.*

PROBLEMA XVI.

Aliorum segmentorum circuli aream invenire.

SI portio circuli proposita non sit Sector, sed segmentum alterius rationis, quale est in superiori figura segmentum E B C D; sic ejus area inquiritur. Quære segmenti seu arcus propositi centrum A, *per 25 Tertii*, & ductis rectis A B, A D, inquire per certam aliquam mensuram quantitatem semidiametri A B, & arcus B C D, investigaque aream totius Sectoris A B D, modo proximè dicto. Ductâ deinde rectâ B D, inquire aream trianguli A B D, per dicta Probl. 3. Si jam trianguli aream subtrahas ab area totius sectoris; erit quod remanet, area segmenti A B C.

COROLLARIA.

I.

Fig. LXI. Iconis. IX. EX *his patet, quomodo investiganda sit area figuræ lenticularis, quæ scilicet composita est ex duobus segmentis duorum circulorum, sive æqualium, sive inæqualium, ut patet in C.*

II. *Patet præterea, qua ratione inveniatur area superficierum, quibus vel annexum est segmentum circuli, ut patet in A; vel deest segmentum circulare, ut patet in B. Sed de hoc iterum in sequenti Problemate.*

PRO-

PROBLEMA XVII.

Figuras ex variis circulorum segmentis coagmentatas metiri.

Figuras ex variis circulorum segmentis coagmentatas, sive omnes circumferentiæ extrorsum vergant, sive introrsum, sive partim introrsum & partim extrorsum, sic metieris. Fig. LXII. Iconis. IX.

Arcubus subtendæ chordas, & in prima ex tribus appositis figuris metire quadrilaterum A B C D, per dicta Probl. 1. & 2; & singula segmenta, per dicta Problemate præcedenti: si enim hæc segmenta quadrilatero adiiciantur (quòd omnia extrorsum tendant) conflabitur area totius figuræ ex quatuor arcubus E, F, G, H, composita.

In secunda figura metire tetragonum, per dicta Problemate quarto, & subtrahe ex ipso quatuor segmenta F, G, H, I, (quòd omnia introrsum vergant;) & remanebit reliqua figura ex quatuor arcubus conflata.

In tertia figura adiice trilatero A B C, segmentum A F B, extrorsum vergens, & ex composito numero aufer duo segmenta A E C, B D C, introrsum vergentia; & relinquetur area figuræ propositæ.

COROLLARIA.

I.

Ex his patet, qua ratione quamcunque figuram irregularem dimetiri debeas.

II. *Patet præterea, quomodo dimetiendi sint agri plani, habentes latera curva.*

PROBLEMA XVIII.

Segmentum circuli duabus rectis, & duobus arcubus comprehensum metiri.

Sit mensuranda area segmenti A B C D, comprehensi duabus rectis A B, C D, & duobus arcubus A C, B D. Inveniatur, per dicta Problemate XVI, seorsim area utriusque segmenti A E B, C Fig. LXIII. Iconis. IX.

E D,

E D, minorque detrahatur à majori, & remanebit area segmenti A B C D.

ANNOTATIO III.

Fig. LXIII. Iconis. I X. *SI segmentum esset compositum ex rectis, & arcubus inæqualium circulorum, quale est D E F G; ducantur chordæ D F, E G; inquiratur separatim area quadranguli D E G F, & area segmentorum D H F, E I G; addantur omnes areæ inventæ inter se, & resultabit tota area segmenti propositi.*

PROBLEMA XIX.

Ovalis, & Ellipticæ figuræ aream invenire.

Fig. LXIV. Icon. IX. ANtequam ovalis, ellipticæque figuræ dimetiendæ rationem tradamus, paucis docebimus quomodo illæ describantur.

Ovalis igitur figura sic describitur. Ducatur A B indeterminatæ quantitatis, & ad rectos angulos eam secans in E alia C D: tum centro E secentur utrimq; æquales ad lubitum intervallum E A, E B; item æquales inter se ad lubitum intervallum E F, E G; & pro libitu etiam æquales E I, E H. Ex H, & ex I, per F, & per G, educantur, & producantur, ut luber, rectæ H K, H L, I M, I N. Centris F & G, intervallis F A, & G B, ducantur arcus M A L, K B N. Centris etiam H & I, intervallis H L, vel H K, item I M, vel I N, ducantur arcus L K, & M N; & descripta erit figura ovalis, ita Bettinus tom. 1. Apiario 3. Progymn. 10. Proposit. 13. apud quem vide demonstrationem.

Notandum tamen ex eodem, futuram figuræ varietatem pro libitu, prout puncta F & G accipientur magis vel minùs distantia tum ab A & B, tum ab H & I.

Ovalis itaque figuræ, & ellipsis aream sic invenies. Quære inter majorem & minorem diametrum A B & C D mediam proportionalem, *per* 13. *Sexti*, & ad mediæ proportionalis medietatem describe circulum, ejusque aream indaga, per dicta Problemate 7; & habebis aream figuræ ovalis, atque ellipticæ, eò quòd prædictus circulus sit æqualis prædictæ figuræ ovali; quod sic demonstrat Clavius lib. 4. Geomet. pract. cap. 8. num. 5.

DEMON-

DEMONSTRATIO.

QVoniam enim est, per Coroll. 20 Sexti, *ut A B, ad C D, ita quadratum ex A B, ad quadratum ex media proportionali inventa; ut autem quadratum ex A B, ad quadratum ex media proportionali, ita est circulus diametri A B, ad circulum diametri mediæ proportionalis*, per secundam Duodecimi; *Erit quoque ut A B, ad C D, ita circulus diametri A B, ad circulum diametri mediæ proportionalis. Est autem*, per proposit. 5. Archim. de Conoidibus & Sphæroidibus, *ut major diameter A B ad minorem C D, ita circulus diametri A B, ad ellipsin A C B D; Ergo circulus diametri A B habet eandem proportionem ad circulum diametri mediæ proportionalis, & ad ellipsim A C B D*, per 11. Quinti; *ideoque*, per 9. Quinti, *area circuli diametri mediæ proportionalis erit æqualis areæ ellipsis A C B D; quod erat demonstrandum.*

PROBLEMA XX.

Sphærarum superficies convexas metiri.

DEmonstrat Archimedes lib. 1. de Sphæra & cylindro Propos. 31, Spæræ superficiem convexam esse quadruplam areæ circuli maximi ejusdem Sphæræ. Si igitur Sphæræ propositæ circulum maximum invenias, ejusque aream inquiras, per dicta Problemate 7, & per 4 multiplices; habebis superficiem convexam Sphæræ.

ANNOTATIO I.

QVa verò ratione inveniatur Sphæræ circulus maximus, docet Theodos. lib. 1. Proposit. 20. & P. Vincent. Leotaudus Soc. IESV in Elementis Geom. pract. pag. 465.

Eadem superficies Sphæræ procreabitur, si diameter Sphæræ in circumferentiam circuli maximi ducatur; propterea quòd rectangulum sub diametro & circumferentia maximi circuli comprehensum, est æquale superficiei convexæ Sphæræ, ut colligitur ex dictis Problemate 7, & probat Clavius lib. 5. Geom. pract. cap. 5. Propos. 2.

ANNOTATIO II.

I*Taque si statuas cum Recentioribus Mathematicis, præcipuè Germanis, diametrum Terraquæ, milliarium Italicorum* 6873 *ferè, circumferentiam*

tiam verò circuli maximi ejusdem milliarium 21600; invenies convexam superficiem totius Terraquæ milliarium quadratorum, 148456800.

ANNOTATIO III.

Est etiam sphæræ superficies æqualis circulo, habenti semidiametrum æqualem diametro sphæræ. Ita Archimedes in Coroll. Propos. cit. & refert. P. Ioannes Bapt. Ricciolus tom. 1. Almag. lib. 1. cap. 6. Proprietate 9. sphær.

PROBLEMA XXI.

Hemisphæriorum convexas superficies reperire.

Area circuli maximi multiplicetur per 2, vel circumferentia circuli maximi multiplicetur in semidiametrum; & habebitur intentum. Utrumque colligitur ex dictis Problemate præcedente. Eadem area invenitur ex tota diametro in semissem circumferentiæ maximi circuli.

ANNOTATIO.

Notandum tamen, in prædicto casu inveniri solam convexam superficiem, excludendo basim hemisphærii, quæ est circulus.

PROBLEMA XXII.

Portionum sphæricarum hemisphærio majorum aut minorum convexas superficies reperire.

Area superficiei convexæ cujuslibet portionis sphæræ hemisphærio minoris vel majoris, dempta base, æqualis est areæ circuli, cujus semidiameter æqualis est rectæ lineæ, quæ à vertice portionis ad circumferentiam basis ejusdem portionis ducitur. Quæratur igitur prædicta linea modo paulò pòst dicendo, & ad ipsius intervallum describatur, seu descriptus cogitetur circulus, ejusque area reperiatur per dicta Problemate 7; & habebitur intentum. Demonstrat hoc Archimedes lib. 1. de Sphæra & Cylindro Proposit. 40. Vide Clavium lib. 5. Geom. pract. cap. 6.

Fig. LXV. Iconif. IX. Exemplum. Sit alicujus Sphæræ portio minor B A D E, major verò B C D E, sitque vertex minoris portionis A, majoris C. Du-

Ducantur rectæ A B, & B C; eritque circulus semidiametri B A æqualis superficiei convexæ portionis B A D E, & circulus semidiametri B C æqualis superficiei convexæ portionis B C D E.

ANNOTATIO.

Rectæ A B, B C reperiuntur, extendendo circinum à vertice ad circumferentiam basis.

PROBLEMA XXIII.

Superficiem convexam cylindri, & coni, recti reperire.

Superficies cylindri recti convexa, demptis basibus, æqualis est circulo, cujus semidiameter est linea media proportionalis inter latus cylindri, & diametrum basis cylindri ejusdem. Clavius lib. 5. Geom. pract. cap. ult. ex Archim. lib. 1. de sphæra & cylin. prop. 13.

Coni recti superficies convexa, seclusa base, æqualis est circulo, cujus semidiameter est linea media proportionalis inter latus coni, & semidiametrum basis ejusdem coni. Idem ibidem ex eodem prop. 14.

APPENDIX.

Pro dimensionibus agrorum, aliarumque planitierum in collibus & montibus positarum.

Certum est, quòd superficies curva agrorum, sylvarum, hortorum &c. in collibus & montibus positorum, sit major, quàm basis ipsius collis seu montis; sicuti majores sunt duæ lineæ A B, A C, latera montis A B C ambientes, quàm sola linea A C per basim montis extensa, ut ex 20. Primi Euclid. constat. Nihilominùs, quia in agrorum venditionibus, emptionibus, permutationibus (& consequenter in eorundem dimensionibus, quæ non nisi propter prædictos fines instituuntur) non est spectanda sola soli quãtitas, sed utilitas in ordine ad frugum, arborumque proventum, vel domorum ædificationem; non est attendendum ad capacitatem seu aream curvæ sive convexæ superficiei hujusmodi planitierum, sed solùm ad capacitatem seu aream basis, cui mons aut collis insistit. Fig. LXVI. Iconis. IX.

Ratio hujus rei est, quia licet dorsi montani curvitas, seu convexa ejusdem superficies, sit longè major in mensuris, tam simplicibus, quàm quadratis, quàm superficies basis horizonti parallela, ut dicebam, & quilibet sponte concedit; tamen in convexa superficie non possunt seminari plures fruges, plantari plures arbores, ædificari plures domus, &c. quàm in horizontali superficie monti subjecta, etiamsi mons ad nubes usque extenderetur. Et ratio hujus rei est, quia omnes fruges, omnesque arbores, quæ in montibus crescunt, & omnes domus, quæ in iisdem ædificantur, insistunt ita montis convexę superficiei ut perpendiculariter tendant ad basim subjectam, ac proinde si ad basim usque protenderentur, omnes caderent intra basim, & nulla extra, ut patet ex apposita figura triangulari, in qua omnes lineæ rectæ lateribus A B, & B C insistentes, cadunt intra basim A C. Eadem autem est ratio de figura semisphærica, & alterius protuberantis superficiei.

Nec dicas, spatium B O in dorso montis (& eadem est ratio de reliquis omnibus spatiis) esse majus, quàm spatium D O, in subjecta basi montis, ut patet, si ducatur recta O E, parallela & æqualis rectæ O D; est enim recta B O major, quàm recta E O, *per 19, & 47 Primi.* Nè inquam hoc dicas, quia eadem omninò arbor v. g. B O D O, quæ stipite suo rotundo occupat solum spatium D O minus; occupat etiam totum spatium B O majus. Et eadem est ratio de cœteris. Licet ergo majus sit spatium B C, quam spatiũ D C; tamen non possunt stare erectæ perpendiculariter plures arbores, domus, fruges &c. in dorso B C, quàm in basi D C. vide Villalpandum tom. 3. in Ezechiel. Proposit. 21. Par. 2. & Bettinũ Apiar. 2. Progymnas. 2. Proposit. 5. coroll. 1. & 2. unà cum scholio.

Qua porrò ratione inveniatur basis monti supposita, colligitur ex dictis cap. 2. Problemate 2. coroll. 2.



LIBER



LIBER IV.
ICHNOGRAPHICUS,
sive
De Plantarum delineationibus, & locorum planorum descriptionibus.

*Voniam Instrumento nostro magnetico Plantarum, ut vocant, delineatio, locorumque quorumcunque planorum descriptio fit & facillimè, & acuratissimè; de ea hoc loco paulò fusiùs & accuratiùs integro Libro agendum erit: propter hunc enim usum Kircherus Instrumentum suum Pantometrum appellavit Ichnographicum, ab* ἴχνος, *quod vestigium seu plantam significat, &* γραφικὸς. *Trademus igitur primò modum delineandi in charta plantam seu situm hortorum, camporum, urbium, domuum, locorum subterraneorum, Regionum, sylvarum, lacuum, similiumque locorum: secundò modum hæc eadem, & præcipuè fortalitia seu muni-*

tiones in charta descriptas, delineandi in campo, cum omnibus suis proportionibus, lateribus, angulis, & similibus.

PROBLEMA I.

Situm alicujus horti, campi, atrii &c. delineare in charta.

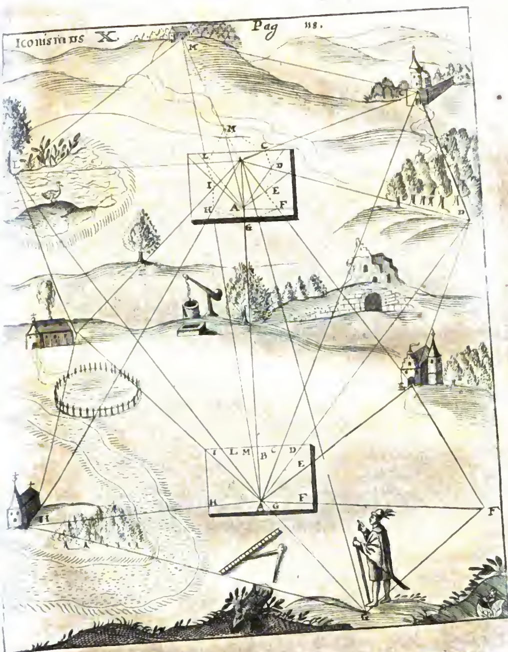
Fig. Iconis. X. SIt delineandus hortus CDEFGHILM. Pone in omnibus ejus angulis, nempe in C, D, E, F, G, H, I, L, M, palos ad horizontem rectos, aliavè signa: & elige in ipso horto duo loca, v. g. A & B, ex quibus pali positi videri possint: sintque loca A & B distantia inter se, v. g. 100 palmis. Colloca primò Instrumentum supra pedem suum accommodatum in loco A; & directâ Regulâ dioptricâ versus B, pone Cursorem supra punctum A chartæ Instrumenti, & duc lineam A B in charta. Deinde per ejusdem Regulæ dioptras observa omnes palos positos, & juxta Cursorem duc lineas A C, A D, A E, A F, A G, A H, A I, A L, A M.

His factis, perge ad locum B, & in linea A B Instrumenti, ex A versus B numera 100 particulas usque ad B; & ope Magnetis posito Instrumento ut antea, ita tamen, ut punctum B Instrumenti respondeat loco B, dirige Regulam rursus ad omnes palos; & posito Cursore semper supra punctum B, duc lineas BC, B D, B E, B F, B G, B H, B I, B L, B M; quæ lineæ ubi secuerint lineas ex puncto A ductas, ibi erunt anguli respondentes angulis horti.

Si jam Intersectiones illas in charta Instrumenti factas conjunxeris lineis C D, D E, E F, F G, G H, H I, I L, L M, M C; erit hortus in charta Instrumenti descriptus secundùm omnem suum situm. Si præterea videas quot particulæ æquales particulis lineæ A B, contineantur in singulis lineis figuræ in charta Instrumenti descriptæ; habebis totum ambitum horti, & omnes ipsius distantias in palmis.

DEMONSTRATIO.

DVo triangula A B L, sunt æquiangula: nam angulus ad B est communis utrique; angulus ad A est idem in utroque; reliqui ad L sunt æqua-


Iconismus X.
Pag. 118.
M
M
C
L
D
I
E
H
A
F
G
C
L
D
I L M B C D
E
H
G
F
H
F
A
A
G

quales; Ergo ut A B parvi, ad A B magni, ita B L parvi ad B L magni; ac proinde, ut A B parvi continet tot particulas, quot A B magni palmos; ita B L parvi continebit tot particulas, quod B L magni.

Iterum, duo triangula A B M, sunt æquiangula; nam angulus B est communis utrique; angulus ad A est idem in utroque; reliqui ad M sunt æquales; Ergo ut A B parvi ad A B magni, ita B M parvi ad B M magni; ac proinde ut A B &c. ita B M &c.

Iterum duo triangula B L M, sunt æquiangula: nam duo latera B L, B M, sunt secta proportionaliter, ut ex hactenus demonstratis patet; ac proinde anguli ad L & M parvi, sunt æquales angulis ad L & M magni; angulus verò ad B est communis utrique; Ergo ut B L parvi ad B L magni, ita L M parvi, ad L M magni: cùm ergo B L parvi contineat tot particulas, quot palmos B L magni; etiam L M parvi continebit tot particulas, quot L M magni palmos.

Simili prorsus modo demonstratur, reliqua latera figuræ in charta descriptæ continere tot particulas, quot palmos continent latera homologa horti, singula singulis; & è contrario.

ANNOTATIONES.

I.

Si charta Instrumenti orbi inclusa esset nimis parva, & non posset commodè recipere omnes lineas, omnesvè linearum intersectiones; posset imponi Instrumento asser longior, & procedi eodem modo.

II. *Possunt etiam duo loca assumi ubicunque in horto, aut in ejus quibuscunque duobus angulis, aut etiam extra hortum. Sed commodius videtur, assumere illa intra hortum, quia lineæ minùs intricantur. Hoc etiam modo fieri potest ichnographia alicujus vivarii, si in duobus ejus locis extremis eligantur duæ stationes.*

PROBLEMA II.

Ichnographiam Urbium Instrumento Pantometro perficere.

Ichnographia Urbis, sicuti & cujuscunque ædificii, alteriusvè corporis in plano horizontali siti, est descriptio seu delineatio vestigii sive plantæ urbis, ædificii &c. quod scilicet vestigium seu plantam impressam relinqueret in plano, si inde amoveretur.

De-

Descripturus igitur urbis alicujus plantam, seu perfecturus ichnographiam ipsius, sic operare.

Elige in ipsa urbe, aut in ejus extremis finibus, duo loca eminentiora, ex quibus totum urbis situm, & omnia ejus loca ac angulos conspicere possis; Inquire horum duorum locorum distantiam inter se quàm exactissimè; & ex utroque operare modo dicto in præcedenti Problemate, & habebis intentum. Ratio est eadem quæ suprà. Inspice figuram præcedentem, eamque puta esse urbem. Vide etiam sequentem figuram.

ANNOTATIONES.

I.

SI ex solis duobus locis urbis non possunt conspici omnia ejus loca, describe ex duobus primò electis ea quæ potes; deinde elige alia duo, & describe ex illis, id quod potes; postea alia, donec totam perfeceris Ichnographiam.

II. *Hoc nostrum Instrumentum habet hoc commodi, ut loca etiam vicina stationibus, & quantumvis depressa, possint per dioptras Regulæ observari; quod in aliis Instrumentis non fit.*

III. *Possunt etiam in urbium descriptione assumi duo loca extra urbem sita, ut in præcedenti Problemate diximus.*

IV. *Si urbs multos habet angulos, aut multorum locorum in ipsa sit observandus situs; adscribe lineis ex primo loco observationis ductis nomina angulorum & locorum, ad quæ tendunt, nè inter se confundantur.*

V. *Modus hoc Problemate propositus exhibet potiùs urbis scenographiam, seu, ut vocant, perspectivam, quàm Ichnographiam. Hanc autem accuratissimè dabit modus sequens.*

PROBLEMA III.

Aliter ichnographicè delineare urbes Instrumento Pantometro.

F. LXVIII. Iconis. IX. SIt præsens urbs, cum omnibus & singulis suis plateis, viculis, portis, propugnaculis delineanda ichnographicè. Colloca Instrumentum magneticè, hoc est, ita ut acus magnetica incumbat lineæ meridianæ, ad portam A, & per dioptras Regulæ respice totam plateam A H F K, item plateam A N, & plateam A Q; & jux-

& juxta Cursoris, supra A punctum semper jacentis, latus duc rectas lineas in charta A H F K, A N, & A Q. Deinde certa aliqua mensura, ut palmis, pedibus, passibus, metire accuratè distantias A H, A N, A Q; & in lineas his plateis correspondentes transfer, ab A incipiendo, tot particulas Cursoris, quot palmos invenisti inter A H, A N, A Q. His factis, transfer Instrumentum in H, eoque magneticè, ut antea, situato, dirige Regulam versus P, & versus R, & juxta latus cursoris duc rectas H P, H R; & metire distantias H P, H R, atque in lineas H P, H R in charta ductas transfer, à puncto H incipiendo, tot particulas, quot palmos invenisti inter H P, & H R; & deinde puncta P N, & R Q, notata in charta, conjunge rectis lineis P N, & R Q. His etiam factis, transfer Instrumentum in F, deinde in K, deinde in alia loca, & operare ut dictum; & operatione peracta habebis ichnographiam totius urbis, id est, figuram in charta, similem figuræ in planitie.

DEMONSTRATIO.

Anguli omnes in figura descripti, sunt æquales omnibus angulis figuræ prototypæ, ex operatione facta. latera etiam singula hujus figuræ sunt proportionalia lateribus illius, similiter ex constructione; Ergo tota hæc figura toti illi similis est, quia per primam Defin. Sexti, *similes figuræ rectilineæ sunt, quæ & angulos singulos singulis æquales habent, atque etiam latera, quæ circum æquales angulos, proportionalia.*

PROBLEMA IV.

Chorographicas descriptiones perficere nostro Instrumento.

TOpographia est descriptio locorum particularium, cujusmodi sunt sylvæ, campi, horti, urbes, castella &c. Chorographia est descriptio Regionum, cujusmodi sunt Provinciæ particulares, & Regna integra, atque Imperia. De priori in præcedentibus Problematis egimus, de posteriori hîc agemus; tametsi hic modus à modo Problemate tertio tradito non differat.

Sit igitur Regionis alicujus situs, qualis in apposito schemate apparet, delineandus ita, ut omnia loca suum debitum situm, & Fig. LXIX. Icon. IX.

proportionatam distantiam habeant. Selige tibi duas stationes, S & T, ex quibus totius Regionis circuitus conspici possit, sintque stationes S & T duo montes, aut turres, aut similia loca editiora. Deinde Instrumento magneticè situato in S, gyrataque dioptrali Regula versus T alteram stationem, duc in charta juxta cursoris situm, lineam S T. His peractis, gyra regulam ad singula loca A, B, C, V; & posito cursore super eodem semper puncto S trahe juxta ipsius situm ex puncto S lineas infinitas, S A, S B, S C, S V, adscriptis nominibus singulorum locorum, nè inter se confundantur. His etiam peractis, metire spatium inter duas stationes S & T, transferque Instrumentum ad alteram stationem T, & juxta prioris stationis situm magneticè iterum constitue, hoc est, ita ut linea S T directè tendat in S. Deinde in linea S T, ab S versus T, determina tot particulas, quot pedes aut passus invenisti inter dictas stationes, finemque particularum nota signo T. Posthæc gyra Regulam dioptralem per singula memorata loca, A, B, C, V, & posito cursore supra punctum T, duc juxta ipsius situm ex puncto T lineas T A, T B, T C, T V; & nota ubi hæ lineæ concurrant cum lineis ex S eductis: concursus enim singularum duarum linearum in eundem locum tendentium dabunt veram & genuinam loci cujusque positionem; particulæ verò earundem linearum dabunt distantiam locorum ab invicem, & à locis stationum.

DEMONSTRATIO.

Demonstratio hic eadem est cum illa, quam suprà Problemate primo hujus Libri confecimus.

ANNOTATIO.

Si ex duabus stationibus primò electis non possunt conspici omnes Regionis urbes, & loca cætera, observa primò ex duobus locis quotquot potes loca; deinde ex aliis duobus locis jam notatis observa alia loca circumjacentia; similiterq; ex aliis duobus, donec descripta sit tota Regio. Sed in hoc casu vel assumenda est major charta, vel paulatim adjungenda est alia charta. Huic tamen incommodo occurritur sequenti modo.

PRO-

Ratio hujus rei est, quia licet dorsi montani curvitas, seu convexa ejusdem superficies, sit longè major in mensuris, tam simplicibus, quàm quadratis, quàm superficies basis horizonti parallela, ut dicebam, & quilibet sponte concedit; tamen in convexa superficie non possunt seminari plures fruges, plantari plures arbores, ædificari plures domus, &c. quàm in horizontali superficie monti subjecta, etiamsi mons ad nubes usque extenderetur. Et ratio hujus rei est, quia omnes fruges, omnesque arbores, quæ in montibus crescunt, & omnes domus, quæ in iisdem ædificantur, insistunt ita montis convexę superficiei ut perpendiculariter tendant ad basim subjectam, ac proinde si ad basim usque protenderentur, omnes caderent intra basim, & nulla extra, ut patet ex apposita figura triangulari, in qua omnes lineæ rectæ lateribus A B, & B C insistentes, cadunt intra basim A C. Eadem autem est ratio de figura semisphærica, & alterius protuberantis superficiei.

Nec dicas, spatium B O in dorso montis (& eadem est ratio de reliquis omnibus spatiis) esse majus, quàm spatium D O, in subjecta basi montis, ut patet, si ducatur recta O E, parallela & æqualis rectæ O D; est enim recta B O major, quàm recta E O, *per* 19, *&* 47 *Primi*. Nè inquam hoc dicas, quia eadem omninò arbor v. g. B O D O, quæ stipite suo rotundo occupat solum spatium D O minus; occupat etiam totum spatium B O majus. Et eadem est ratio de cœteris. Licet ergo majus sit spatium B C, quam spatiũ D C; tamen non possunt stare erectæ perpendiculariter plures arbores, domus, fruges &c. in dorso B C, quàm in basi D C. vide Villalpandum tom. 3. in Ezechiel. Proposit. 21. Par. 2. & Bettinũ Apiar. 2. Progymnas. 2. Proposit. 5. coroll. 1. & 2. unà cum scholio.

Qua porrò ratione inveniatur basis monti supposita, colligitur ex dictis cap. 2. Problemate 2. coroll. 2.



LIBER



LIBER IV.

ICHNOGRAPHICUS,

ſive

De Plantarum delineationibus, & locorum planorum deſcriptionibus.

QVoniam Inſtrumento noſtro magnetico Plantarum, ut vocant, delineatio, locorumque quorumcunque planorum deſcriptio fit & facillimè, & acuratiſſimè; de ea hoc loco paulò fuſiùs & accuratiùs integro Libro agendum erit: propter hunc enim uſum Kircherus Inſtrumentum ſuum Pantometrum appellavit Ichnographicum, ab ἴχνος, quod veſtigium ſeu plantam ſignificat, & γραφικός. Trademus igitur primò modum delineandi in charta plantam ſeu ſitum hortorum, camporum, urbium, domuum, locorum ſubterraneorum, Regionum, ſylvarum, lacuum, ſimiliumque locorum: ſecundò modum hæc eadem, & præcipuè fortalitia ſeu muni-

tiones in charta descriptas, delineandi in campo, cum omnibus suis proportionibus, lateribus, angulis, & similibus.

PROBLEMA I.

Situm alicujus horti, campi, atrii &c. delineare in charta.

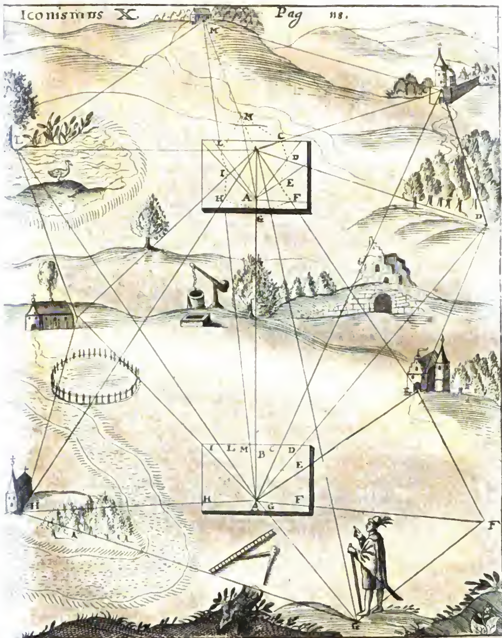
Fig. Iconis. X. SIt delineandus hortus CDEFGHILM. Pone in omnibus ejus angulis, nempe in C, D, E, F, G, H, I, L, M, palos ad horizontem rectos, aliavè signa; & elige in ipso horto duo loca, v. g. A & B, ex quibus pali positi videri possint: sintque loca A & B distantia inter se, v. g. 100 palmis. Colloca primò Instrumentum supra pedem suum accommodatum in loco A; & directâ Regulâ diopticâ versus B, pone Cursorem supra punctum A chartæ Instrumenti, & duc lineam A B in charta. Deinde per ejusdem Regulæ dioptras observa omnes palos positos, & juxta Cursorem duc lineas A C, A D, A E, A F, A G, A H, A I, A L, A M.

His factis, perge ad locum B, & in linea A B Instrumenti, ex A versus B numera 100 particulas usque ad B; & ope Magnetis posito Instrumento ut antea, ita tamen, ut punctum B Instrumenti respondeat loco B, dirige Regulam rursus ad omnes palos; & posito Cursore semper supra punctum B, duc lineas BC, B D, B E, B F, B G, B H, B I, B L, B M; quæ lineæ ubi secuerint lineas ex puncto A ductas, ibi erunt anguli respondentes angulis horti.

Si jam Intersectiones illas in charta Instrumenti factas conjunxeris lineis C D, D E, E F, F G, G H, H I, I L, L M, M C; erit hortus in charta Instrumenti descriptus secundùm omnem suum situm. Si præterea videas quot particulæ æquales particulis lineæ A B, contineantur in singulis lineis figuræ in charta Instrumenti descriptæ; habebis totum ambitum horti, & omnes ipsius distantias in palmis.

DEMONSTRATIO.

DUo triangula A B L, sunt æquiangula: nam angulus ad B est communis utrique; angulus ad A est idem in utroque; reliqui ad L sunt æqua-


Iconismus X.
Pag 118.
M
N
L
C
D
I
E
H
A
F
G
L
D
I L M B C D
E
H
A G
F
E
H
F
G

æquales; Ergo ut A B parvi, ad A B magni, ita B L parvi ad B L magni; ac proinde, ut A B parvi continet tot particulas, quot A B magni palmos; ita B L parvi continebit tot particulas, quod B L magni.

Iterum, duo triangula A B M, sunt æquiangula; nam angulus B est communis utrique; angulus ad A est idem in utroque; reliqui ad M sunt æquales; Ergo ut A B parvi ad A B magni, ita B M parvi ad B M magni; ac proinde ut A B &c. ita B M &c.

Iterum duo triangula B L M, sunt æquiangula: nam duo latera B L, B M, sunt secta proportionaliter, ut ex hactenus demonstratis patet; ac proinde anguli ad L & M parvi, sunt æquales angulis ad L & M magni; angulus verò ad B est communis utrique; Ergo ut B L parvi ad B L magni, ita L M parvi, ad L M magni: cùm ergo B L parvi contineat tot particulas, quot palmos B L magni; etiam L M parvi continebit tot particulas, quot L M magni palmos.

Simili prorsus modo demonstratur, reliqua latera figuræ in charta descriptæ continere tot particulas, quot palmos continent latera homologa horti, singula singulis; & è contrario.

ANNOTATIONES.

I.

SI charta Instrumenti orbi inclusa esset nimis parva, & non posset commodè recipere omnes lineas, omnesve linearum intersectiones; posset imponi Instrumento asser longior, & procedi eodem modo.

II. *Possunt etiam duo loca assumi ubicunque in horto, aut in ejus quibuscunque duobus angulis, aut etiam extra hortum. Sed commodius videtur, assumere illa intra hortum, quia lineæ minùs intricantur. Hoc etiam modo fieri potest ichnographia alicujus vivarii, si in duobus ejus locis extremis eligantur duæ stationes.*

PROBLEMA II.

Ichnographiam Vrbium Instrumento Pantometro perficere.

ICHnographia Urbis, sicuti & cujuscunque ædificii, alteriusvè corporis in plano horizontali siti, est descriptio seu delineatio vestigii sive plantæ urbis, ædificii &c. quod scilicet vestigium seu plantam impressam relinqueret in plano, si inde amoveretur.

De-

Describturus igitur urbis alicujus plantam, seu perfecturus ichnographiam ipsius, sic operare.

Elige in ipsa urbe, aut in ejus extremis finibus, duo loca eminentiora, ex quibus totum urbis situm, & omnia ejus loca ac angulos conspicere possis; Inquire horum duorum locorum distantiam inter se quàm exactissimè, & ex utroque operare modo dicto in præcedenti Problemate, & habebis intentum. Ratio est eadem quæ suprà. Inspice figuram præcedentem, eamque puta esse urbem. Vide etiam sequentem figuram.

ANNOTATIONES.

I.

SI ex solis duobus locis urbis non possunt conspici omnia ejus loca, describe ex duobus primò electis ea quæ potes; deinde elige alia duo, & describe ex illis, id quod potes; postea alia, donec totam perfeceris Ichnographiam.

II. *Hoc nostrum Instrumentum habet hoc commodi, ut loca etiam vicina stationibus, & quantumvis depressa, possint per dioptras Regulæ observari; quod in aliis Instrumentis non fit.*

III. *Possunt etiam in urbium descriptione assumi duo loca extra urbem sita, ut in præcedenti Problemate diximus.*

IV. *Si urbs multos habet angulos, aut multorum locorum in ipsa sit observandus situs; adscribe lineis ex primo loco observationis ductis nomina angulorum & locorum, ad quæ tendunt, nè inter se confundantur.*

V. *Modus hoc Problemate propositus exhibet potiùs urbis scenographiam, seu, ut vocant, perspectivam, quàm Ichnographiam. Hanc autem accuratissimè dabit modus sequens.*

PROBLEMA III.

Aliter ichnographicè delineare urbes Instrumento Pantometro.

F. LXVIII. Iconis. IX. SIt præsens urbs, cum omnibus & singulis suis plateis, viculis, portis, propugnaculis delineanda ichnographicè. Colloca Instrumentum magneticè, hoc est, ita ut acus magnetica incumbat lineæ meridianæ, ad portam A, & per dioptras Regulæ respice totam plateam A H F K, item plateam A N, & plateam A Q; & jux-

& juxta Curſoris, ſupra A punctum ſemper jacentis, latus duc rectas lineas in charta A H F K, A N, & A Q. Deinde certa aliqua menſura, ut palmis, pedibus, paſſibus, metire accuratè diſtantias A H, A N, AQ; & in lineas his plateis correſpondentes transfer, ab A incipiendo, tot particulas Curſoris, quot palmos inveniſti inter A H, A N, A Q. His factis, transfer Inſtrumentum in H, eoque magneticè, ut antea, ſituato, dirige Regulam verſus P, & verſus R, & juxta latus curſoris duc rectas H P, H R; & metire diſtantias H P, H R, atque in lineas H P, H R in charta ductas transfer, à puncto H incipiendo, tot particulas, quot palmos inveniſti inter H P, & H R; & deinde puncta P N, & R Q, notata in charta, conjunge rectis lineis P N, & R Q. His etiam factis, transfer Inſtrumentum in F, deinde in K, deinde in alia loca, & operare ut dictum; & operatione peracta habebis ichnographiam totius urbis, id eſt, figuram in charta, ſimilem figuræ in planitie.

DEMONSTRATIO.

Anguli omnes in figura deſcripti, ſunt æquales omnibus angulis figuræ prototypæ, ex operatione facta: latera etiam ſingula hujus figuræ ſunt proportionalia lateribus illius, ſimiliter ex conſtructione; Ergo tota hæc figura toti illi ſimilis eſt, quia per primam Defin. Sexti, *ſimiles figuræ rectilineæ ſunt, quæ & angulos ſingulos ſingulis æquales habent, atque etiam latera, quæ circum æquales angulos, proportionalia.*

PROBLEMA IV.

Chorographicas deſcriptiones perficere noſtro Inſtrumento.

Topographia eſt deſcriptio locorum particularium, cujuſmodi ſunt ſylvæ, campi, horti, urbes, caſtella &c. Chorographia eſt deſcriptio Regionum, cujuſmodi ſunt Provinciæ particulares, & Regna integra, atque Imperia. De priori in præcedentibus Problematis egimus, de poſteriori hîc agemus; tametſi hic modus à modo Problemate tertio tradito non differat.

Sit igitur Regionis alicujus ſitus, qualis in appoſito ſchemate apparet, delineandus ita, ut omnia loca ſuum debitum ſitum, & Fig. LXIX. Icon. I X.

proportionatam distantiam habeant. Selige tibi duas stationes, S & T, ex quibus totius Regionis circuitus conspici possit, sintque stationes S & T duo montes, aut turres, aut similia loca editiora. Deinde Instrumento magneticè situato in S, gyrataque dioptrali Regula versus T alteram stationem, duc in charta juxta cursoris situm, lineam S T. His peractis, gyra regulam ad singula loca A, B, C, V; & posito cursore super eodem semper puncto S. trahe juxta ipsius situm ex puncto S lineas infinitas, S A, S B, S C, S V, adscriptis nominibus singulorum locorum, nè inter se confundantur. His etiam peractis, metire spatium inter duas stationes S & T, transferque Instrumentum ad alteram stationem T, & juxta prioris stationis situm magneticè iterum constitue, hoc est, ita ut linea S T directè tendat in S. Deinde in linea S T, ab S versus T, determina tot particulas, quot pedes aut passus invenisti inter dictas stationes, finemque particularum nota signo T. Posthæc gyra Regulam dioptralem per singula memorata loca, A, B, C, V, & posito cursore supra punctum T, duc juxta ipsius situm ex puncto T lineas T A, T B, T C, T V; & nota ubi hæ lineæ concurrant cum lineis ex S eductis: concursus enim singularum duarum linearum in eundem locum tendentium dabunt veram & genuinam loci cujusque positionem; particulæ verò earundem linearum dabunt distantiam locorum ab invicem, & à locis stationum.

DEMONSTRATIO.

Demonstratio hic eadem est cum illa, quam suprà Problemate primo hujus Libri confecimus.

ANNOTATIO.

Si ex duabus stationibus primò electis non possunt conspici omnes Regionis urbes, & loca cætera, observa primo ex duobus locis quotquot potes loca; deinde ex aliis duobus locis jam notatis observa alia loca circũjacentia; similiterq; ex aliis duobus, donec descripta sit tota Regio. Sed in hoc casu vel assumenda est major charta, vel paulatim adjungenda est alia charta. Huic tamen incommodo occurritur sequenti modo.

PRO-

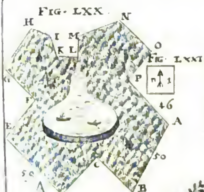
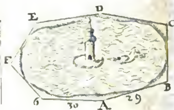
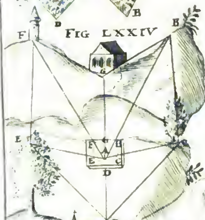
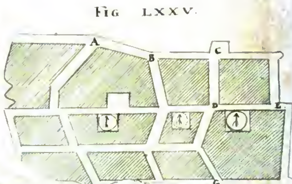
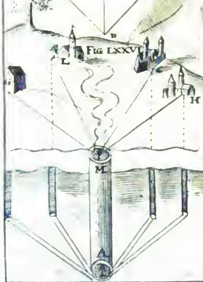

Fig. LXX
H
N
I M
K L
O
P
F
E
A
C
B
D
46
50
50

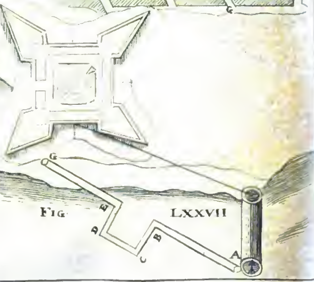

Fig. LXXI
Fig. LXXII
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11


E
D
C
F
B
A
6
30
29


Fig. LXXIV
F
B
G
E
F G H
E C
D
D


Fig. LXXV.
A
B
C
D
E
G


Fig. LXXVI
L
H
M
A


Fig. LXXVII
G
E
D
C
B
A

PROBLEMA V.

Aliter, & novo modo, tam Topographicas, quàm Chorographicas descriptiones perficere.

MOdi hactenus enumerati topographicas & chorographicas descriptiones perficiendi, sunt communes quorundam aliis aliorum Instrumentis; sequens modus est omninò novus, & nostro Instrumento peculiaris, excogitatus ab Athanasio Kirchero, & in praxin sæpe sæpius reductus, tum hìc in Italia, tum maximè in Germania, quando anno integro in vastissima quadam Provincia ichnographicè describenda jussu Eminentissimi Archiepiscopi Moguntini S. R. I. Electoris, Joannis Suicardi, versatus fuit. Fig. LXX. Iconis. XI.

Sit igitur sylva, aut Regio quæpiam, qualem sequens schema repræsentat, cujusque singulos limites appositæ litteræ indicant, delineanda. In promptu habeas ante omnia multas chartas quadratas in separata quadam capsula, ut uni lineis refertæ aliam substitutam cavitati quadratæ circuli O P Q R Instrumenti inseras. Sint autem hujusmodi chartæ ita sectæ, ut quadratum concavum exactè ac præcisè expleant. Deinde has omnes quadratas chartulas signabis in aliquo latere, hoc signo, ✠, quod quatuor plagarum Mundi situm ostendit, cui adjunges numerum folii hoc modo, n. 1. 2. 3. 4. & sic in omnibus aliis foliis, prout figura apposita monstrat. Has chartas Instrumenti concavo quadrato ita inseres, ut latus, cui acus magnetica inscripta est, semper in septentrionalem plagam, quam Magnetica acus limbo Orbis inclusa ostendit, vergat. His igitur ita ritè constitutis, sic operationem aggredere. Fig. LXXI. Iconis. XI.

Primò. Applica Instrumentum ad A, v. g. primum sylvæ limitem, aut angulum; orbeque cum charta quadrata, num. 1. signata, magneticè ad Boream verso, respice per dioptralem Regulam ex A in limites seu angulos P, & B; atque secundùm longitudines laterum A B, & A P, in charta quadrata juxta Cursoris situm trahe lineas A B, & A P. Utramque deinde distantiam, A B, & A P, metire certa aliqua mensura, nempe chorda aliqua, aut catenula, in 100, aut plures pedes, aut passus divisa; sitque distantia A B 50, A P, 46 pedes aut passus longa. In lineam igitur A B

Instrumenti transfer 50 particulas, ex A usq; in B; in lineam verò A P transfer particulas 46; & habebis primam operationem factã.

Secundò. Instrumentum supra pedem suum firmatum, translatumque in limitem B, juxta prioris stationis positionem magneticè situa, ita ut Cursor supra lineam A B chartæ positus, tendat directè in A. Quo facto, gyratam Regulam dirige in C, & posito Cursore supra punctum B, duc lineam B C, mensuratoque spatio B C, transfer in lineam B C, à B usque ad C, tot particulas, quot in spatio B C pedes invenisti. Simili modo operaberis in C, ut habeas lineam C D. Quòd si punctum C & D, atque utriusque lineæ B C, & C D, quantitatem sine accessu ad C habere velis; dirige dioptricam Regulam ex B in limitem D, & juxta Cursoris in puncto B positi latus duc lineam occultam B D, & spatium B D certa mensura notum, v. g. 60 pedum, ex scala Cursoris transfer ex puncto B lineæ in charta quadrata ductæ in lineam B D: deinde ex eodem B directa dioptrica Regula in C, & posito Cursore supra eodem puncto B, duc lineam indeterminatam B C: demum translato firmatoque Instrumento in D, situatoque ut priùs magneticè, per dioptras respice in C limitem; & posito supra D punctum Cursore duc lineam D C in charta, quæ linea ubi priorem lineam B C secuerit, ibi limitis secundi locus esse judicabitur.

Tertiò. Ex D gyrato dioptro respice in E, ductâ lineâ D E juxta Cursoris in D puncto positi latus; mensuratumque spatium D E, v. g. 59 pedum, è scala Cursoris in lineam chartæ juxta Cursoris situm tractam transfer à D usque in E; eritque terminus E hujus lineæ, limes E.

Quartò. Translato, atque magneticè situato Instrumento in E, dirige iterum dioptra ex E in F, & operare ut paulò antè. Idem etiam facies in F, ad inveniendum spatium F G. Si duas lineas, F G, & G H, per compendium explorare velis; operare ut in limitibus C, D, ex B inveniendis operatus es, provenientque cum lateribus F G, & G H, limitum quoque G & H loca. Quòd si è duabus stationibus E & F, aut F & G, limites H, I, K, & alia quæcunque loca, conspici possint; operare eâdem prorsus ratione ex duabus illis stationibus, qua in præcedenti Problemate in situ locorum Regionis explorando operati sumus, ducendo videlicet

lineas

lineas ex utroque stationis puncto ad singula loca limitum visorum; concursus enim linearum ad singulos limites ductarum exhibebit situm limitum genuinum. Eodem compendio ex K & L limitibus notis reliquos L & M quoque invenies; ex L & M verò reliquos N & O; & sic de cæteris; donec totum ambitum sylvæ compleveris. Si verò ex uno loco non nisi unus limes apparet, singuli seorsim sunt explorandi.

Ambitu hac industria integrè completo, videbis in chartulis quadratis simul junctis totius sylvæ situm, cum angulis, limitibus, cæterisque anfractibus, ea prorsus ratione, qua hìc exhibemus.

F. LXXII. Iconis. XI.

ANNOTATIO.

Notandum est circa præsentem figuram, undecim chartulis quadratis totam Ichnographiam in hoc Problemate peractam contineri. Et in prima quidem chartula notata sic, n ‡ 1, non continetur linea totius distantiæ A B 50 pedum, seu particularum, sed solùm linea pedum 44; reliquum verò ad 50, videlicet sex pedes, in secundũ folium est traductum, continuata priori linea juxta Cursoris invariati & immobilis latus. In secunda chartula cõtinetur linea totius distãtia BC, & pars lineæ C D: cujus altera pars traducta est in tertiam chartulam. Eadem ratione processum est in reliquis chartulis. Quotiescunque igitur integra aliqua linea foliũ quodpiam non ingreditur, tunc circino intercipe partem illam lineæ, quæ folio inscripta est, nempe in præsenti primo folio partem 44 particularum, eamque in scalam Cursoris transfer, ut scias quod partium sit; reliquas verò particulas ad totam lineam desideratam complendam requisitas, v. g. in casu posito particulas requisitas ad complendam totam lineam 50 particularum, intercipe circino ex schala Cursoris, & exempto priori folio, continua in sequenti folio lineam inchoatam, immoto manente Cursore, & in ipsam trãsfer prædictas sex particulas, notato puncto, in quo finiuntur; à quo deinde puncto incipies sequentem lineam ducere juxta præcepta tradita. Completâ verò totâ ichnographiâ, ex pone omnes chartulas suis lineis & numeris inscriptas, in mensa aliqua, juxta numerorum ordinem, ita ut folium numero 1 signatum, primum locum obtineat; cui folium num. 2 signatum ita adnecte, ut duæ partes lineæ A B in unam rectam coincidant; folium autem tertium secundo folio ita adaptetur, ut partes lineæ C D similiter unam rectam lineam faciant. Simili ratione

alia folia foliis secundùm numerorum ordinem, & lineas lineis adnecte; donec totum ambitum compleveris; hoc semper observando, ut foliorum latus signatum acu magnetica ‡, in omnibus eandem plagam respiciat, prout in præcedenti figura apparet. Figuram sic dispositam delineabis aciculâ in supposita alia charta aut mappa, secundùm omnes anfractus & angulos; vel certè in majorem aut minorem formam reduces, modo postea dicendo.

DEMONSTRATIO.

Demonstratio hujus Problematis, qua parte ex singulis stationibus singula inquirit latera & angulos, eadem est cum proximè præcedenti; qua parte verò ex duabus stationibus plures indagat distantias & angulos, convenit cum demonstratione Problematis Primi.

PROBLEMA VI.

Sylvam, lacum, aliaque loca plana describere, quando intra ipsa non possunt fieri stationes.

Sit sylva, lacus, hortus arboribus consitus &c. A B C D E. &c. è cujus uno aut duobus limitibus aut non possint videri alii limites, aut non possint intra ipsum fieri duæ aut una statio. Hujusmodi locus qua ratione sit describendus, jam patet ex præcedenti Problemate. Potest tamen etiam sequenti praxi ichnographicè describi.

F. LXXIII. Iconis. X I. Pone Instrumentum magneticè supra pedem suum situatum in loco A, & per Regulam dioptralem respice limitem G, ductâ rectâ A G, indeterminatæ longitudinis juxta situm Cursoris. Deinde ex A versus G procedendo numera palmos lateris A G, qui sint v. g. 30, & in lineam A G tabulæ transfer totidem particulas, incipiendo à puncto A notato usque ad punctum G. Post hæc pone Instrumentum in loco G, ita ut G Instrumenti correspondeat limiti G; & directâ Regulâ in F, positoque Cursore supra punctum G, respice in limitem F, & fac lineam G F; & mensurato etiam latere G F, transfer in lineam G F tot particulas, incipiendo à G usque ad F, quot palmos inveneris in latere G F. Similes operationes institue in omnibus limitibus, & habebis situm cum numero palmorum totius circuitus. Ratio est eadem quæ Problematis tertii.

ANNO-

ANNOTATIO.

Simili prorſus ratione delineabis templa, palatia, munitiones ſeu fortalitia, urbes &c. quando intra hujuſmodi loca non poſſunt conſpici omnes anguli & limites. In ædificiis tamen poteſt exteriorum angulorum amplitudo indagari Inſtrumento quodam ex duabus compacto regulis, quarum una ſub alteram ingreſſa movetur circa centrum, ſicut circinus manualis moveri ſolet, & ab Italis appellatur Squadra zoppa.

PROBLEMA VII.

Situm Camporum, ſimiliumque locorum ex unica ſtatione delineare.

Situm loci B C D E F G, ex unica ſtatione A, ſic deſcribes; operoſiùs quidem, quàm prædictis modis, at certiùs. Poſito Inſtrumento in loco A, & electo in charta puncto A, dirige diopticam Regulam ad ſingulos limites dati loci, ſeu ad palos in extremitatibus defixos, aut ad ipſos angulos; poſitoque ſemper Curſore in puncto A, duc lineas A B, A C, A D, A E, A F, A G. Deinde diſtantias à loco A ad ſingulos angulos inquire in certa aliqua menſura, v. g. in palmis. Tandem in lineas correſpondentes transfer tot particulas, ab A ſemper incipiendo, quot palmos in diſtantiis inveniſti. Si enim extrema ultimarum particularum puncta lineis rectis conjunxeris, habebis ſitum loci quæſitum. Ratio patet ex demonſtratione Problematis tertii.

F LXXIV. Iconiſ. XI.

PROBLEMA VIII.

Ichnographiam ſubterraneorum locorum perficere.

IN cuniculis ſubterraneis tempore obſidionis dimetiendis ac deſcribendis, in fodinis metallicis & ſalis foſſilis, aliiſque ſimilibus locis Ichnographicè depingendis, ut & in cœmeteriis Romanis, egregium omninò uſum habet hoc noſtrum Inſtrumentum. Quod quidem tunc non imponitur ſuſtentaculo aut pedi ſuo, prout in præcedentibus factum eſt, ſed manu geſtatur, & parietibus applicatur, ita ut planum Inſtrumenti ſit parallelum plano horizontis. Præterea in ſubterraneis delineationibus non gyra-

tur

tur quadratum Instrumenti, manente immoto orbe medio; nec dioptralis regula adhibetur, prout in præcedentibus semper factum fuit; sed ablatâ Regulâ (quam albidadam, seu lineam fiduciæ passim vocant Authores) immotoque quadrato, orbis cum imposita sibi quadrata charta ad delineationem perficiendam gyratur, eâ qua sequitur ratione.

F. L X X V. Iconis. XI. Sint subterranei cuniculi A, B, C, D, E, F, &c. ichnographicè delineandi. Primò, singulorum laterum mensuram in palmis cognitam habeas oportet. Ingressus igitur os cuniculi ubi E v.g., muro seu parieti E D ita applica Instrumentum, ut Cursor & latus lineæ fiduciæ seu Regulę sint ad dictum parietem in situ parallelo; ipsum verò planum Instrumenti sit parallelum plano horizontali. Quòd si murus asper & inæqualis esset, supra amussim muro applicatam Instrumentum applicandum foret. Applicato hac ratione Instrumento, eoque inter te & murum dicto situ sustentato manibus, gyra intermedium orbem, eò usque, donec acus magnetica rectà Boream respiciat. Quo facto, juxta Cursoris situm fac lineam in charta Instrumento superposita, lateri E D certa jam mensura explorato proportionalem. Deinde applica Instrumētum supra murum F interioris cuniculi, eo prorsus quadrati situ (qui nunquam mutari debet) quo in prima operatione fuit; & gyra orbem donec acus denuò perfectè Boream ut priùs respiciat: quo peracto, lineæ E D annecte lineam E F ductam juxta situm Cursoris, parallelam muro E F. Iterum applicato Instrumento dicto situ parieti F G, & magneticè situato orbe, connecte lineæ E F lineam F G, prævia dimensione notam. Eodem prorsus modo in omnibus cuniculorum lateribus explorandis, describendisque procede, donec totam ichnographiam perfeceris.

ANNOTATIO.

PRædicta ichnographia pluribus chartulis quadratis perfici debet, eadem prorsus methodo, quam in Problemate quinto docuimus. Ratio hujus praxis eadem est, quæ superiorum praxium.

PRO-

PROBLEMA IX.

Ope Magnetici nostri Instrumenti cuivis puncto in extima terræ superficie assignato, aliud ad perpendiculum ei correspondens in intimis terræ visceribus reperire.

Diximus, qua ratione nostri Instrumenti ope cuniculi, aliaque subterranea loca sint ichnographicè delineanda; sequitur deinceps ut modum doceamus, quo manifestè constet, si subterraneos meatus, cuniculos, occulta ambulacra construere volumus, aut suffodere, vel pulvere pyrio supposito deiicere urbis mœnia, turres, propugnacula, aut metallorum venas scrutari, aut alia similia perficere; constet inquam, sub quibus terræ locis præcisè consistamus. F. LXXVI. Iconif. XI.

Sit ergo, gratiâ exempli, in obsidione alicujus urbis, locus M in castris, à quo deducendi sint cuniculi ad vicina aut remota urbis propugnacula G, L, C, H,. Pone Instrumentum in M supra sustentaculum horizonti parallelum, & statue ipsum magneticè juxta quatuor mundi cardines. Dirige deinde Regulam dioptralem in omnia loca prædicta, quæ nimirum in subterraneis mæandris vis respondere ad perpendiculum; & posito Cursore supra idem semper punctum M in quadrata chartula electum, duc lineas M G, M L, M C, M H. Demum singulorum locorum distantiam ab M per lineam rectam metire summâ diligentiâ juxta præcepta Libro secundo tradita. His ita ritè constitutis, fode ad perpendiculum meatum M A in terram descendentem, tantæ profunditatis, quantam judicaveris necessariam; eumque ingrediens, pone Instrumentum, ut priùs feceras, magneticè secundùm mundi plagas à versorio magnetico ostensas. Dico, si ponas cursorem supra lineas antea notatas in charta Instrumenti; & secundùm ductum seu directionem ipsarum fodias ad tantam distantiam, quantam ab M ad dicta loca invenisti in exteriori terræ superficie: te infallibiliter & præcisè ad desideratum sub terra locum perventurum, qui loco designato in terra ad perpendiculum respondeat.

R DE-

DEMONSTRATIO.

Res est tam clara, ut demonstratione non indigeat. Cùm enim subterranei meatus à fossoribus facti, sint exterioribus distantiarum lineis paralleli, & aequales (suppono enim, utrumque planum, cùm exterius, tum interius, esse horizonti parallelum; & punctum M correspondere puncto A ad perpendiculum; & meatus subterraneos prope A efficere eosdem angulos, quos efficiunt lineae G M, L M, C M, H M, prope M; & utrobique in easdem Mundi partes tendere; omnia ex operatione facta) necesse est, extremitates maandrorum seu cuniculorum subjectas esse extremitatibus G, L, C, H, ad perpendiculum.

ANNOTATIO.

Si inter fodiendum occurrant petrae, aut rudera, aliavè impedimenta, ac proinde utendum sit diverticulis; ita procede. Impedimento occurrente deflecte ad latus per lineam, quae cum via subterranea jam facta faciat angulum rectum, procedendo per certum numerum pedum: deinde F. LXXVII Iconis. XI *flecte iterum per angulum rectum, procedendo similiter per certum numerum pedum: tandem iterum flecte per angulum rectum, procedendo per tot pedes, per quot in principio deflexisti; erisque in linea à principio inchoata, & scies quot pedes tibi remaneant fodiendi. Verbi gratia, sit fodiendum ab A usque ad G per pedes 200; fodisti usque ad B per pedes 80, ubi occurrerit impedimentum: deflecte à B per angulum rectum in C per pedes 10, indeque à C usque ad D, ad angulum rectum per pedes itidem 20, tandemque à D usque ad E, ad alium angulum rectum per pedes iterum 20. Hoc facto, eris in linea A G, & remanebunt tibi fodiendi pedes 100.*

PROBLEMA X.

Ichnographiam omnium partium interiorum alicujus domus, aut Ecclesiae, perficere.

Modus operandi, atque applicatio Instrumenti, prorsus eadem erit, quae in Problemate octavo. Primò enim, applicabis Instrumentum manu apprehensum inter te & murum eo situ, ut Cursor & latus Regulae diopetralis (quam in hac operatione auferes) semper situm obtineant parallelum, & latus praedictum radat murum. Secundò, orbem magneticè unà cum charta quadra-

drata situabis. Tertiò, juxta Cursoris situm lineam duces, quæ lineæ seu longitudini muri certâ mensurâ exploratæ in scala Cursoris respondeat. Quartò, aliud latus alterius muri immediatè sequentis petes, atque Instrumentum dicto situ ei applicabis, situatoque magneticè, ut priùs, orbe, lineam juxta Cursoris situm duces, lineæ parietis, cujus mensura constet, proportionatam. Cætera pari ratione perficies. Quintò, peractâ ichnographiâ singulas chartas eximes, & supra tabulam, aut mappam, sive chartam huic ichnographiæ deputatam dispones, eo ordine, quo in Problemate quinto fieri debere docuimus; atque juxta ambitus linearum, angulorumque in dispositis chartis notatorum ordinem & situm, aciculâ inferiorem suppositam chartam punctuabis, punctaque lineis rectis terminabis, donec totum opus compleveris. Ratio hujus rei patet ex dictis Problemate tertio.

PROBLEMA XI.

Munitionum seu Fortalitiorum ichnographicam delineationem perficere.

MUnitionem seu Munimentum voco locum quemvis arte militari munitum, seu fortificatum; quiquidem locus recepto nunc vocabulo à fortificando, Fortalitium appellatur. In horum Fortalitiorum ichnographica delineatione præclarũ omninò usum habet hoc nostrum Magneticum Instrumentum; quo & Magni quidam Capitanei hisce belli temporibus usi, adeo commodum illud repererunt, ut id satis laudare non possint, inquit Kircherus Problemate decimo

Ut verò meliùs intelligantur, à Tyronibus etiam, quæ dicturus sum hoc Problemate; explicabo primò partes præcipuas, angulos, & lineas Munitionum. Secundò subjiciam tabulam continentem longitudines singularum linearum regularium Munimentorum. Tertiò præscribam modum eadem Munimenta delineandi in charta. Quartò denique docebo, qua ratione nostri Instrumenti ope in campo ichnographicè delineari possint prædicta Munimenta. In varios igitur Paragraphos hoc præsens Problema dispertiar.

§. I.

Explicantur partes, anguli, & lineæ Munitionum.

Fig. Iconis. XII. MUnimenta, sive Fortalitia sunt vel regularia, vel irregularia. Regularia sunt, quæ habent angulos & latera ejusdem speciei æqualia. Irregularia verò, quæ angulos & latera prædicta habent inæqualia. Ut partes præcipuas, angulos, & latera sive lineas Munimentorum explicem faciliùs, & quasi ob oculos Tyronum ponam; delineavi ichnographicè appositum Munimentum pentagonum regulare, appositis litteris; sic enim meliùs, faciliùs, ac clariùs explicare potero quod proposui, quàm multis verborum ambagibus.

§. II.

Lineæ, sive Latera Munitionum, eorumque appellationes.

ONMYX, polygonum quinque laterum & angulorum, æqualium; seu Pentagonum regulare.

ON, NM, MY, YX, XO, latera polygoni prædicti interna, seu distantia figuræ polygoni; Italicè *poligono interiore*; Gallicè *polygone interieur*; Belgicè *distanz der Keelpuncten*; Germanicè die Seiten der Festung von einem Winckel zum andern. HG, GY, Yß, ßA, AH, latera ejusdem polygoni externa, seu distantia propugnaculorum; Italicè *poligono esteriore*; gallicè *polygone exterieur*; germanicè die weite der Polwercks puncten.

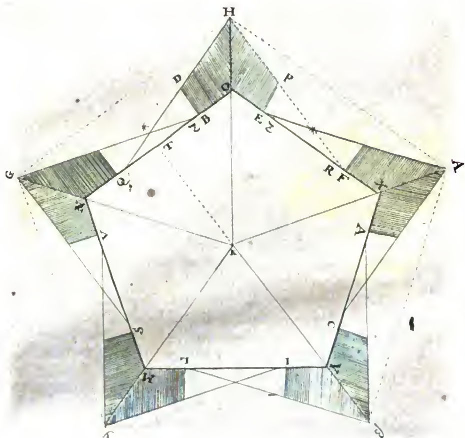
K, Centrum polygoni. KO, KN, KM, KY, KX, semidiametri seu radii circuli polygonum circumscribentis, cujusmodi est circulus ONMYX; italicè *centro*; gallicè *centre*; germanicè mittelpunct.

BDHPE, Propugnaculum, italicè *Baloardo*, vel *Bastione*; gallicè *Bouleuard*, vel *Bastion*; germanicè Bollwerck.

OE, & OB, Linea colli, & linea faucium, vel simpliciter collum; italicè *Recinto*; gallicè *Gorge du Bastion*; germanicè Keel-linie/ Hals.

EP, Ala propugnaculi, sive humerus propugnaculi, seu Ala prima, & primaria; italicè *Fianco primo ò primario*; gallicè, *Espaule*,

vel


H
D
P
O
T
G
A
K
S
C
L
I

vel *Flanc*; germanicè Flügel / Schulder. Alam in tres partes æquales aliqui dividunt, quarum duas exteriores versus P tribuunt auriculæ propugnaculi (quam Itali Orechione, Hispani Oreion de casamata appellant) tertiam destinant alæ opertæ, vel transversæ, quam Itali moderni Fianco, Hispani travès vocant.

E F, Cortina; italicè *Cortina*; gallicè *Courtine*; germanicè Wall. Hæc est agger, sive vallum, vel extensio muri inter propugnacula.

O H, Linea Capitalis; italicè *Linea Capitale*; gallicè *Ligne Capitale*; germanicè Haubtlinie. Hæc est portio semidiametri polygoni productæ usque ad verticem propugnaculi.

H P, & H D, Facies propugnaculi; italicè *faccia del baloardo*, gallicè *face du bastion*; germanicè Gesicht/ gesichtlinie.

H R, Linea defensionis, seu defensiva, linea radens, linea stringens; italicè *linea radente*, *stringente*; gallicè *ligne de defence flanquante*; germanicè Streichlinie.

F H, Linea figens, sive linea defensiva fixa; italicè *ficante*; gallicè *la ligne de defense fichente*; germanicè Verlengung der Schulder.

E Z, B Z, Ala Cortinæ, seu Ala secunda, aut secundaria; italicè *fiancho secondo*, *ò fiancho secondario*; gallicè *second flanq*; germanicè Streichplatz.

K T, Cathetus, sive radius polygoni brevissimus, à centro ad latus polygoni perpendicularis.

§. III.

Anguli Munitionum, eorumque appellationes.

G K H, angulus centri, sive ad centrum, polygoni; italicè *Angolo del centro*; gallicè *l'angle du centre*; germanicè der Winckel deß *centri* oder Mittelpuncts.

M N O, N O X, angulus polygoni, sive ad circumferentiam polygoni; italicè *angolo della figura*; gallicè *l'angle du polygone*; germanicè Kelpuncts Ecke.

D H P, angulus propugnaculi, quem aliqui vocant angulum defensum, italicè *angolo difeso*; gallicè *angle flanquè*, germanicè Bollwercks punct.

HRO, HQO, angulus defensionis interior, vel minor; italicè *angolo della difesa interiore*; gallicè *angle flanquante interieur*; germanicè der innere Streichwinckel.

HRX, HQN, angulus defensionis exterior, vel major; italicè *angolo della difesa esteriore*; gallicè *angle flanquante exterieur*; germanicè der eussere Streichwinckel.

G*H, angulus defendens. Hunc efficiunt lineæ defensionis sibi mutuò occurrentes; italicè *tenaglia*; gallicè *tenaille*; germanicè Winckel der Streicher.

AHO, angulus diminutus; Italicè *Angolo diminuto*; Gallicè *Angle diminuè*;

HPE, angulus alæ & faciei, sive humeri & faciei; italicè *angolo dell' ala e faccia*; gallicè *angle de l' espaule*; germanicè der Streich oder Gesichtwinckel.

EPR, angulus lineæ defensionis & alæ; italicè *angolo dell' ala & difensione*; gallicè *angle de la ligne de defence flanquante*; germanicè Winckel der Flügel und Streichlinie.

HOR, angulus lineæ capitalis & lateris polygoni. Hic est complementum medietatis anguli propugnaculi, seu anguli defensi, ideoque aliis peculiaribus nominibus apud alias Nationes non exprimitur, quod sciam.

PER, angulus alæ & cortinæ. Hic semper est rectus, & non habet alia nomina apud alias Nationes, quod sciam.

§. IV.

Partes reliquæ Munitionis, earumque appellationes.

PRæter lineas, & angulos Munitionum hactenus enumeratos, sunt aliæ partes. Hæ vel sunt interiores, ut sunt fora, plateæ, hospitia, granaria &c. vel sunt immediatæ ipsi Munitioni; vel sunt exteriores & remotæ à Munitione. De primis nihil attinet hìc dicere. Reliquarum ichnographiam & schenographiam alibi dabimus. Nomina sunt sequentia apud Latinos, Italos, Gallos, Germanos. Belgica vocabula conveniunt ferè cum germanicis, ideo omittuntur.

Opera

Opera exteriora.

Nomina Latina.	Nomina Italica.	Nomina Gallica.	Nom. Germanica
Vineæ. Promotiones.	Aprocci.	Approches.	Lauffgräben.
Semilunæ. Insulæ. Moles.	Mezze Lune. Opere al di fuori. Revelini.	Demies Lunes. Ouurages exterieurs.	Halbe Mohn. Revelin. Ledige Werck.
Opera Cornuta.	Opere à corno.	Ouurages à corn.	Hornwerck.
Opera coronaria.	Opere à corona.	Ouurages couronnes.	Kronwerck.
Fortalitia communia.	Fortezze.	Vn fort.	Gemeine Schantzen.
Fortalitia minora	Fortini.	Forteresse.	Halbe Schantzen.
Reductus.	Ridotti.	Redoute.	Feldschantzen.
Transversaria.	Traverse.	Travers.	Abschnidt.
Aggeres.	Batterie.	Batteries.	Katzen.
Seps Castrorum.	Tringee.	Trenchee.	Wall.
Forceps. Forcipula.	Tenaglia.	Tanaille.	Zangenwerck.
Suggestus.	Batterie.	Batteries.	Bettung deß Geschütz.
Eques.	Cavalliero.	Cavallieur.	Katz.
Casa armata.	Casematte.	Casematte.	Mordgruben. Keller.
Excursus obsessorum.	Contrapprocci.	Cõtreapproches.	Gegenlauffgräbẽ.

Partes Valli, & Loricæ.

Basis Valli.	La base del terrapieno.	La base du Rampart.	Anleg deß Walls.
Acclivitas exterior.	Scarpa di fuori.	Talud exterieur du rampart.	Eusserliche Böschung.
Acclivitas interior.	Scarpa di dentro.	Talud interieur du rampart.	Innerliche Böschung.
Altitudo Valli.	Altezza del terrapieno.	Hauteur du rampart.	Höhe deß Walls.
Summitas Valli.	La sommità del terrapieno.	Sommet du rampart.	Oberbreitte deß Walls.

Ambla-

Amblacrum valli superioris.	Strada dell' terra pieno.	Chemin du rampart.	Oberer Wallgang
Lorica.	Parapetto.	Parapet.	Brustwehr.
Basis Loricæ.	La base del parapetto.	La base du parapet.	Anleg der Brustwehr.
Acclivitas exterior.	Scarpa esteriore.	Talud exterieur du parapet.	Eusserliche Böschung.
Acclivitas interior.	Scarpa interiore.	Talud interieur du parapet.	Innerliche Böschung.
Altitudo exterior	Altezza di fuori.	Hauteur exterieur du parapet.	Höhe von aussen.
Altituto interior.	Altezza di dentro	Hauteur interieur du parapet.	Höhe von innen.
Latitudo scamilli.	Larghezza del banchetto.	Largeur du bancquet.	Breitte der banck.

Partes Fossæ.			
Parma, seu margo fossæ.	Margine della fossa.	Lisiere, ou Berm.	Absatz / oder Fuß deß Grabens.
Latitudo.	Larghezza.	Largheur.	Breitte.
Acclivitas.	Scarpa.	Scarpe.	Abböschung.
Profunditas.	Profundità.	Profundeur.	Tieffe.
Via coperta.	Strada coperta.	Chemin couvert.	Bedeckter Weg.
Basis acclivitatis extimæ.	Contra scarpa.	Base de chemin couvert.	Eusserste abböschung.
Distantia basium.	Larghezza del tutto.	Distance de base.	Breitte deß gantzen Wercks.

§. V.

Proponitur tabula continens linearum ac laterum longitudines Munitionum Regularium, à Quadrato usque ad Dodecagonum.

VArii variè procedunt in delineandis Munitionibus: aliqui enim adhibent meusuram angulorum, quorum nomina dedimus §. 3; alii verò mensuram linearum ac laterum, quorum appellationes §. 2 attulimus, adhibent. Hic secundus modus est longè facilior primo; quare & nos eum usurpabimus. Maxima porrò controversia est, & magna opinionum varietas, circa longitudinem

nem linearum ſive laterum Munitionum, eorumque ad ſe invicem proportionem. Ego cùm hic non tradam Artem muniendi, ſed ſolùm modum oſtendam munitiones in campis delineandi; nolo examinare quæ quibus ſit anteferenda, ſed ex omnibus unicam proponam tabulam, continentem menſuras linearum ac laterum Munitionum regularium à Quadrato uſque ad Dodecagonum, quibus menſuris olim utebantur Hollandi & Belgæ reliqui, tametſi nunc aliter ſtatuant, ut patet ex tabulis Batavicis recentioribus, aliiſque apud Matthiam Dogen. Suprema columna tranſverſalis ſequentis tabulæ continet Characteriſmos Munitionum à Quadrato uſque ad Dodecagonum tantummodò, quoniam Munitiones pauciorum angulorum quàm quatuor, & plurium quàm duodecim, vix ſunt in uſu.

Tabella continens Munitionum Regularium à Quadrato ad Dodecagonum uſque, linearum ac laterum longitudines.

Latera.	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Linea Radii circuli	353	459	648	746	846	947	1048	1151	1400
L. Lateris Polygoni	500	540	648	648	648	648	648	648	720
Linea Colli.	100	120	144	144	144	144	144	144	160
L. Alæ propugnac.	80	90	108	108	108	108	108	108	120
Linea Cortinæ.	300	300	360	360	360	360	360	360	400
Linea Alæ Cortinæ	0	23	63	85	99	128	148	163	193
Linea Capitalis.	207	209	234	225	219	224	229	231	259
L. faciei propugn.	256	255	279	260	247	244	242	239	26
Linea Defenſionis.	565	546	594	555	529	499	479	463	501
Linea Catheti.	250	372	561	673	783	890	997	1107	1343

§. VI.

Docetur Modus delineandi quamlibet Munitionem regularem in charta.

DEbet Architectus militaris Munitionem in Campo delineandam & fabricandam, priùs in charta delineare, seu ejus figuram ichnographicam, quam Plantam vocant Itali, in planum aliquod parvum proiicere, servando eandem proportionem laterum, quam in campo habere debet; tum ut aliis eam ostendere, suæque artis rationem reddere; tum etiam ut faciliùs eam postea in campo constituere possit. Docebo ergo modum, eumque facillimum, id præstandi.

Primò. Divide lineam rectam in 10. æquales partes; & primam partē divide in alias decem, ut sic tota linea sit divisa in 100 æquales partes; tandem quamlibet ex primis decem particulis intellige subdivisam esse in alias decem; atque adeo totam lineam esse divisam in 1000 æquales particulas. Hæc linea ita divisa inserviet tibi instar scalæ, quam pitipie Hispani, & Itali, cum Gallis appellant: Quælibet enim particula censetur æquivalere pedi geometrico.

Secundò. Si vis delineare Munitionem pentagonam (pono in exemplum pentagonam Munitionem, & quæ de ipsa dico, de omnibus aliis intelligi debent) accipe circino ex linea divisa partes radii sive semidiametri pro pentagona munitione notatas in columna secunda perpendiculari tabulæ paulò antè positę, nempe partes 459, & hoc intervallo describe circulum occultum. Deinde ex eadem linea accipe partes 540 pro latere pentagoni, notatas in eadem columna, & ad earum intervallum nota in circuli circumferentia quinque puncta, eaque lineis rectis connecte, & descriptum erit pentagonum O X Y M N.

Tertiò. Pro lineis colli accipe ex linea divisa partes 120, easque ex punctis O, X, Y, M, N, transfer utrimque in latera pentagoni, notatis punctis E, F, A, C, I, L, S, V, Q, B.

Quartò: Ex punctis prædictis erige perpendiculares ad longitudinem partium 90 ex scala acceptarum, & habebis alas, sive lineas alarum fortalitij;

Quin-

Quintò. Pro alis cortinæ intercipe circino ex scala partes 23, easque ex punctis alarum transfer in latus pentagoni, nempe ex E in Z, ex F in R, ex B in Z. &c.

Sextò. Pro determinandis lineis capitalibus produc semidiametros pentagoni ultra puncta O, X, Y, M, N; & ex linea divisa accipe circino partes 209, easque ex punctis prædictis transfer in semidiametros productas, notatis punctis H, G, &c.

Septimò. Ex punctis extremis linearum capitalium H, G, &c. per puncta extrema alarum propugnaculi P, D, &c. usque ad puncta extrema alarum cortinæ R, Q &c. duc lineas rectas HPR, HDQ &c. eruntque propugnacula designata, & prædictæ lineæ HPR, HDQ &c. erunt lineæ defensionis.

Simili prorsus ratione delineabis alias Munitiones ex columnis tabulæ congruentibus; quod etiam breviùs sic efficies. Excipe circino ex scala præparata magnitudinem semidiametri polygoni describendi, descriptoque ad ejus intervallum circulo occulto, atque in suas partes diviso, prout polygonum requirit, educ semidiametros ultra peripheriam quàm requirit longitudo Capitalium. Ductis deinde lateribus polygoni, determinatisque lineis colli sive faucium, erige ad earum extrema perpendiculariter alas primarias juxta longitudinem requisitam, & à summitate ipsarum usque ad verticem linearum capitalium educ facies propugnaculorum, & habebis partes principales Munitionis descriptas.

Alam propugnaculi Belgæ fabricantur modo dicto, nullo humero aut auriculâ versus exteriorem partem P & D, appositâ, quæ alam ab inimicis ictibus defendat, quia ipsi extra munimentum erigunt alia opera, quæ id præstent. At Itali, & alii communiter apponunt humeros sive auriculas, quas sic formant, prout apparet in secunda figura; nempe lineam Alæ E P dividunt in tres æquales partes, quarum unam E B tribuunt alæ, reliquas duas B P humero sive auriculæ. Deinde ex puncto B versus punctum A oppositi propugnaculi ducunt rectam B C, æqualem rectæ E B, & ex C ducunt rectam C D parallelam rectæ E P, quæ occurrat rectæ P D faciei propugnaculi productæ; sicque formatum habent humerum seu auriculam pro defensione alæ. Simili ratione formant alias auriculas, quas tamen alii versus C D rotundas formant. *Nota Lector hic dextre figuram.*

Considerandum tamen diligenter est, utrum ala E B dicto modo formata capax sit duorum tormentorum bellicorum in Munitionibus minoribus, & trium in majoribus: si enim non sunt capaces alæ sic efformatæ, non possunt formari auriculæ juxta proportionem linearum Paragrapho præcedenti assignatam, sed debet servari alia proportio.

§. VII.

Docetur modus designandi quamlibet Munitionem in campi planitie, ope nostri Instrumenti.

MUnitionis plantam seu ichnographiam, quam in charta delineasti, impone quadratulo excavato Pantometri; aut certè eandem plantam delinea in charta quadrata ejusdem Pantometri. Deinde singulis lineis plantæ adscribe numeros particularum seu pedum ex tabula suprà posita: v. g. lateribus pentagoni O X, X Y, Y M, M N, N O, pedes 540; lineis colli O E, O B, X F, X A &c. pedes 120; lineis capitalibus O H, N G &c. pedes 209; lineis facierum propugnaculi H P, H D &c. pedes 255, radiis K O &c. pedes 459; & sic de cæteris.

His factis, impone chartam quadratam Instrumenti cavitati, & accede locum seu campum, in quo fortalitium pentagonum est extruendum; positoque Instrumento, magneticè situato, in centro futuri fortalitii, ita ut punctum K chartæ correspondeat centro prædicto, promove Cursorem supra lineas K H, K A, & reliquos radios è centro ad propugnaculi angulos eductos; & juxta situm Cursoris respice per dioptra in H, in A &c. versus illa scilicet loca, in quibus vis extruere propugnacula; & per lineas visu designatas dispone baculos seu arundines per totum intervallũ, ut dimensio fiat exactior. Deinde in linea K H in campo designata, à centro K versus H, numera tot pedes, quot linea K O chartæ continet particulas, nempe 459; & colloca Instrumentum, magneticè ut antea situatum, in puncto O campi, angulo videlicet pentagoni fortalitii futuri; Cursoremque promove supra lineam O X pentagoni in charta descripti; & juxta hunc situm per dioptra respice in X, iterum baculis seu arundinibus in eandem lineã per totum intervallum dispositis; totumque spatium O X, nempe la-

pe latus pentagoni, juxta lineam visualem metire in pedibus 540, lineæ O X chartæ adscriptis, in fine signo posito. Hoc peracto, Instrumento manente immobili, promove Cursorem parallelū supra latus O N in charta descriptum, & per dioptra respice per O in N, juxtaque hanc lineam visualem metire totam lineam O N, pedum 540, in fine relicto signo. Hoc etiam peracto, transfer Instrumentum ex O in N, eoque magneticè ibi, ut in prima statione O, situato, ac posito Cursore supra lineam N M, ex N per dioptra respice in M; & mensurato juxta hanc lineam spatio N M in pedibus 540, transfer Instrumentum ex N in M, ac magneticè eo situato, Cursoreque posito supra lineam M Y pentagoni in charta descripti, respice per dioptra ex M in Y, & juxta hanc lineā visualem metire spatium congruum, ut antea; ex Y tandem duc rectam lineam in X, quæ, nisi erratum fuerit, erit æqualis prioribus quatuor lineis; & habebis latera pentagoni fortalitii delineata.

Propugnacula ita delineabis. Reséca ex singulis lateribus pentagoni à punctis O, X, Y, M, N, utrimque per mensuram aliquam notam spatium 120 pedum, habebisque colla propugnaculi O E, O B, X F, X A &c. Hoc peracto, pone Instrumentum in D, eoque magneticè situato, promove Cursorem supra Capitalem lineam O H in charta descriptam, & juxta eum sitū per dioptra determinatam lineam O H mensura in pedibus 209, in fine signo posito. Deinde translato Instrumento ex O in H, promove Cursorem supra facies propugnaculi H P, H D, & juxta hunc situm per dioptra determinatas lineas H P, & H D mensura in pedibus 255; habebisque facies propugnaculi determinatas. Terminos verò harum facierum P & D, & terminos collorum E & B, si rectis lineis conjunxeris, habebis alas fortalitii P E, & D B. Non secus alias cæterorum propugnaculorum partes in Campo dato Instrumenti nostri ope delineabis.

Positâ & delineatâ Ichnographiâ fortalitii, non erit difficile latitudines singularum partium determinare, ut sunt Vallum, Thorax, Scabellum, Lorica &c. si earum latitudines tibi compares ex probatis Auctoribus.

DEMONSTRATIO.

Ratio hujus operationis eadem est, quæ in præcedentibus, nam ubique servatur æqualitas, imò identitas angulorum, & proportio linearum.

§. VIII.

Alius modus designandi Munitiones in Campis ex ichnographica delineatione facta in charta.

QUoniam non omnibus copia esse potest Pantometri nostri, vel certè id non semper ad manum est; placet hìc subijcere alium modum designandi Munitiones in Campis ex ichnographia in charta aliqua delineata; qui tamen à prædicto modo non est multùm diversus, & ita se habet.

Chartam in qua delineata est per præcedentes regulas Munitio pentagonalis (idem intellige de omnibus aliis Munitionibus) adglutina seu affige tabulæ alicui planæ, & in campo seu loco, in quo extruere cogitas fortalitium, elige situm propugnaculi v. g. H P E B D futuri; colloca tabulam horizonti parallelam, sed elevatam supra terram mediante scamno, aliove suppedaneo; & directâ lineâ O X versus illam campi partem, versus quam extendi debet latus unum pentagoni, pone supra lineam prædictam O X Regulam dioptris instructam, & acu seu claviculo in puncto O defixam ita, ut circa ipsum immotum moveri ac circumvolvi possit; & juxta hunc situm regulæ respice per dioptras ex O in X, hoc est, ex centro unius propugnaculi versus centrum alterius propugnaculi, dispositis baculis seu arundinibus juxta directionem lineæ visualis per totum spatium, ut dimensio fiat exactior; totumque spatium visuali lineâ designatum metire certa mensura, numerando pro latere futuri pentagoni 540 pedes geometricos, juxta tabulam suprà paragrapho quinto allatam; & in fine 540 pedum colloca signum aliquod visibile X.

Hoc peracto, tabula manente immobili, & Regula manente fixa in puncto O, volve ipsam regulam circa suum claviculum, & pone ipsam supra latus seu lineam O N in charta delineatam, & per dioptras regulæ respice versus N, hoc est, versus centrum tertii propugnaculi, & juxta lineam visualem dispone iterum baculos

los seu arundines, metireque in designata linea 540 pedes pro altero pentagoni latere, & in fine 540 pedum relinque signum N; habebisque unum pentagoni angulum designatum.

Hoc etiam peracto, & manente tabula adhuc immota, volve regulam, & dirige eam juxta lineam capitalem O H in charta notatam, & juxta lineam visualem numera 209 pedes, & in fine fige signum H. Poteris etiam ponere regulam supra lineam O K, & juxta lineam visualem numerare 459. pedes pro semidiametro pentagoni, & in fine relinquere signum K pro centro Munitionis.

Factis his omnibus operationibus, transfer tabulam ex O in X, relicto aliquo signo visibili in O; & procura diligenter, ut punctum X tabulæ respondeat puncto X Campi pro centro secundi propugnaculi in fine 540 pedum electo. Affige deinde regulam puncto X tabulæ, eandemque regulam pone supra lineam X O, & manente regula immota, verte tabulam hinc inde, donec per dioptra regulæ videas signum O relictum. Firma deinde tabulam, ut loco moveri non possit, & volve regulam circa suum claviculum in puncto X tabulæ infixum, eamque pone supra lineam X Y, & juxta lineam visualem metire 540 pedes, relicto in fine signo Y. Deinde designa lineam capitalem, & radium pentagoni, prout antea factum fuit.

Simili ratione operare in N, & in Y, & habebis pentagonum futuri fortalitii in Campo delineatum. Quòd si absoluta operatione duo latera ultimò formata non coirent in angulum, repetenda esset denuò operatio, donec error emendaretur.

Posses etiam, si Campus esset planus, delineare idem pentagonum figendo in centro pentagoni futuri baculum, & alligando funem longum pedes 459, & ad prædicti funis intervallum describendo circulum in planitie, & ab uno circumferentiæ puncto usque ad aliud punctum extendendo funem longum pedes 540: si enim hoc intervallum quinquies repeteres in circuli circumferentia, haberes pentagonum delineatum.

Propugnacula ita delineabis. Ex lateribus O N, & O X, reseca spatium 120 pedum usque ad E & B, & habebis colla propugnaculi O B, O E. Idem fac apud X, Y, M, & N. Ex punctis E & B &c. erige perpendiculares B D, & E P pedum 90, & habebis alas propugnaculorum. Ab extremitatibus linearum Capitalium

antè

antè designatarum, usq; ad extremitates alarum jam designatarum, extende lineas rectas H D, H P &c. & habebis facies propugnaculorum, imò & tota propugnacula delineata. Si alis vis apponere humeros sive auriculas, operare ut paragrapho praecedenti.

§. IX.

Adhuc alius modus designandi Munitiones in Campis.

POne chartam in medio Campi, ita ut centrum K respondeat centro pentagoni delineandi, & anguli propugnaculorum chartæ respiciant angulos propugnaculorum delineandorum in Campo, & latera Chartæ latera Campi. His præstitis, affige regulam dioptris instructam centro K chartæ, & positâ regula supra lineam K O H, respice per dioptras versus H, & jube juxta lineæ visualis ductum figi baculos aut arundines, ita ut baculus O distet à centro Chartæ & Campi 459 pedes, baculus verò H à baculo O distet 209 pedes. Idem facies ponendo regulam circa centrum K volubilem supra lineas K X, K Y, K M, K N. Posthæc conjunge baculos O, X, Y, M, N, lineis rectis, ducendo ab uno ad alterum chordam 540 pedum, vel dirigendo lineam visualem, & designando in terra lineam. Cætera facies ut dictum.



LIBER



LIBER V.

STEREOMETRICUS,

ſive

De ſolidorum Dimenſionibus.

SOlidum ſive Corpus eſt, quod habet longitudinem, latitudinem, & profunditatem ſeu craſſitiem. Corporum alia habent ſuperficies planas, alia curvas, alia mixtas.

Corpora habentia ſuperficies planas, alia ſunt regularia ſive ordinata, alia irregularia. Regularia ſunt tantùm quinque, dicta corpora Platonica (eò quòd Plato in Timæo comparat iis quinque corpora ſimplicia mundum componentia, Cœlum dico, & quatuor elementa) nimirum tetraëdrum, hexaëdrum ſive Cubus, octaëdrum, dodecaëdrum, & icoſaëdrum. Corpora irregularia ſunt Priſmata, ſive columnæ triangulares, quadrangulares, pentagonæ, hexagonæ &c.

Pyramides triangulares, quadrangulares, pentagonæ &c. Corpora truncata, quæ constant superficiebus partim triangularibus, partim quadrangularibus, pentagonis &c. & infinita alia.

Corpora habentia superficies curvas sunt sphæra, sphæroides, figuræ ovales &c.

Corpora habentia superficies mixtas sunt cylindri, coni, conoides parabolici, conoides hyperbolici &c.

Singulorum corporum hactenus enumeratorum definitiones afferemus in principio sequentium Problematum.

ANNOTATIO Catholica I.

NOtandum est, sicuti lineas metimur mensuris simplicibus, & superficies quadratis, prout diximus suprà Lib. 3. par. 1. cap. 2. ita corpora metienda esse per corpuscula cubica; ita ut quando dicitur corpus aliquod continere decem palmos, passus, milliaria &c. intelligendum sit, illud continere decem cubos, quorum singuli habeant latera singula æqualia uni palmo, passui, milliari &c. ac proinde decem palmos &c. cubicos explere aream sive capacitatem ac soliditatem illius corporis; sive quod idem est, tale corpus dividi posse in decem cubicos palmos &c.

ANNOTATIO Catholica II.

UT corpora metiamur, metiendæ sunt bases, latera, & universaliter superficies corporum. Superficies mensurantur ut diximus Libro tertio præcedenti præcipuè. Quâ ergo ratione Pantometrum nostrum inservit superficierum dimensioni, inservit etiam dimensioni corporum.

PROBLEMA I.

Parallelepipeda metiri.

PArallelepipedum est figura solida, comprehensa sex superficiebus quadrilateris, quarum quælibet duæ ex adverso oppositæ



Fig. LXXIX.

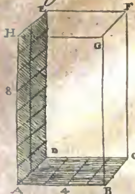


Fig. LXXX.



Fig. LXXXI.



Fig. LXXXII.





Fig. LXXXIII.





Fig. LXXXIV.



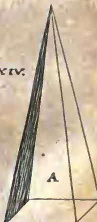
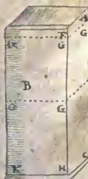


Fig. LXXXVIII.



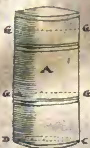
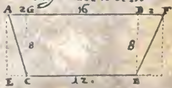
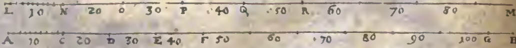


Fig. LXXXIX.





ſitæ ſunt parallelæ, & æquales, & parallelogrammæ. Hujuſmodi figuram ſolidam exprimit columna aliqua quadrilatera uniformis craſſitiei, prout eſt appoſita A B C D E F G H figura. F. LXXIX. Icon. XIII.

Sunt autem tot parallelepipedorum genera, quot parallelogrammorum. Si enim omnia ſex parallelogramma parallelepipedum ambientia, fuerint æquilatera & rectangula, hoc eſt, quadrata; dicetur parallelepipedum illud cubus: ſi rectangula quidem omnia, at non omnia æquilatera, ſed quatuor fuerint longiora, duo breviora, & æquilatera (ſive illa quatuor ſint omnia æquilatera, ſive duo oppoſita tantùm) dicetur parallelepipedum altera parte longius. Si æquilatera quidem omnia, at non omnia rectangula, ſed ſolùm quatuor; dicetur rhombus: ſi denique neque omnia rectangula, neq; omnia æquilatera; dicetur rhomboides.

Parallelepipedum altera parte longius ſic metieris, ad inveniendam ipſius aream ſolidam ſeu ſoliditatem. Metire certa aliqua menſura, v. g. palmis, pedibus &c. propoſiti parallelepipedi longitudinem, latitudinem, & altitudinem: duc deinde latitudinem in longitudinem, vel è contrà longitudinem in latitudinem, & habebis aream baſis: Demum productum ſeu baſim inventam duc in altitudinem; & numerus reſultans dabit palmos, pedes &c. cubicos propoſiti parallelepipedi, hoc eſt, numerum cubicorum palmorum, pedum &c. qui in tali corpore continentur.

Exemplum. Sit in ſuprà poſito parallelepipedo latitudo A D duorum pedum, longitudo A B quatuor pedum, & altitudo A H octo pedum: duc 2 in 4, habebis octo palmos quadratos pro baſi A B C D: deinde duc baſim inventam, id eſt, 8 in 8, habebis 64 palmos cubicos pro ſoliditate ſeu capacitate totius parallelepipedi.

Cubi ſoliditas habetur, ſi unum ſolum latus menſuretur (habito enim uno, habentur reliqua, cùm omnia ſint æqualia) & in ſeipſum ducatur, & idem deinde ducatur in productum; numerus enim reſultans erit numerus palmorum v. g. cubicorum in cubo propoſito contentorum.

DEMONSTRATIO.

Ratio hujus rei eſt, quia ſi latitudo ducatur in longitudinem, nempe in exemplo poſito, 2 in 4, reſultat ſuperficies 8 quadratorum palmorum,

ut dixi, & constat ex 2. p. Libri 3. Probl. 1. Quæ superficies si elevetur ad spatium seu altitudinem unius palmi (quod fit, si multiplicetur per unum) resultat corpus octo palmorum cubicorum: si ad duos palmos elevetur, resultat corpus 16 palmorum; si denique ad octo palmorum altitudinem elevetur, resultat corpus 64 palmorum cubicorum. Eadem est ratio in cæteris.

Si parallelepipedum est rhombus, aut rhomboides, inquire per dicta Lib. 3. p. 2. Probl. 2. aream basis, eamque duc in altitudinem: productus namque numerus erit parallelepipedi area. Ratio est eadem.

Si nullum latus parallelepipedi est rectum ad basim, demitte perpendicularem ex aliquo angulo supremi parallelogrammi ad planum in quo est basis, eamque metire, & habebis altitudinem parallelepipedi. Investiga deinde aream basis, per Probl. 1 p. 2. Lib. 3. eamque inventam duc in altitudinem, & producetur area seu capacitas propositi parallelepipedi in mensuris cubicis. *Ratio est, quia si supra basim intelligatur parallelepipedum rectum ejusdem altitudinis cum proposito parallelepipedo, erunt per 29. & 30. Undec. duo hæc parallelepipeda inter se æqualia.*

COROLLARIA.

I.

Hinc Colligitur, qua ratione inveniatur soliditas alicujus muri, valli, cortinæ inter propugnacula extensæ &c.

II. *Colligitur præterea, qua ratione, si exstruendus sit murus quadrangularis ex lateribus, lapidibus quadratis, aut oblongis, reperiatur numerus lapidum, laterumvè necessarius pro muro exstruendo, dummodò sciamus quàm longus, quàm latus, & quàm altus debeat esse murus. Nam si longitudine lateris metiaris muri longitudinem, latitudine latitudinem, altitudine seu crassitie altitudinem; & quoties qualibet harum in muro contineatur, notes, ac tres numeros inventos in se duxeris; habebis numerum laterum, quibus pro muro extruendo opus habes.*

Exemplum. Contineat longitudo muri futuri longitudinem lateris ducenties, latitudo latitudinem octies, crassities seu altitudo altitudinem octuagies: Igitur si hos tres numeros 200, 8, 80, in se duxeris, nimirum 200 in 8, & productum in 80; produces numerum hunc, 128000, qui est numerus laterum, quibus pro muro extruendo opus habes.

PRO-

PROBLEMA II.

Prismata metiri.

PRisma est figura solida, quæ planis continetur, quorum duo ad minimum adversa sunt & æqualia, & similia, & parallela (sive triangula sint, sive rectangula, sive pentagona &c.) reliqua verò plana sunt parallelogramma. Itaque Prisma nihil aliud est, quàm columna quædam laterata æqualis crassitiei, cujus bases oppositæ sunt æquales, similes, parallelæ, sive hæ sint triangula, sive quadrangula, sive pentagona &c. Errant itaque qui solùm illud corpus columnare appellant prisma, cujus oppositę duæ bases sunt triangula æqualia & similia; sunt enim infinitæ species Prismatum, juxta definitionem traditam. F. LXXX. Icon. XIII.

Ex his patet, omne parallelogrammum esse Prisma, licet non omne Prisma sit parallelogrammum.

Prismatis aream habebis, si aream basis inquiras in mensuris quadratis, eamque in altitudinem ducas, ut mox ostendam. Area porrò basis cognoscitur ex dictis Lib. 3. p. 2. Probl. 1. 2. 3. & 5. & etiam 4 & 6. Altitudo verò habetur, si latera non sint recta ad basim, modo dicto Probl. præcedente.

DEMONSTRATIO.

QVid si concipiatur parallelepipedum ejusdem altitudinis cum Prismate, habens pro base rectangulum basi prismatis æquale; erit per 2. Coroll. 7. Duodec. *hoc parallelepipedum prismati æquale: cùm ergo parallelepipedum producatur ex sua base in altitudinem multiplicata, procreabitur quoque prisma ex multiplicatione sua basis in altitudinem.*

PROBLEMA III.

Cylindros metiri.

CYlindrus est figura solida æqualis crassitiei, quæ continetur duobus circulis æqualibus & æquidistantibus, & rotundâ superficie inter ipsas interjectâ, instar columnæ cujusdam rotundæ. Bases cylindri, superior nempe & inferior, sunt ipsi circuli prædicti; axis verò est linea recta per centra circulorum ducta. Cylin-

F. LXXXI. Icon. XIII. dri recti sunt, qui habent axem ad rectos angulos insistentem ipsis basibus; Scaleni verò seu obliqui cylindri sunt, qui non ad rectos angulos insistentem basibus habent axem.

Cylindri area procreatur ex multiplicatione basis in altitudinem cylindri. Basis cylindrorum in mensuris quadratis invenitur per dicta Lib. 3. p. 2. Probl. 7. Quòd si cylindrus sit obliquus, exquirenda est altitudo ejus per lineam perpendicularem ex superiore base demissa ad planum, in quo inferior basis existit; atque in hanc altitudinem area basis multiplicanda est: productus enim numerus dabit aream cylindri propositi, cùm æqualis sit cylindro recto eandem cum illa basim & altitudinem habenti, *per Coroll. Prop. 11. lib. Duodec.*

DEMONSTRATIO.

Ratio dictorum de cylindro recto est eadem cum illa, quam adsignavimus pro parallelepipedo rectangulo Problemate Primo.

COROLLARIUM.

Ex his patet, quomodo metiendus sit saccus tritico plenus. Qua verò ratione metiendus sit acervus tritici, dicemus Libro sequenti Probl. 2. Corollario. 2.

PROBLEMA IV.

Pyramidum, & Conorum soliditates sive areas invenire.

F. LXXXII. Icon. XIII. PYramis est figura solida, quæ planis continetur, ab uno plano ad unum punctum constituta. Punctum hoc vocatur vertex pyramidis; planum autem ipsi oppositum vocatur basis pyramidis; quæ quidem basis potest esse vel triangulum, vel quadrangulum, vel pentagonum, & ab ipsa tota pyramis dicitur vel trigona seu triangularis, vel quadrangula, vel pentagona &c. Reliqua verò plana, quibus pyramis continetur, sunt necessariò triangula, cùm omnia ad unum punctum tendant. Hinc variæ oriuntur pyramides, nempe triangulares, quadrangulares, pentagonæ &c.

Conus

Conus eſt figura ſolida rotunda ad unum punctum conſtituta, ſupra baſim circularem, inſtar pyramidis rotundæ. Punctum prædictum vocatur vertex coni, linea recta à vertice ad circuli centrum ducta appellatur axis coni; circulus ipſe dicitur baſis. Conus rectus eſt, qui habet axem ad rectos angulos ipſi baſi: Scalenus verò ſeu obliquus eſt, qui non ad rectos angulos ipſi baſi axem habet.

Pyramidis & coni area producitur ex multiplicatione baſis in tertiam partem altitudinis; aut ex altitudine in tertiam partem baſis. Ex quo fit, ſi baſis ducatur in totam altitudinem, tertiam partem numeri producti eſſe quoque aream pyramidis vel coni.

DEMONSTRATIO.

R*Atio eſt, quia cùm ex baſe in totam altitudinem gignatur Priſma, aut cylindrus, eandem habens cum pyramide & cono altitudinem, ut diximus Problemate præcedenti; producetur*, per ſcholium 14ª. Duodec. *ex eadem baſi in tertiam partem altitudinis, tertia pars illius priſmatis, vel cylindri: ſed Pyramis*, per coroll. 7ª. Duodec. *eſt tertia pars illius Priſmatis; & conus*, per decimam Duodec. *eſt tertia pars Cylindri; ergo &c.*

ANNOTATIO.

B*Aſis porrò pyramidis, ſi triangularis eſt, cognoſcitur per dicta Lib. 3. p. 2. Probl. 3. Si quadrilatera, reperitur per dicta ibidem Problemate primo. Si multilatera, per dicta Problemate quinto.*

Baſis autem coni inveſtigatur per dicta ibidem Problemate ſeptimo.

Altitudo pyramidis & coni habetur, ſi in vertice ſtatuatur planum baſi æquidiſtans, ab eoque ad planum, in quo eſt baſis, demittatur perpendicularis, eaque menſuretur; hæc enim eſt altitudo quæſita.

PROBLEMA V.

Fruſtum pyramidis, & coni metiri.

FRuſtum pyramidis, & coni (quod alii appellant pyramidem & conum decurtatos, ſeu detruncatos, nos verò ſuprà appellavimus corpora truncata) ſic menſurabis. Fig. LXXXIII. Icon. XIII.

Com-

Comple imaginatione, vel etiam lineari in plano aliquo descriptione, totam pyramidem, & conum: & metire primò totam pyramidem, & totum conum; deinde complementum: quod complementum si auferas à toto, remanebit frustum quæsitum. Sed hæc meliùs patebunt ex dicendis infrà Probl. 9. de dimensione obeliscorum.

PROBLEMA VI.

Aream corporum Regularium invenire.

Corpora regularia, ut initio hujus Libri dixi, sunt quinque, & non plura, ut probat Clavius in Scholio Propos. 18. lib. 13. Eucl. nimirum Tetraëdrum, Hexaëedrum, Octaëdrum, Dodecaëdrum, & Icosaëdrum.

Tetraëdrum est figura solida, sub quatuor triangulis æqualibus & æquilateris contenta. Hexaëdrum seu cubus est figura solida, sub sex quadratis æqualibus contenta. Octaëdrum est figura solida, sub octo triangulis æqualibus & æquilateris contenta. Dodecaëdrum est figura solida, sub duodecim pentagonis æqualibus & æquilateris contenta. Icosaëdrum est figura solida, sub viginti triangulis æqualibus, & æquilateris contenta.

Tetraëdri, sive pyramidis triangularis æquilateræ (est enim tetraëdrum, hujusmodi pyramis) area seu soliditas invenitur per dicta Probl. IV. præcedente.

Hexaëdri, sive parallelepipedi basium quadratarum, in quo omnes tres dimensiones sunt æquales (est enim hexaëdrum, hujusmodi parallelepipedum) capacitas atque soliditas reperitur per dicta Probl. 1.

Octaëdri area invenitur sic. Quia octaëdrum dividitur in duas pyramides similes & æquales, quarum basis communis est quadratum à latere descriptum; si utriusque pyramidis area seu soliditas investigetur per dicta Probl. 4, habetur area Octaëdri.

Producitur autem area illarum duarum pyramidum, si quadratum lateris octaëdri ducatur in diametrum octaëdri, & producti numeri tertia pars capiatur, ea enim est area quæsita. *Ratio est, quia productus ille numerus ex quadrato lateris octaëdri in ejusdem diametrum, est parallelepipedum duarum illarum pyramidum triplum, pro-*

propterea quòd, per Coroll. ſeptimæ Duodec. *ſemiſſis illius parallelepipedi eandem habens baſim & altitudinem cum utralibet pyramidum, tripla eſt unius pyramidis.*

Diameter porrò Octaëdri, quæ à diametro ſphæræ, vel quadrati lateris Octaëdri non differt, invenitur, ſi ex duplo quadrati lateris radix quadrata eruatur; *eò quòd per ſchol.* 47ª. *Primi, tam quadratum ex diametro quadrati deſcriptum, ſit duplum quadrati lateris, quàm quadratum diametri ſphæræ quadrati lateris Octaëdri, per* 14am. *Tertiidec. Semiſſis verò hujus diametri eſt altitudo utriuslibet pyramidis.*

Dodecaëdri area ſic invenitur. Quia ductis ex centro dodecaëdri ad omnes ejus angulos rectis lineis, dodecaëdrum dividitur in duodecim pyramides pentagonas æquales; ſi area unius pyramidis per dicta Probl. 4. inventa multiplicetur per 12, procreatur area totius dodecaëdri.

Ut autem area unius pyramidis habeatur, neceſſe eſt, & aream baſis pentagonæ, & altitudinem pyramidis inveſtigare. Area baſis pentagonæ invenitur ex latere dato, per dicta Lib.3.par. 2. Probl. V. Altitudo pyramidis invenitur, ſi ex ſuperiori plano producto demittatur ad planum baſis oppoſitæ linea perpendicularis: hujus enim ſemiſſis inquiſita in partibus lateris dodecagoni dat pyramidis altitudinem.

Icoſaëdri area ſic invenitur. Quia ductis ex centro Icoſaëdri ad omnes ejus angulos rectis lineis, icoſaëdrum dividitur in viginti pyramides triangulares æquales; ſi area unius pyramidis per dicta Problemate IV. inventa multiplicetur per 20, gignitur totius icoſaëdri area. Area autem unius prædictarum pyramidum inveſtigatur modo paulò antè dicto

PROBLEMA VII.

Corpora irregularia dimetiri geometricè, & mechanicè.

CORporum irregularium dimentiendorum ratio geometrica alia non eſt, quàm ut priùs in regularia reſolvantur, & cujuſlibet regularis, in quod irregulare reſolutum eſt, capacitas ſeorſim inquiratur: nam omnium capacitates ſimul junctæ dabunt

V totius

totius irregularis corporis capacitatem. Quomodo porrò irregularia corpora resolvantur in regularia, patebit ex Libro Metamorphotico.

Quoniam verò quædam irregularia corpora commodè in regularia resolvi non possunt, cujusmodi sunt statuæ, urnæ, amphoræ, vasa diversarum figurarum, frusta saxorum, & similia, quæ neque uniformis sunt crassitiei, neque latera habent prorsus recta, aut ad bases perpendicularia &c. ideo scriptores nonnulli tradunt Regulam quandam mechanicam ad hujusmodi corpora dimetienda. Hanc Regulam ait Clavius, esse minimè aspernandam, eamque proponit lib. 5. Geomet. pract. cap. ix. in hunc sensum.

Paretur arca lignea ex asseribus lævigatis, instar parallelepipedi cujusdam, quæ pice ita oblinatur, ut aquam continere possit. Arca hæc tantæ debet esse longitudinis, latitudinis, atque altitudinis, ut corpus metiendum intra ipsam positum, aquâ totum possit operiri. Posita autem hac arca horizonti æquidistante, beneficio libellæ, aut perpendiculi, infundatur in eam tantū aquæ, quantum satis est, ut corpus impositum omninò tegat; notenturque diligenter suprema latera aquæ in asseribus arcæ, ut habeatur altitudo aquæ usque ad arcæ fundum. Extracto deinde corpore, ita tamen, ut nihil aquæ extra arcam cadat, notentur rursum latera aquæ, postquam quieverit. Quòd si per dicta Probl. 1. metiamur duo parallelepipeda, quorum basis communis est arcæ fundus, sive basis, altitudines verò sunt rectæ lineæ à lateribus aquæ notatis usque ad basem, & minus à majore subtrahamus; relinquetur parallelepipedum soliditati corporis propositi omninò æquale.

Quod parallelepipedum etiam consequeris, si altitudinem inter latera aquæ bis notata duces in basem arcæ.

Sunt qui infusâ aquâ in arcam, latera ejus in asseribus primò notent; deinde imposito corpore, ejusdem aquæ latera signent: si enim altitudo inter posteriora latera, ac priora, ducatur in basim arcæ, producetur soliditas corporis impositi, ut paulò antè dicebam.

Pro urnis atque amphoris, sive eæ lapideæ sint, sive cretaceæ, ita faciemus. Impleatur vas arenâ, & ejus orificium ita obture-

tur,

tur, ut aqua ingredi nulla ratione poſſit. Impoſito deinde vaſe in aqua intra arcam contenta, ac ſi eſſet corpus quodpiam irregulare, inveſtigetur ejus ſoliditas, ut jam diximus. Deinde extractâ arenâ, notentur latera aquæ, antequam vas vacuum imponatur. Impoſito demum vaſe vacuo (ita tamen, ut totum aquâ impleatur) ſignentur iterum latera aquæ. Si namque altitudo inter poſteriora ac priora latera multiplicetur per baſim areæ, procreabitur ſoliditas ſolius vaſis: quæ detracta ex priori ſoliditate, notam relinquet vaſis capacitatem.

COROLLARIUM.

Patet hinc, eadem ratione mechanicè menſurari poſſe etiam corpora regularia, & Sphæras, de quibus paulò pòſt.

ANNOTATIONES.

I.

Loco lignea arca ſumi poteſt quodcunque vas, cubi, aut parallelepipedi figuram habens, dummodò continere poſſit aquam.

II. *Si qua corpora irregularia neque mechanicè, neque geometricè menſurari poſſunt, menſurentur ſaltem æſtimatione quadam, & craſſâ, ut ajunt, Minervâ.*

PROBLEMA VIII.

Aream ſive ſoliditatem ſphæræ, & ſegmentorum ejus, invenire.

Sphæræ ſoliditas haberi poteſt multis modis. Primò, ſi ducas ſuperficiem convexam ſphæræ in tertiam partem ſemidiametri ipſius, vel è contrario tertiam partem ſemidiametri in ſuperficiem. Secundò, ſi ſemidiametrum ducas in tertiam partem ſuperficiei ſphæræ, vel è contrario tertiam partem ſuperficiei in ſemidiametrum. Tertiò, ſi ſemidiametrum ducas in totam ſuperficiem, vel è contra, & producti accipias tertiam partem. Quartò, ſi diametrum ducas in ſextam partem ſuperficiei, vel è contra. Alios modos vide apud Clavium lib. 5. Geom. pract. c. 5. poſt ſeptimam Propoſitionem Regula 2. ubi etiam invenies demonſtrationem prædictarum praxium.

Exemplum. Sit alicujus ſpæræ diameter 56 pedum; erit igitur ſemidiameter 28, perimeter circuli maximi ejuſdem ſphæræ 176 pedum ſimplicium, circuli maximi area 2464, ſphæræ area ſeu ſuperficies convexa 9856; qua ducta in 28, ſemidiametrum ſcilicet ſphæræ, & producto diviſo per 3, prodit capacitas ſeu ſoliditas ſphæræ pedum cubicorum ſive ſolidorum $91989\frac{1}{3}$. Ratio hujus operationis eſt, quia in ſphæra ſunt infiniti coni, baſes habentes in ſuperficie ſphærica, vertices in centro.

Poſſumus eandem capacitatem in propoſito exemplo etiam hoc modo reperire. Duc diametrum ſphæræ in aream circuli maximi, nempe, 56, in 2464, & produces 137984; hoc productum duc in duo; productum divide per 3, & reperies $91989\frac{1}{3}$ ut priùs. Ratio hujus operationis eſt, quia ſphæra ad cylindrum, cujus tam diameter baſis, quàm altitudo, æqualis eſt diametro ſphæræ, eſt ut 2 ad 3.

Hemiſphærii ſoliditas producitur ex ſemidiametro in tertiam partem ſuperficiei hæmiſphærii; vel ſuperficiei hemiſphærii in tertiam partem ſemidiametri &c. Alios modos vide apud Clavium loc. cit. c. 6. n. 3. ubi etiam n. 4. & 5. docet modum inveniendi ſoliditatem ſectoris ſphæræ, & cujuslibet portionis ipſius.

Idem Clavius loc. cit. c. 7. tradit methodum inveniendi aream ſphæroidis, ejuſdemque portionum. Capite 8. & 9. docet modum inveniendi aream conoidis parabolici, & hyperbolici.

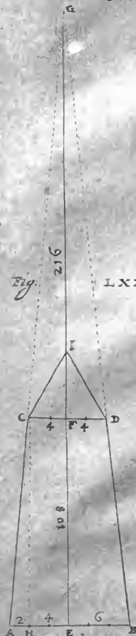
PROBLEMA IX.

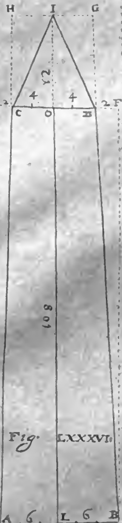
Obeliſcorum ſoliditatem invenire, univerſamque illorum dimenſionem peragere.

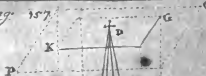
Fig. LXXXIV. Icon. XIII. DIffert Obeliſcus à pyramide in eo, quòd pyramidis latera paulatim gracileſcant, & continuato fluxu à baſi ad verticem excurrant ad inſtar triangulorum iſoſcelium, prout apparet in figura A; Obeliſci verò latera gracileſcunt quidem ſenſim verſus apicem, non tamen continuato fluxu, ſed antequam in punctum confluant, truncantur, & deinde in parvam pyramidē deſinunt, ut in figura B apparet. Unde Obeliſcus vocari etiam ſolet pyramis truncata; & corpus trunco impoſitum, dictis parvis pyramidibus

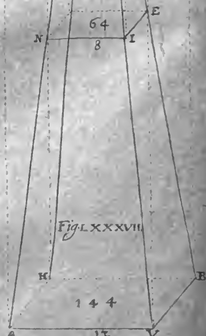


Iconismus XIV. pag. 157.









dibus comprehensum, solet appellari pyramidium seu pyramidion.

PRAGMATIA I.

Altitudinem Obelisci, si truncus non esset, sed lateribus continuo fluxu in ultimum punctum confluentibus ad instar pyramidis excurreret, reperire.

Sit datus Obeliscus A B C D I, cujus basis infimæ singula latera A B habeant palmos 12, supremæ C D 8, altitudo E F inter utramque basin ab infima usque ad pyramidion interjecta 108. Si itaque scire vis, in quantam altitudinem excurrisset dictus Obeliscus, si latera in punctum cōfluxissent; hac id industriâ explorabis. Protrahantur latera A C, & B D, usque dum in punctum G confluant: & divisâ basi A B bifariam in E, ducatur recta E G. Hoc peracto, ex C puncto linea C H ducatur, parallela ad F E, sive ad G E altitudinem totius obelisci, secans basim A B in H: nascenturque ex hac sectione duo triangula, A H C, & A E G, similia inter se, & consequenter proportionata, *per Coroll. propositionis quartæ lib. 6. Elem. Euclid.* eritque, *juxta 4. proposit. ejusdem lib. 6. Eucl.* ut latus A H ad latus H C, ita latus A E ad latus E G. Cùm itaque tria hic nota habeantur, videlicet C H, quæ est E F altitudo Obelisci 108 palmorum; & A E, quæ est lateris basis infimæ medietas sex palmorum; & A H denique duorum palmorum (cùm enim C D basis superior sit 8 palmorum, erit medietas ejus C F quatuor palmorum, & secabit consequenter C H parallela ad E F, ex semibasi A E sex palmorum, palmos duos) notus etiam erit axis E G totius pyramidis, si fiat, ut A H 2, ad H C 108, ita A E 6, ad E G: prodibit enim, facta operatione juxta regulam proportionum, E G altitudo Obelisci, si in pyramidem sensim abiisset, 324 palmorum. Pyramidis porro C D G altitudinem F G habebis, si altitudinem Obelisci E F à tota altitudine inventâ subduxeris, videlicet 108 à 324: reliquum enim dabit 216 palmos pro altitudine pyramidis C D G quæsita. *Hoc pacto invenit P. Kircherus Obeliscum Pamphilium, si in apicem ultimum excurrisset, futurum fuisse pyramidem 133 palmorum.*

F. LXXXV Icon. XIV.

PRAGMATIA II.

Quantitatem superficialem Obeliscorum investigare.

CUm omnes Obelisci sint tetraëdri, id est, quatuor lateribus seu superficiebus constent; si illa sunt æqualia inter se, sufficiet unam superficiem investigare: hac enim inventa, & per 4 multiplicata, patefit totius Obelisci superficies.

Fig. LXXXVI. Icon. XIV. Sit itaque Obelisci antea propositi superficies extima A B C D I. Protrahe lineam C D supremæ basis in puncta E & F utrimque ad duos palmos, & ex A & B inferioris basis punctis duc lineas A E, & B F, ad E F normales, & ad O L lineam mediam parallelas; nasceturque quadrangulum rectangulum E F B A, cujus latus A B, vel E F, in latus A E vel B F ductum producet aream totius quadranguli E F B A palmorum quadratorum 1296: nam B A est 12 palmorum, & A E 108 palmorum, quæ in se ducta efficiunt 1296. Quia verò hæc summa superficiem Obelisci C D A B excedit; ab ea subtrahenda sunt triangula A E C, & B D F, ut vera superficiei Obelisci area habeatur; quod ita fiet.

Cùm tam basis E C trianguli rectanguli A E C, tam basis D F trianguli rectanguli B D F, sit palmorum duorum, est constructione: iterum cùm dictorum triangulorum latera A E, & B F, sint æqualia lateri O L, quod est 108 palmorum: fiet ut si latus E C ducatur in latus E A, hoc est, 2 in 108; proveniant 216; cujus numeri dimidium, 108, dat aream superficialem trianguli E C A in palmis quadratis quæsitam, juxta præcepta Geometriæ practicæ tradita lib. 3. par. 2. Probl. 3. Est autem triangulo E C A æquale triangulum D F B, ut patet. Duo ergo triangula E C A, D F B, continent palmos quadratos 216. Harum summam si subduxeris à summa totius rectanguli E F B A, remanebunt 1080 pro area superficiei unius faciei Obelisci A B C D. Hic numerus in quatuor Obelisci latera multiplicatus, producet tandem aream superficialem totius Obelisci truncati A B C D, 4320 palmorum quadratorum.

Restat dimensio pyramidis C I D, cujus superficialem quantitatem sic invenies. Cùm basis C D sit 8 palmorum, & latus O I

si-

sit ex suppositione 12 palmorum; si hæc duo latera inter se multiplicentur, prodibit quadrangulum C D H G 96 palmorum; cujus dimidium 48 dat aream unius lateris pyramidii quæsitam. Hanc multiplica per 4., & summa 192 dabit in quadratis palmis aream superficialem totius pyramidii. Hi adjuncti præcedenti summæ 4320, assignant 4512 totius Obelisci aream superficialem in palmis quadratis quæsitam. Ratio patet ex dictis lo. cit.

Si scire cupis quantitatem lineæ A C, vel B D, superficierum Obelisci terminatricem; ita procede. Cùm triangulum A E C sit rectangulum, angulusque E sit rectus, ex constructione; erit, *per* 47am. *Primi*, quadratum rectæ A C æquale quadratis rectarum A E, & E C simul. Conjunge igitur quadrata linearum A E, & E C in unum, & ab aggregato extrahe radicem quadratam, & hæc radix dabit tibi quantitatem lineæ A C quæsitam. Exempli gratia: linea E C duorum palmorum in se ducta, dat 4 pro quadrato; & linea A E 108 palmorum in se ducta, dat 11664 pro quadrato: quibus si jungatur quadratum lineæ E C, nempe 4, emergit quadratum lineæ A C 11668 palmorum, duobus prædictis simul sumptis æquale. Ex hoc quadrato radix extracta dat 108 + 4, quæ est quãtitas lineæ A C, vel B D.

Si ulteriùs cupis scire quantitatem superficiei Obelisci, si in pyramidem excurrisset, ita procede. Cùm in præcedente problemate altitudinem pyramidis E G invenerimus 324 palmorum, basim autem A B, 12 palmorum; si multiplicaveris totam basim per altitudinem, id est, 12 per 324, & productum 3888 dimidiaveris; dimidium dabit 1944 palmos quadratos pro superficie trianguli A B G. Eandem superficiem 1944 palmorum invenies, si multiplices dimidiam basim per altitudinem, nempe 6 per 324. Quadruplica jam 1944, & summa 7776 palmorum quadratorum dabit quantitatem totius pyramidis quoad superficiem exteriorem quatuor facierum sive laterum.

ANNOTATIO.

Si quatuor Obelisci latera non sint æqualia inter se, adæquari priùs debent, & reduci ad quatuor æqualia latera inæqualibus æquivalentia; & deinde procedendum modo dicto. Adæquantur autem latera modo dicendo infrà libro sequenti, Problemate secundo, Coroll. 2. & Probl. 9. & 10.

PRAG-

PRAGMATIA III.

Solíditatem Obeliſcorum inveſtigare.

OMnis pyramis ſubtripla eſt ſui priſmatis, hoc eſt, omnis pyramis eſt tertia pars priſmatis, quæ eandem cum illa habet & baſim & altitudinem, *per Coroll propoſit.7. lib.12 Elem. Eucl.* cognita igitur baſi Obeliſci, & cognita altitudine ipſius, ſi in pyramidē excurreret, cognoſci poteſt ejus priſma; quia ex multiplicatione baſis in totam altitudinem gignitur priſma habens eandem cum pyramide & baſim & altitudinem, ut in Problem. 2. hujus libri docuimus. Cognito ergo priſmate pyramidis A B D, Pragmatiâ primâ inventæ, dabit pars ipſius tertia ſoliditatem ejuſdem pyramidis. Eandem ſoliditatem habebis, ſi baſim ipſius duxeris in tertiam altitudinis partem; vel ſi totam altitudinem duxeris in tertiam partem baſis, ut diximus ſuprà Problem. 4.

Fig. LXXXVII Icon. XIV. Cognito quoque exceſſu, quo pyramis Obeliſcum ſuperat, per dicta Pragmatia prima, haberi poteſt priſma talis exceſſus, & conſequenter haberi poteſt tertia pars talis priſmatis; quæ tertia pars eſt ſoliditas pyramidis Obeliſcum excedentis. Si jam ſubtrahatur ſoliditas hujus exceſſus à totius pyramidis ſoliditate, remanet ſoliditas Obeliſci ab infima baſi, uſque ad pyramidium. Pyramidii ſoliditas invenitur, ſi baſis ipſius ducatur in altitudinem, & producti tertia pars accipiatur. Sed rem Geometrico ratiocinio oſtendamus cum Kirchero in Obeliſco Pamphilio lib.1. cap. 6. ubi tamen in calculo irrepſerunt errores quidam typographici, quos hîc corrigimus.

Imaginare itaq. in præſenti figura primò pyramidem A B D, cujus baſis A B quodlibet latus ſit 12 palmorum; qui in ſe ducti, conſtituent totam baſim A B, 144 palmorum quadratorum. Circa hanc baſim circumſcribe priſma A C, habens eandem altitudinem cum tota pyramide, nempe 324 palmorum. Multiplica jam baſim hujus priſmatis per altitudinem ipſius, nempe 144 per 324, invenies totum priſma A C eſſe 46656 palmorum cubicorum ſive ſolidorum. Hujus priſmatis tertia pars, videlicet 15552, dabit totam ſoliditatem pyramidis A B D in palmis cubicis, ſi in eam Obeliſcus excurriſſet.

Ut

Ut habeas soliditatem solius Obelisci ab infima basi A B usque ad supremam basim N E, sic operare. Circa basim N E pyramidis imaginariæ N E D, constitue per imaginationem prisma N G, habens eandem altitudinem cum tota pyramide N E D; eritque quodlibet latus basis 8 palmorum, altitudo verò 216, per dictâ Pragmatiâ primâ. Duc jam 8 in se, habebis 64 palmos quadratos pro basi N E. Duc iterum 64 in 216, habebis 13824 palmos cubicos pro soliditate totius prismatis N G. Hujus igitur prismatis tertia pars, nempe 4608 palmi cubici, dant soliditatem pyramidis N E D imaginariæ. Hujus pyramidis soliditas à soliditate totius pyramidis A B D 15552 palmorum cubicorum subducta, relinquit 10944 palmos cubicos pro soliditate Obelisci truncati A B N E.

Pyramidii soliditatem ita invenies. Cùm basis pyramidii, ut suprà vidimus, sit octo palmorum, altitudo verò 12 palmorum; si multiplices 8 per 8, & productum 64, multiplices per 12; summa producta 768 palmorum cubicorum, dat prisma habens eandem cum pyramidio & basim & altitudinem. Tertia igitur pars hujus prismatis, nempe 256 palmi cubici, dant pyramidii soliditatem; quæ conjuncta cum soliditate Obelisci, constituunt 11200 palmos cubicos pro soliditate totius Obelisci unà cum pyramidio.

PRAGMATIA IV.

Gravitatem sive pondus Obeliscorum invenire.

FAc ex eadem petra sive materia Obelisci cubum palmarem, eâ quâ fieri potest diligentiâ accuratè quadratum. Hujus cubi pondus explora per exactissimam bilancem. Habito cubi palmaris pondere, duc numerum ponderis in numerum cuborum palmarium totius Obelisci, & summa producta dabit pōdus quæsitum. Sit cubus palmaris ex eadem Obelisci materia præparatus librarum 87. Multiplica 11200 palmos cubicos totius obelisci per 87, invenies 974400 libras pro gravitate totius Obelisci. Eodem modo invenies pondus totius pyramidis superioris A B D esse 1353024 palmorum cubicorum.



LIBER VI.

COELOMETRICUS,

sive

De Concavorum dimensionibus.

AD stereometriam pertinet etiam vasorum, & quorumvis Concavorum dimensio, qua nimirum ipsorum capacitas indagatur in certis mensuris. Vasa, aliavè concava dimetienda, sunt vel cubica, seu parallelepipeda, vel cylindrica, vel neutra; hoc est, vel constant superficiebus planis, vel rotundis, vel ex his mistis. Hæc ad illa reduci debent, ut sub Geometricam mensurandi rationem cadere possint. Illa ut mensurentur, opus est Regula seu virga cubimetrica, & cylindrimetrica, divisa in certas partes, quarum singulæ significent certam aliquam mensuram liquidorum, aut aridorum, usitatam in eo loco, pro quo construitur virga. Hæc virga, vel saltem pars aliqua ipsius, commodissimè inscri-

ſcribi poteſt uni lateri Pantometri noſtri, ſicque Inſtrumentum extendi ad Cœlometriam. Quare qua hujuſmodi virgæ conſtruantur ratione, priùs videndum eſt.

PROBLEMA I.

Regulam Cubimetricam & Cylindrimetricam conſtruere, hoc eſt, Menſuras famoſas in certis locis uſitatas, tam aridorum, quàm liquidorum, virgis ſeu perticis, atque adeo Pantometro, inſcribere.

AD dimenſionem Vaſorum Cubicorum, parallelepipedorum, ac cylindricorum requiruntur, ut dicebam, Regulæ ſeu virgæ in certas partes ex arte geometrica diviſæ, ita ut ſingulę earum partes ſignificent certam aliquam menſuram uſitatam in illo loco, pro quo virgæ conſtruuntur. Ut ſi quis ſcire cupiat, quot menſuras certi alicujus loci capiat aliquod vas, vel quot modios tritici aliquod granarium &c., oportet priùs conſtruere pro loci illius menſura & modio certas Regulas, tam pro planis, quàm pro cylindricis vaſis. Hæ autem ita conſtruuntur. Fig. LXXXIIX Icon. XIII.

Primò, ex linea aliqua, quæ ſit AB, in polito aſſere ducta, abſcinde decem minutiſſimas partes æquales, ab A uſque in C; deinde has decem partes transfer ex C in D, E, F, G, eritque tota linea A G in centum æquales partes diviſa. Quòd ſi A G decies in lineã A B ex G ulteriùs productam transferas; erit illa in mille æquales partes diviſa.

Secundò, pro Regula cylindrimetrica conſtrue vas cylindricum A; pro cubimetrica vas cubicum ſeu parallelepipedum B.

Tertiò, infunde in hæc vaſa, pro menſuris, 1, 8, 27, 64, 125, menſuras, aut alium numerum menſurarum cubicum, quorum radices ſeu latera cubica ſunt 1, 2, 3, 4, 5; pro modiis verò, 1, 8, 27, 64, &c. modios; & quoúſque vaſa impleantur, diligenter nota, collo-

catis priùs vasis ad horizontem parallelis. Impleantur v. g. usque in G G.

Quartò, igitur lineâ A B divisâ in centum, aut mille partes, metire tam diametrum fundi interni vasis cylindrici C D, quàm latera basis internæ parallelepipedi K H, H C. Metire quoque eâdem lineâ utriusque impletionis altitudines C G. Quo facto, inquire aream fundorum seu basium prædictorum vasorum, per dicta Lib. 3. Probl. 1. & 7. Inventam basim duc in altitudinem impletionis C G, atque ex producto extrahe radicem cubicam. Hujus radicis numerum in partibus lineæ A B inventum intercipe circino, eumque aliquoties transfer in lineam L M ductam in præparata Regula seu Virga. Et si quidem infudisti in vasa unam mensuram, significabunt singulæ partes lineæ L M unam mensuram: si infudisti 8, 27, 64, 125; significabunt singulæ 8, 27, 64, 125, mensuras: quare singulæ dividi debent in duas, tres, quatuor, quinque particulas, ut quælibet particula significet unam mensuram. Exempli gratiâ; habeat utrumque latus K H, H C, 26 partes, altitudo impletionis C G, 43: duc latus 26 partium in se, & produces 676; hoc productum duc in altitudinem impletionis, nempe in 43, & produces 29068: ex hoc numero extrahe radicem cubicam, quæ est $30\frac{7}{10}$ circiter. Si igitur in vas cubicum infudisti unam tantùm mensuram, accipe ex linea divisa A B $30\frac{7}{10}$ partes, easque transfer in lineam L M: si infudisti 8 mensuras, accipe ejusdem numeri dimidium, nemde $15\frac{7}{20}$: si 27 infudisti, accipe tertiam partem ejusdem numeri, nempe $10\frac{7}{30}$ &c. Et quia pono infusas fuisse 8 mensuras, idcirco accipe ex linea divisa A B partes $15\frac{7}{20}$, sive $15\frac{1}{3}$ ferè; easque in Regulam L M aliquoties, ut decies, vicies, aut sæpius transfer, nimirum ex L in N, O, P, Q; & habebis Regulam cubimetricam præparatam. Eodemque modo præparabis Regulam Cylindrimetricam.

Potes quoque unam partem L N, aut etiam omnes, in decem aut centum alias partes subdividere; sic enim usus ipsius latiùs patebit, & ad vasorum etiam exiguorum mensurationes extendi poterit.

Dividitur autem una pars major in centum minores commodissimè hoc modo. Primò in duas; deinde quælibet harum duarum in alias duas; & harum quælibet in alias quinque (& habebis

bebis jam 10 partes; tandem harum quælibet in alias quinque; sic enim tota linea in centum æquales partes divisa erit. Sed nos in Exemplis nostris facilitatis causâ ponimus partes majores in decem tantùm minores subdivisas esse. Unam hujusmodi majorum partium inscribere poteris lateri uni Instrumenti nostri, & ubi opus fuerit, in aliquam transferre perticam, aut Regulam planam longiorem.

Regulis igitur in hunc modum constructis, jam ad ipsam vasorum dimensionem procedamus.

PROBLEMA II.

Vasa parallelepipeda metiri Regulâ Cubimetricâ.

PEr Vasa parallelepipeda intelligo hypocausta, cubicula, granaria, turres quadratas, & omnia quæ constant sex parietibus, quorum duo quilibet oppositi sint paralleli.

Indagaturus igitur quot modios tritici capiat v. g. horreum parallelepipedum, metire Regulâ Cubimetricâ L M ejus longitudinem, latitudinem, & altitudinem; duc longitudinem in latitudinem; productumque duc in altitudinem; & habebis numerum modiorum, quos capit propositum granarium.

Ponamus v. g. propositi granarii longitudinem habere puncta majora seu partes majores Regulæ L M 200, latitudinem 120, altitudinem 80: multiplica 200 in 120, & produces 24000; hoc productum duc in 80, & produces totam horrei capacitatem, nimirum modiorum 1920000.

ANNOTATIONES.

I.

EXcludo in hoc calculo cavitates granarii, quas fenestræ, januæ, & alia ejusmodi faciunt; ponoque quatuor muros seu parietes, tabulatum item superius, & inferius pavimentum, carere omnibus cavitatibus, lacunis, asperitatibus, & tumoribus: alioquin etiam harum cavitatum capacitas esset indaganda, & numero prædicto adjungenda.

II. *Quod si aut longitudo, aut latitudo, aut altitudo, aut omnes simul, aut duæ tantùm, non exactè habeant puncta majora, sed præter illa habeant etiam minora, ut plerùmque accidit; resolve majora in minora,* hoc

hoc est, si majora puncta divisa sint in decem minora, duc majora in decem; si in centum majora sint divisa, duc illa in 100, & productis adde puncta minora. Quo facto, duc, ut priùs, longitudinem in latitudinem, & productum hoc in altitudinem, atque ex hoc postremo producto reiice tres priores numeros versus dexteram, si puncta majora divisa sint in decem minora; sex, si majora in centum minora sint divisa; novem, si in mille. Exempli causa, sit alicujus granarii longitudo punctorum majorum 108, & minorum 7; latitudo majorum 95, minorum 6; altitudo majorum 42, minorum 5. Igitur si majora puncta longitudinis duxeris in 10, productoque adjeceris 7; procreabis puncta minora 1807: si latitudinis puncta majora duxeris in 10, productoque addideris 6 minora; efficies 956 minora: denique si altitudinis puncta majora duxeris in 10, productoque adjeceris 5 minora; progignès 425 minora. Resolutis igitur in hunc modum punctis majoribus in minora, si duxeris 1807 in 956, progignes 1727492; si hoc productum in 425 duxeris, procreabis 734184100: Vnde rejectis tribus numeris prioribus versus dexteram, restant 734184. Atque tot modiorum est dicti granarii capacitas.

COROLLARIUM I.

Patet hinc, quomodo puteorum prismaticorum seu parallelepipedorum capacitas in certis mensuris inveniri possit.

COROLLARIUM II.

Quomodo dimetienda sit frumenti congeries in granario.

Ex his patet etiam, quomodo metiri debeas magnam aliquam congeriem frumenti in granario aliquo jacentis, (possunt enim hæ Regulæ inservire etiam ad solida metienda) ita tamen, ut parallelogrammum seu potiùs parallelepipedum congeries illa efficiat. Quia verò superficies illa, quæ frumentum contingit pavimentum, semper est amplior, quàm suprema frumenti superficies, tam in longitudine, quàm in latitudine, ita ut congeries illa efficiat quasi pyramidem truncatam; necesse est metiri tam inferiorem quàm superiorem longitudinem, item latitudinem tam superiorem quàm inferiorem accipere, easque inter se adæquare, hoc est, summa-

marum semisses pro adæquata longitudine & latitudine accipere, & procedere modo dicto in Problemate. Contineat inferior longitudo partes Regulæ Cubimetricæ majores 120, superior 112; inferior latitudo contineat 80, superior 72; erit igitur æquata longitudo 116, latitudo 76: sit denique frumenti profunditas punctorum majorum 4. Igitur si hos tres numeros 116, 76, 4, in se duxeris, hoc est, si 116 duxeris in 76, & productum in 4; procreabis totam frumenti summam, quam reperies modiorum 35264. De adæquatione inæqualium laterum dicemus plura infrà Probl. 9. & 10.

PROBLEMA III.

Fossæ excavandæ capacitatem invenire.

VUlt quidam circa civitatem aut arcem ducere fossam, cujus latitudo superior esse debeat 16 cubitorum, inferior duodecim, profunditas octo, longitudo mille. Debet autem pro quolibet cubito cubico expendere 49 Julios. Quærit, quantum pecuniæ pro tota fossa expendere debeat. Sit superior latitudo A F, inferior C D, profunditas G C. Quia triangula A E C, B F D, sunt æqualia in posito exemplo, ut suppono; erit parallelogrammum A B D E, æquale trapezio A C D E, per dicta lib. 3. par. 2. Probl. 4. Cùmque latitudo B G sit duodecim Cubitorum (est enim æqualis latitudini C D;) erit tam A G, quàm F B, duorum cubitorum; quare tota A B erit 14 cubitorum: & est profunditas G C, octo cubitorum. Si igitur 14 in 8 ducas, habebis 112, aream parallelogrammi A E D B, sive trapezii A C D F. Hæc igitur area ducta in longitudinem fossæ, quam posuimus cubitorum 1000, erit tota fossæ capacitas cubitorum cubicorum 112000. Et quia pro uno cubito expendere debet 40 Julios; si 112000 duxeris in 40, produces 4480000 Julios; quibus per 10 divisis, reperies 448000 scuta seu aureos. Fig. LXXXIX. Icon. XIII.

PROBLEMA IV.

Vasa cubica duplicare, triplicare &c. mechanicè, ope Regulæ Cubimetricæ.

MEchanicè seu practicè vasa cubica, imò & cubica corpora solida, sic duplicabis ope prædictæ Regulæ cubimetricæ.

Meti-

Metire latus cubi dati quodcunque, & in partes divisum duc in se; productum in duplum numeri illius, in quem latus divisum est; atque ex hoc postremo producto extrahe radicem cubicam; & hæc radix erit latus cubi duplicandi. Exempli causa, Esto aliquis cubus, cujus latus 20 pedum sit. Duc 20 in se, & produces 400; hoc productum duc in duplum lateris, nempe in 40, & produces 16000; hujus numeri radix cubica propinquior est paulò minor, quàm $25\frac{1}{5}$, nam hic numerus in se cubicè multiplicatus producit $16003\frac{1}{125}$, qui numerus valde parum abest ab hoc numero 16000; est verò hic numerus duplus cubi radicis 20.

Si cubus sit triplicandus, duc primò latus cubi triplicandi in seipsum, deinde productum in triplum lateris; nam ex postremo hoc producto educta radix cubica dabit latus cubi triplicandi. Sit exempli causa cubus, cujus latus sit 20 pedum, triplicandus; duc 20 in se, productum in triplum lateris, hoc est, in 60, & ex postremo hoc producto extrahe radicem cubicam, quam reperies majorem quàm $28\frac{5}{7}$, minorem quàm $28\frac{7}{8}$.

PROBLEMA V.

Concavas columnas, turres, & quæcunque prismata, bases habentia triangulares, pentagonas, hexagonas, Octogonas, & etiam irregulares, dimetiri.

Metire primò singula basis latera Regulâ Cubimetricâ. Quibus habitis, inquire per ea quæ diximus in Epipedometria lib. 3. par. 2. aream basis. Si enim illam in altitudinem columnæ, turris, aut prismatis duxeris, habebis totius columnæ, turris, aut prismatis capacitatem.

Fig XC. Icon. XV. Exemplum. Sit turris octogona, cujus quodlibet octo laterum B C, C D, D E &c. habeat puncta majora 20, linea verò ex aliquo angulorum B, C, D &c. ad centrum A ducta, habeat puncta majora 26. Quia igitur tota figura resolvitur in octo talia triangula, quale est B A C; & quia latera A B, A C, sunt æqualia, nimirum 26, basis verò B C 20 punctorum majorum; erit area figuræ, per Probl. 5. Lib. 3. par. 2. punctorum quadratorum 166 ferè. Igitur ductis 166 in 8, numerum triangulorum, in quæ figura resolvi-

ſolvitur, exurgit totius figuræ area punctorum quadratorũ 1328: quibus in altitudinem turris, quæ ſit 340 punctorum majorum, ductis, prodit totius turris capacitas, nimirum modiorum 451520.

Eodem modo in omnibus aliis agendum eſt: ſi enim area ducatur in altitudinem, habebitur ſemper totius turris, priſmatis, aut columnæ, capacitas.

PROBLEMA VI.

Tetraëdra, ſeu Pyramides regulares, & reliqua corpora regularia, metiri.

PRimò pyramidem regularem, cujuſmodi eſt tetraëdrum ex corporibus regularibus, dimenſurus quoad capacitatem inanitatis, duc aream baſis pyramidis in altitudinem, & productum divide per tria, habebiſque capacitatem ipſius. Ratio hujus operationis eſt, quia cùm omne priſma triangularem habens baſim, reſolvatur in tres pyramides æquales, & triangulares habẽtes baſes, *per 7^am. Propoſ. lib. 12. Euclid.* ſequitur quamlibet pyramidem eſſe tertiam partem priſmatis, quod eandem cum ipſa baſim & altitudinem habet, ut etiam diximus Libro præcedente Probl. 4.

Exempli cauſa, ſit pyramis, cujus baſis latera ſingula ſint octo punctorum majorum: erit igitur quadratum areæ baſis 768, (operando juxta Regulam ſecundam generalem traditam lib. 3. par. 2. Probl. 3. adeoque ipſa area $27\frac{7}{11}$ ferè. Sit altitudo pyramidis 20 punctorum majorum; cujus quadratum 400 ſi duxeris in quadratum areæ, produces 307200, quadratum capacitatis priſmatis eandem baſim & altitudinem cum pyramide habentis. Quare ſi ejus radicem quadratam, quæ eſt $554\frac{1}{4}$ ferè, per tria diviſeris, proveniet capacitas pyramidis $184\frac{3}{4}$ punctorum cubicorum ferè.

Secundò, cùm omnia corpora regularia in tot pyramides reſolvantur, quot baſes ſeu ſuperficies habent, ſi areæ ſuperficierũ ducantur in numerum ſuperficierum ſive baſium, productum in altitudinem pyramidum, quæ eſt ſemiſſis altitudinis totius corporis (eſt autem altitudo corporis regularis, diſtantia duarum ſuperficierum oppoſitarum ſeu parallelarum) productum dividatur per 3, prodit totius corporis capacitas.

Sed ab hoc calculo excipiendum esse tetraëdrum, manifestum est, cùm non habeat superficies parallelas.

Sed jam exemplum afferamus. Sint latera basium dodecaëdri 6 punctorum majorum, altitudo 14: erit igitur area pentagona basis $61\frac{7}{8}$ punctorum majorum quadratorum, per Propos. 5. partis 2. lib. 3. quæ ducta in 12, nempe in numerum superficierum, facit $742\frac{1}{2}$. Et quia altitudo corporis ponitur 14 punctorum, erit semissis 7; quæ semissis est altitudo pyramidum, in quas dodecaëdrum resolvitur. Si igitur 7 ducantur in $742\frac{1}{2}$, producuntur $5197\frac{1}{2}$; hujus tertia pars $1732\frac{1}{2}$, est totius dodecaëdri capacitas.

PROBLEMA VII.

Cylindrorum Capacitatem invenire.

IN Cylindris dimetiendis utimur Regula Cylindrimetrica. Cylindros igitur dimensurus, metire Regulâ Cylindrimetricâ primò latitudinem Cylindri, hoc est, diametrum basis Cylindri, ut habeas ejusdem basis aream, per Probl. 10. partis 2. Lib. 3. deinde ejusdem Cylindri longitudinem seu altitudinem. Hoc facto, duc basis aream in longitudinem Cylindri, & habebis capacitatem.

Exemplum. Sit alicujus cylindri basis, ex latitudine seu diametro inventa, punctorum minorum 3249, longitudo verò seu altitudo punctorum itidem minorum 128. Duc 3249 in 128, producetur hic numerus, 415872; ex quibus rejectis tribus prioribus figuris dextris, ut invenias puncta majora, restant mensuræ 415, seu potiùs 416, propterea quòd numerus ultimus rejectus, qui est 8, ferè ad 10 accedit. Si calculum accuratiùs subducere desideres, dic per Regulam Proportionum: 1000 dant unam mensuram, quid dant figuræ rejectæ, scilicet 872? & reperies $\frac{7}{8}$ ferè unius mensuræ. Igitur vera capacitas totius cylindri erit $415\frac{7}{8}$ mensurarum.

COROLLARIUM.

P*Atet hinc, quomodo puteorum Cylindraceorum capacitas inveniri possit.*

PRO-

PROBLEMA VIII.

Pyramidum & Conorum capacitates invenire in certis mensuris.

LIbro præcedente Problem. 4. docuimus, qua ratione pyramidum & conorum solidorum area seu soliditas in pedibus cubicis, aliisvè similibus mensuris, sit invenienda. Ex quibus quidem etiam constat, qua ratione eorundem corporum concavorum capacitates sint dimetiendæ in certis liquidorum, aut aridorum mensuris cubicis: est enim utrobique eadem ratio. Etenim hîc etiam Pyramidum & Conorum capacitas generaliter cognoscitur ex multiplicatione superficiei seu areæ basis eorundem in altitudinis tertiam partem, vel ex multiplicatione tertiæ baseos partis in totam altitudinem. Quare si per Libri tertii partis secundæ Problemata, tam area basis pyramidis, vel coni oblati, quàm altitudo eorundem, inter partes Regulæ cubimetricæ inquiratur, & facta multiplicatione unius in alteram, basis inquam in altitudinem, productum per tria dividatur, invenitur desiderata capacitas.

COROLLARIUM.

PAtet hinc, quomodo poculorum pyramidalium & conicorum capacitas reperiri possit.

PROBLEMA IX.

Vasa inæqualium basium metiri.

SUprà Problemate secundo docuimus, quomodo mensuranda sint vasa prismatica seu parallelipepeda, quorum videlicet bases, seu inferior & superior superficies, sint æquales, similes, & parallelæ, reliquæ verò parallelogrammæ, hoc est, quorum perimeter ubique est æqualis, tam scilicet inferiùs, quàm superiùs, & in partibus interjectis. Reperiuntur tamen vasa nonnulla, quorum superior basis (imaginaria) existit major, vel minor inferiori, quamvis eidem parallela & similis existat. Hujusmodi vasorum mensuram, quando differentia dictarum basium est valde notabilis, absolves eo modo, quo libro præcedenti Probl. 5. diximus

mensuranda esse frustra pyramidum & conorum. Quando verò differentia non est admodum notabilis, procedere poteris tali pacto.

Quoniam bases oppositæ, superior & inferior, inæquales sunt, similes tamen & parallelæ, ut supponitur: adæqua illas, hoc est, inquire inter ipsas mediam aliquam inter majorem & minorem, eamque duc in altitudinem, & productum dabit vasis capacitatem. Adæquantur autem bases facillimè, si reperiatur separatim utriusque area, & summa ex utraque facta dimidietur; hæc enim dat basim adæquatam. Quomodo porrò basis utraque reperiatur, patet ex dictis libro præcedente.

Dimidiatur etiam seu adæquatur utraque basis, si minor auferatur à majori, & differentiæ dimidium vel adiiciatur minori, vel auferatur à majori; summa enim residua, aut resultans, est basis adæquata.

PROBLEMA X.

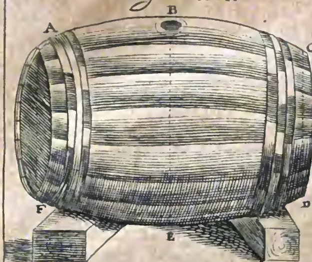
Doliorum seu vasorum vinariorum capacitatem reperire.

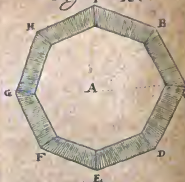
Fig. XCI. Iconis. XV. DOlia, seu vasa vinaria referunt plerùmque figuram duplicis coni decurtati, quorum bases sint circa doliorum medium conjunctæ, vertices verò decurtati sint fundi. Tale est appositum dolium A B C D E F, constans duobus conis truncatis A F B E, & C D B E, quorum bases B E sunt in medio dolii, seu in ejus ventre conjunctæ, fundi verò A F, & C D, sunt conorum truncatorum vertices. Quando igitur doliorum fundi A F, C D, non sunt notabiliter minores quàm venter B E, hoc est, quando fundorum diametri non admodum differunt à diametro ventris; inquiri potest doliorum capacitas eodem modo, quo diximus Problemate præcedente inquirēdam esse capacitatem conorum truncatorū.

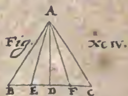
Semper ergo in doliorum dimensione adæquandi priùs sunt fundi & ventres. Et quidem si fundi sunt inter se æquales, ut plerùmque fit; unica adæquatio sufficit, nempe diametrorum ventris & unius fundorum: si autem inæquales sunt, duplici adæquatione opus est, nempe primò duorum fundorum, deinde fundi æquati cum ventre.

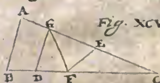
Siigi-

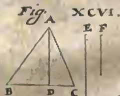


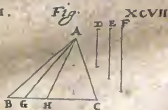

Fig. XCI.
A
B
C
D
E
F
G
H K I


Fig.
I
H
B
G
A
F
D
E

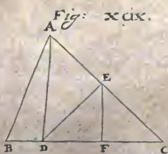

A
Fig. XCIV.
B E D F C


A
G
Fig. XCV.
E
B D F C


Fig. XCVI.
A
E F
B D C


Fig. XCVII
A
D E F
B G H C


A
Fig. XCVIII.
B D E F C


Fig: XCIX.
A
E
B D F C

Si igitur fundi fuerint æquales, inquire diametrum unius fundi primò, & deinde diametrum ventris ab interna superficie curvitatis B, usque ad internam superficiem curvitatis E; adde utramque in unam summam, & erit summæ dimidium diameter adæquata. Eandem adæquationem habebis sine arithmetica, si utramque prædictam diametrum notes in Regula, & inter utriusque differentiam sumpseris punctum medium; hoc enim dabit diametrum adæquatam: ut si fundi diameter sit G H, ventris diameter G I; erit G K diameter adæquata.

Exemplum. Sit utraque diameter fundorum alicujus vasis vinarii punctorum majorum 7, minorum 4; ventris verò diameter sit punctorum majorum 9, minorum 6. Si resolvantur majora puncta in minora, fiet fundorum diameter alterutra punctorum minorum 74, ventris 96: quorum dimidium, nimirum 85, est diametrus vasis adæquata. Habita diametro æquata, metire etiam longitudinem vasis inter fundorum superficies internas, sitque punctorum majorum 15, minorum 5; ergo majora in minora resoluta faciunt 155. His factis, duc 85 in se, & produces 7225, nempe quadratum diametri fundorum. Ex hoc quadrato ut inventas aream circuli alterutrius fundorum, dic, per ea quæ documus Lib. 3. par. 2. Probl. 10. Si 14 dant 11, quid dabunt 7225? reperies 5676$\frac{11}{14}$ pro area fundi. Hæc si multiplices in vasis longitudinem 155, & ex suma producta reiicias tres priores figuras dextras; reperies totius vasis capacitatem.

Si autem fundi fuerint inæquales, eos quoque adæquare debes, hoc est, utriusque summæ dimidium sumere, deinde hoc dimidium addere diametro ventris, rursusque hujus summæ dimidium pro diametro adæquata sumere, ex eaque aream circularem elicere, & ducere in longitudinem vasis; productum enim dabit vasis capacitatem, ut antea.

ANNOTATIONES.

I.

Si fundi vasorum non sint circulares, sed elliptici, sic procedes. Per Regulam seu Virgam tuam fundorum latitudinem utramque decussatim accipito, binas faciendo in Regula tua notas; punctum enim inter hasce notas medium æquabit illas. Similiter æquabis planum imaginarium B E

per ventrem vasis transiens, decussando ipsius latitudines seu diametros binas. Medium inter utrumque planum, fundi inquam & ventris, exhibebit diametrum aequatam vasis. Ex diametro sic adaequata quaere aream circuli; hanc duc in vasis longitudinem; & habebis vasis continentiam.

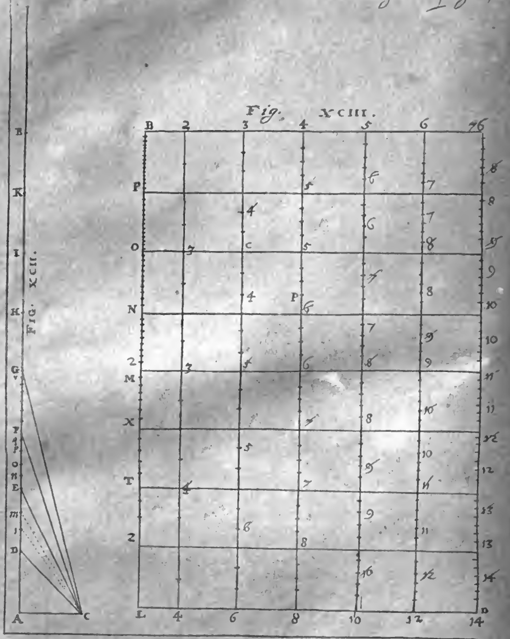
II. *Longitudo vasorum vinariorum est, recta inter utramque internam fundorum superficiem comprehensa, ut paulò antè etiam insinuavi. Quare cùm haec longitudo sit forinsecùs mensuranda, debet à tota extrinseca vasis longitudine demi uterque margo prominens extra fundos, & praeterea utriusque fundi crassities.*

PROBLEMA XI.

Regulam mensoriam, quam virgam visoriam appellant, construere ad dolia vinaria mensuranda.

TAmetsi quaelibet ferè dolia vinaria mensurari possint praedictâ Regulâ & arte, tamen ad dimetienda eadem promptiùs & faciliùs, solent Mechanici construere Regulam mensoriam, quam virgam visoriam (visier ruden germanicè) appellant; qua sine omni arithmetica metiuntur vasa vinaria. Quae tamen virga est ita constructa, ut longè difficilior mihi videatur ipsius usus, quàm praecedentis Regulae cylindrimetricae usus. Quoniam tamen aliquibus placet, eam hìc adiicere non gravabor unà cum ipsius usu. Hujus igitur virgae constructionem docebimus hoc Problemate, usum sequenti.

Fig. XCII. Icon. XIV. In lineam A B ductam in aliquo plano transferantur ex virga suprà constructa, majora puncta seu partes aequales 8. Eligo hunc numerum, 8, quia hujus numeri quadratum, quod est 64. aequale est numero mensurarum constituentium in multis locis unam urnam (Aymer appellant Germani) ut Norimbergae, Ingolstadii, & alibi. Quòd si in illo loco, pro quo virgam visoriam construere vis, alius numerus mensurarum constituat urnam; alius numerus aequalium partium transferendus est in lineam A B. Transferantur inquam in dictam lineam A B, 8 puncta majora, nimirum A D, D E, E F, F G, G H, H I, I K, K B; & ad punctum A exercitetur per-


Fig. XCII.
Fig. XCIII.
B
K
I
H
G
F
E
D
A
C
P
O
N
M
X
T
Z
L

perpendicularis A C, æqualis uni majorum punctorum, nempe puncto A D.

Translatis hoc modo in lineam A B punctis majoribus, & ductâ perpendiculari A C, invenienda quoque sunt puncta minora. Sunt autem puncta minora duplicia: quædam enim sunt puncta minora profunditatis seu latitudinis, quædam longitudinis vasorum. Puncta profunditatis inæqualia sunt, longitudinis æqualia. Longitudinis puncta inscribuntur eodem modo quo suprà Problem. 1.

Inæqualia profunditatis puncta, geometricè per Proposit. 47. lib. 1. Euclidis hoc modo in lineam A B transferuntur. Pone unum circini pedem in C, alterum extende in D, atque hanc circini aperturam transfer ex A in l. Deinde pone rursus unum pedem in C, alterum extende in l, hancque circini aperturam transfer ex A in m. Tertiò pone unum pedem in C, alterum extende in m, atque hanc aperturam transfer ex A in E (in hoc enim punctum cadere debet apertura circini C m, alioquin erratum est.) Rursus ponatur unus pes circini in C, alter extendatur in E, & transferatur distantia C E ex A in n; & deinde distantia C n, ex A in o; distantia C o, ex A in p; distantia C p, ex A in q: debebitque rursus, si erratum non est, distantia C q, distantiæ A F æqualis esse: item distantia C r, distantiæ A G &c. Facta hac divisione lineæ A B, videbis primum punctum majus A D dictæ lineæ manere indivisum, secundum D E dividi in tria minora puncta, tertium E F in quinque, quartum F G in septem, quintum G H in novem, sextum H I in undecim, septimum I K in tredecim, octavum K B in quindecim. Significat autem distantia A D unam mensuram, A l duas, A m tres, A E quatuor, & sic deinceps.

Arithmeticè etiam ex sequenti radicum quadratorum tabula deportantur puncta minora in lineam A B. In qua tabula, co-

	Mensuræ	Partes millesimæ	Partes centesimæ		Mensuræ	Partes millesimæ	Partes centesimæ.
1	1	1000	100		5	2236	224
	2	1414	141		6	2450	245
	3	1732	173		7	2658	266
2	4	2000	200		8	2828	283

3	9	3000	300
	10	3162	316
	11	3316	332
	12	3464	346
	13	3605	361
	14	3742	374
	15	3874	387
4	16	4000	400
	17	4123	412
	18	4242	424
	19	4361	436
	20	4472	447
	21	4583	458
	22	4690	469
	23	4796	480
	24	4897	490
5	25	5000	500
	26	5099	510
	27	5196	520
	28	5291	529
	29	5385	539
	30	5488	548
	31	5567	557
	32	5657	566
	33	5744	574
	34	5831	583
	35	5916	592
6	36	6000	600
	37	6083	608
	38	6164	616
	39	6245	624
	40	6325	632
	41	6403	640
	42	6481	648
	43	6657	656
	44	6633	663
	45	6708	671
	46	6782	678
	47	6856	686
	48	6928	693
7	49	7000	700
	50	7071	707
	51	7141	714
	52	7211	721
	53	7280	728
	54	7348	735
	55	7417	742
	56	7483	748
	57	7550	755
	58	7616	762
	59	7681	769
	60	7746	775
	61	78.0	781
	62	7874	789
	63	7937	794
8	64	8000	800

lumni

lumna prima significat ordinem mensurarum seu punctorum, tam majorum, quàm minorum, quæ lineæ A B sunt imprimendæ: secunda verò columna significat distantiam singularum mensurarum seu punctorum à puncto A versus punctum B prædictæ lineæ A B, distantiam inquam in partibus, qualium A D vel A C, mensura nimirum prima, 1000: tertia denique columna significat earundem mensurarum seu punctorum distantiam à puncto A in partibus, quarum A D censetur esse 100. Quòd si intervallum A D censeatur divisum solummodò in decem æquales partes, construenda esset alia columna, quæ duabus tantùm figuris constaret, rejectis duabus versus dexteram ex secunda columna; habendo tamen semper respectum ad figuras rejectas, ut unitate augeri possit figura dextera remanens.

Prædictæ igitur tabulæ beneficio puncta minora profunditatis inscribes lineæ A B jam divisæ in octo puncta majora, tali ratione. Primum spatium seu prima mensura A D, dividatur in 1000, aut 100 partes; & harum partium 1414, aut 141, intercipe circino, & transfer ex A in l; hoc est, accipe ex prædictis 1000, aut 100 particulis particulas 414, aut 41, easque ex D transfer in l, & habebis punctum pro secunda mensura. Pro tertio puncto transfer ex A in m 1732, aut 173 particulas, hoc est, ex D in m transfer 732, aut 73. Pro quarto puncto transfer ex A in E 2000, aut 200 particulas, sive ex D in E 1000, aut 100; cadetque hoc punctum minus in majus punctum E jam antea notatum; alioquin erit erratum. Simili modo procedes in aliis punctis minoribus notandis in linea A B ex apposita tabula radicum quadratarum.

Si inter puncta hactenus notata in linea A B, vis etiam notare puncta intermedia, quæ significent præter integras mensuras, etiam mensuras dimidias, nempe $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$, &c. id assequeris ope se-

Mensuræ dimidiæ	Partes millesimæ	Partes centesimæ	Mensuræ dimidiæ	Partes millesimæ	Partes centesimæ
$1\frac{1}{2}$	1224	122	$5\frac{1}{2}$	2345	234
$2\frac{1}{2}$	1581	158	$6\frac{1}{2}$	2550	255
$3\frac{1}{2}$	1870	187	$7\frac{1}{2}$	2738	274
$4\frac{1}{2}$	2121	212	$8\frac{1}{2}$	2915	291

$9\frac{1}{2}$	3082	308	$12\frac{1}{2}$	3535	353
$10\frac{1}{2}$	3240	324	$13\frac{1}{2}$	3674	367
$11\frac{1}{2}$	3391	339	$14\frac{1}{2}$	3807	381

quentis tabulæ, extenſæ ſolùm uſq; ad ſpatium inter 14 & 15 punctum; reliqua enim puncta dividi poſſunt circino in duas partes ferè æquales; quamvis revera prior medietas verſus A ſemper debeat eſſe paulò major, quàm altera medietas verſus B.

Si denique lineæ A B inſcribere etiam velles puncta primorum ſcrupulorum, ita ut quodlibet ſpatium prædictæ lineæ dividatur in partes decem; fieri id poteſt, ſi dividatur quodlibet ſpatium circino in alias decem, ita tamen, ut priores verſus A ſint ſemper majores, quàm poſteriores verſus B. Meliùs tamen & ſecuriùs id fiet in primis 20 ſcrupulis ope ſequentis tabellæ.

Menſ. ſcrup.	Partes milleſimæ	Partes centeſimæ	Menſ. ſcrup.	Partes milleſimæ	Partes centeſimæ
0	0	0	10	1000	100
1	316	32	11	1048	105
2	447	45	12	1095	109
3	548	55	13	1140	114
4	632	63	14	1183	118
5	707	71	15	1224	122
6	774	77	16	1265	126
7	836	84	17	1304	130
8	894	89	18	1342	134
9	949	95	19	1378	138

Fig. XCIII. Icon. XVI. Lineâ A B prædicto modo, ſeu geometricè, ſeu arithmeticè divisâ, fiat parallelogrammum L B G D, cujus latus L B dividatur in octo partes, æquales partibus majoribus lineæ A B, nempe L Z, Z T, T X, X M, M N, N O, O P, P B: & ducantur in dicto parallelogrammo præter lineas L B, G D, aliæ quinque lineæ, quarum prima in vertice habeat, 2, in pede, 4; ſecunda in vertice, 3, in pe-

in pede, 6; tertia in vertice, 4, in pede, 8; quarta in vertice, 5, in pede, 10; quinta in vertice, 6, in pede, 12; ultima in vertice, 7, in pede, 14; & per puncta majora Z, T, X, M, N, O, P, lateris L B, ducantur lineæ lineis L D, B G, parallelæ, ut omnes quinque prædictæ lineæ unà cum extremis parallelogrammi lineis L B, D G, dividantur in octo æquales partes. Harum octo partium quælibet in linea, 2, 4, subdividatur in alias duas æquales; in linea, 3, 6, in alias tres; in linea, 4, 8, in alias quatuor; in linea, 5, 10, in alias quinque; in linea, 6, 12, in alias 6; in linea denique, 7, 14, in alias septem. Atque hæc erunt puncta longitudinis, quia æqualia in qualibet linea inter se sunt. Puncta verò primæ lineæ L B, quæ ex linea A D desumpta sunt, erunt puncta profunditatis, quia inæqualia.

Numeri deleti, seu lineolâ inducti, in prædicto parallelogrammo, qui subscripti sunt in qualibet linea numeris non deletis, significant dimidio minùs quàm non deleti. Sic 3 significat $2\frac{1}{2}$, 4 significat $3\frac{1}{2}$, 5 significat $4\frac{1}{2}$ &c. Quodlibet punctum minus in lineis longitudinis ejusdem prædicti parallelogrammi valet octo mensuras.

PROBLEMA XII.

Dolia seu vasa vinaria metiri Regulâ visoriâ.

PRæpara Regulam ex ligno solido & bene polito, æqualis longitudinis cum linea A B, seu L B divisa in præcedenti Problemate; & ductâ per ejus longitudinem lineâ rectâ, æquali prædictæ lineæ A B, seu L B, transfer in ipsam omnia puncta prædictarum linearum; & habebis Regulam seu virgam visoriam, cujus ope omnium doliorum capacitates inquires hoc modo.

Inquiratur profunditas ventris dolii per orificium immissâ Regulâ, eaque notetur cretâ in latere L B, aut alia in linea: inquiratur quoque diameter fundorum, similiterque cretâ in eodem latere L B notetur, aut in alia linea. Quo facto, quæratur medium inter duo puncta notata cretâ, in dicta regula, & habebis diametrum dolii æquatam. Æquatâ hoc modo diametro profunditatis, metire etiam longitudinem vasis. Ex utraque, profunditate scilicet & longitudine, invenies dolii capacitatem sic.

Primò, si fuerit profunditas æquata punctorum majorum 3, longitudo punctorum majorum 8, sive æqualis longitudini Regulæ; continebit vas exactè tres urnas. Si fuerit profunditas æquata 4 punctorum majorum, longitudo æqualis Regulæ, seu 8 punctorum majorum; continebit vas quatuor urnas. Si profunditas fuerit punctorum majorum 5, longitudo æqualis Regulæ; continebit vas quinque urnas &c.

Secundò, si profunditas fuerit punctorum majorum 6, longitudo contineat totam Regulam, & præterea puncta majora 4; quære puncta majora profunditatis in capite Regulæ seu Parallelogrammi, & inde descende usque ad punctum majus quartum, & invenies ibidem notata 9; continebit ergo vas novem urnas. Si profunditas habeat puncta majora 3, longitudo totam Regulam, & præterea duo puncta majora; quære 3 in capite Regulæ, & inde descende usque ad secundum punctum majus, nempe usque ad C, videbisque paulò supra illud hunc numerum deletum, 4; qui numerus significat, ut suprà dixi, $3\frac{1}{2}$ urnas, sive tres urnas & 32 mensuras. At quoniam à numerò deleto, 4, usque ad secundum punctum majus C, supersunt duo puncta minora, quorum quodlibet valet octo mensuras, ut in fine præcedentis Problematis dixi, debes ad urnas $3\frac{1}{2}$, seu ad urnas 3 & mensuras 32, adiicere adhuc mensuras 16, ideoque vas continebit urnas tres & mensuras 48.

Tertiò, si profunditas habeat 4 puncta majora, longitudo totam Regulam, & præterea 2 majora, & 3 minora puncta; quære 4 profunditatis puncta in capite Regulæ, & inde descende per duo majora, & tria minora puncta, nempe usque ad litteram P; reperiesque juxta secundum majùs punctum quinque urnas: & quia ab illo puncto usque ad tertium minus P, sunt numerandæ 24 mensuræ, cuilibet minori puncto tribuendo octo mensuras, ut paulò antè dixi; erit totius vasis capacitas quinque urnarum & 24 mensurarum.

Quartò, si profunditas sit punctorum majorum 5, minorum 3, longitudo præter totam Regulam habeat puncta majora 3; quære 5 majora profunditatis puncta in capite Regulæ, & inde descende usque in tertium punctum majus, reperiesque supra illud hunc numerum deletum 7, qui significat $6\frac{1}{2}$ urnas, sive 6 urnas, & 32 mensuras; quibus si addideris 24 mensuras, propter tria minora lon-

ra longitudinis puncta, quæ inter numerum hunc, ✕, & tertium majus punctum interjecta sunt; conflabis 6 urnas, & 56 mensuras. Sed quia profunditas præter quinque puncta majora habet tria minora, addendæ sunt ter tot mensuræ, quot puncta majora continet tota vasis longitudo: quoniam igitur vasis longitudo continet totam Regulam, & insuper tria puncta majora, hoc est, 11 puncta majora; debent addi ter undecim mensuræ, hoc est 33; quare tota vasis capacitas erit septem urnarum & 25 mensurarũ.

Quintò, si profunditas sit punctorum majorum 6, minorum 5; longitudo præter totam Regulam habeat puncta majora 6, minora 4 hoc est, tota longitudo vasis habeat puncta majora 14, minora 4: quære 6 profunditatis puncta majora in capite Regulæ, & inde descende usque ad sextum punctum majus, reperiesque numerum hunc deletum, 44, hoc est, urnas 10 $\frac{1}{2}$, seu decem urnas & 32 mensuras; quibus propter 4 puncta minora longitudinis adde 32 mensuras, & habebis exactè 11 urnas. Rursus adde toties 14 mensuras, quot profunditas puncta minora habet, hoc est, quinquies 14, nimirum 70 mensuras; habebisque in universum urnas duodecim, mensuras sex. Denique quia longitudo habet 4 minora puncta, duc illa in minora puncta longitudinis, nempe in 5, & produces 20; quibus per 6 divisis (per 6 autem dividi debent, quia sextæ lineæ majora puncta in sex minora divisa sunt) proveniunt 3 $\frac{1}{3}$ mensuræ. Ergo totius vasis capacitas est 12 urnarum & 9 $\frac{1}{3}$ mensurarum.

Nota, si longitudo haberet etiam partes punctorum minorum, ut dimidium unius puncti minoris, aut unam tertiam, aut unam quartam, quintam &c. vel etiam duas tertias, tres quartas, duas, tres, aut quatuor quintas partes; illarum etiam partium rationem habendam esse. Exempli causa, si vas aliquod præter puncta majora & minora haberet etiam semissem minoris partis, accipiendæ essent tantùm quatuor mensuræ: si longitudo vasis haberet præter puncta majora & minora unam tertiam partem minoris puncti, accipiendæ essent 2 $\frac{2}{3}$ mensuræ. Ratio est, quia si dividantur 8 per 3, proveniunt 2 $\frac{2}{3}$. Si haberet unam quartam partem puncti minoris, accipiendæ essent duæ tantùm mensuræ. Si unam quintam, accipiendæ essent 1 $\frac{3}{5}$ unius mensuræ, si quidem si dividantur 8 per 5, proveniunt 1 $\frac{3}{5}$. Si haberet tres quartas partes

unius puncti minoris, accipiendæ essent sex mensuræ. Ratio est, quia si 8 in 3 ducantur, producentur 24; quibus per 4 divisis proveniunt 6; sex ergo mensuræ accipiendæ essent. Si punctum minus haberet duas tertias partes, accipiendæ essent $5\frac{1}{3}$ mensuræ: ductis enim 8 in 2, producuntur 16; his per 3 divisis, proveniunt $5\frac{1}{3}$.

Sextò, si profunditas plùs haberet quàm totam Regulam, operare cum dimidio profunditatis & longitudinis, ut hactenus dictum est, dabitque inventi quadruplum capacitatem vasis optatam.

Septimò, si longitudo vasis non contineret totam Regulam, duc puncta minora profunditatis in majora longitudinis, & reperies mensuras, quæ vase continentur.



LIBER



LIBER VII.

GEODÆTICUS,

sive

De Superficierum divisionibus.

GEodæsia pars est Geometriæ practicæ non postrema; ejusque officium proprium est, superficies quascunq; propositas in quascunque partes desideratas partiri. De superficierum divisionibus agunt Machometus Bagdedinus, Federicus Commandinus, Christophorus Clavius lib. 6. Geomet. pract. Simon Stevinus, Petrus Dionysius Veglia, Erasmus Rheinholdus; plerique tamen valde intricatè. Ego praxes faciliores tantùm, & communiores afferam; reliqua leget, qui volet, apud citatos Auctores. Agimus autem de Geodæsia, tum ut integram de Geometria practica materiam tradamus, tum quia superficies dividendæ commodissimè in Instrumento nostro delineari, & delineatæ dividi possunt,

sunt, ut ex dictis lib. 3, & 4 patet. Licet enim in ipso campo dividi possint superficies; præstat tamen illas ichnographicè in charta delineare secundùm omnem laterum proportionem, ac deinde illas ita delineatas dividere, & demum mediante figura divisa in charta dividere easdem in Campo. Quod cùm nullo Instrumento meliùs ac faciliùs fiat, quàm hoc nostro Pantometro; meritò hoc loco paulò fusiùs ea de re Libro integro tractamus. Quàm autem Geodæsia, seu superficierum quarumcunque dividendarum Ars, sit non solùm utilis, sed necessaria, docet Erasmus Rheinholdus *in Præfatione lib. 3. Geomet. pract.*

CAPUT PRIMUM

De divisione triangulorum per lineas ab angulo ductas.

TAmetsi rarò accidat, ut planities dividenda sit perfectè triangularis; accidere tamen solet non rarò, ut planitiem ipsam dividere priùs oporteat in triangula, & ipsa deinde triangula partiri, ut ritè dividatur planities data. Operæ pretium ergo est, de triangulorum partitione, & quidem primo loco, agere.

Possunt triangula dividi per rectas lineas ductas vel ab uno angulorum, vel à puncto in uno laterum dato, vel à puncto intra, vel à puncto extra triangulum dato. De omnibus casibus agemus, & primò de priori.

PRO-

PROBLEMA I.

Triangulum quodcunque dividere in duas, tres, & quotcunque libuerit partes æquales, per lineam à quovis angulo ad latus oppositum protractam.

DIvisio trianguli ab angulo fieri poteſt vel in partes æquales, vel inæquales. Hîc in æquales, poſtea in inæquales dividemus.

Sit igitur triangulum A B C primò dividendum in duas æquales partes per lineam protractam ab angulo A, ad baſim B C. Dividatur latus B C bifariam in D, & ducatur recta A D; eritque A B D triangulum æquale triangulo A D C, *per 38 Primi, & primam Sexti.* Fig. XCIV. Iconi. XV.

Sit deinde dividendum in quatuor, aut quotvis alias partes. Dividatur latus in quatuor partes æquales B E, E D, D F, F C, & ducantur rectæ A E, A D, A F; eritque peractum quod quæritur, *per eandem 38 Primi. & primam Sexti.*

COROLLARIUM.

EX his colligitur, quomodo è quovis triangulo auferri poſſit quæcunque pars imperata, v. g. tertia, quarta, quinta, &c. per lineam ab angulo ductam: ſi enim baſim oppoſitam angulo dividas in æquales partes tres, quatuor, quinque &c. & lineas ducas; habebis tertias, quartas &c.

PROBLEMA II.

Aliter dividere triangulum in partes æquales per lineas ab angulis ductas.

QUoniam ſi omnes lineę ab eodem ducantur angulo, aliquando ſegmenta fiunt nimis acuta, ut in præcedenti figura patet (quod quidem valde incommodum eſt in diviſione agrorum) ideo alium afferam modum, quo triangulum quodcunque dividi poteſt in partes etiam æquales, ſed per lineas ex diverſis angulis ductas ad latera.

Fig. XCV. Iconis. XV. Sit itaque dividendum triangulum A B C in quinque æquales partes. Accipe ex utrolibet majorum laterum, nempe ex latere B C, partem quintam B D; & ductâ rectâ A D, habebis primam divisionem, seu unam quintam totius trianguli A B C. Secundò accipe ex latere A C residui trianguli A D C, partem quartam A G, & ductâ rectâ D G, habebis secundam divisionem, seu duas quintas totius trianguli A B C.

Tertiò, accipe ex latere D C residui trianguli D G C, partem tertiam D F; & ductâ rectâ G F, habebis tertiam divisionem, seu tertiam quintam totius trianguli A B C.

Quartò, accipe ex latere G C, residui trianguli G F C, partem dimidiam G E; & ductâ rectâ F E, habebis quartam divisionem, seu quartam quintam totius trianguli A B C. Tandem quinta & ultima pars totius trianguli A B C, erit residuum triangulum E F C; eritque divisum triangulum totum in quinque æquales partes.

DEMONSTRATIO.

Per primam Propositionem lib. 6. Euclid. triangula quæ habent eandem altitudinem, hoc est, quæ sunt inter easdem duas parallelas constituta, ita se habent inter se, ut bases. Cùm ergo B D sit quinta pars totius trianguli A B C, & A B D sit in iisdem parallelis cum A B C; erit A B D pars quinta totius. Eandem ob causam verum erit id quod de aliis partibus diximus.

PROBLEMA III.

Triangulum quodcunque per rectam à quovis angulo ductam dividere in duas partes secundùm proportionem datam, ita ut antecedens proportionis vergat in quam partem volueris.

Fig. CXVI. Iconis. XV. Sit triangulum A B C dividendum in duas partes, per lineam ab angulo A ductam in oppositum latus B C, secundùm proportionem E ad F, ita ut pars ad B vergens, ad reliquam partem ad C vergentem, habeat eandem proportionem, quam habet E ad F. Secetur latus B C in D, ita, ut eadem sit proportio B D ad D C, quæ

quæ E ad F, *per Schol. decimæ Sexti*, ducaturque recta A D. Dico, esse ut E ad F, ita triangulum A B D, ad triangulum A D C.

DEMONSTRATIO.

QVoniam enim utraque triangula eandem habent altitudinem, per quartam Defin. Sexti; *erit per primam Sexti, triangulum A B D ad triangulum A D C, ut basis B D ad basim D C, hoc est, ut E ad F.*

ANNOTATIO.

SI velles ut antecedens proportionis vergeret versus C, secanda esset C B ita, ut segmentum C D, ad segmentum D B, esset, ut E ad F; & operandum ut dictum.

COROLLARIUM.

HInc patet, quomodo procedendum, si triangularis campus sit dividendus inter duos ita, ut unus habeat $\frac{2}{3}$, alter $\frac{1}{3}$: dividendum enim est latus secundùm proportionem, quam habent duo ad unum, & ad punctum divisionis ducenda recta ab angulo.

PROBLEMA IV.

Triangulum quodcunque per rectas à quovis angulo ductas dividere in plures partes secundùm proportionem datam, ita ut antecedens primæ proportionis vergat in quam malueris partem.

SIt triangulum A B C dividendum in tres (aut quotcunq; alias) F. XCVII. partes secundùm proportionem D ad E, & E ad F, per lineas Iconis. XV. ductas ab angulo A ad latus B C, ita ut primum antecedens vergat ad C. Dividatur *per Schol. decimæ Sexti*, latus B C in punctis H & G, ut sit C H ad H G, ut D ad E, & H G ad G B, ut E ad F. Ductis enim rectis A G, A H, erit factum quod quæritur.

DEMONSTRATIO.

NAm per primam Sexti, *ut C H ad H G, hoc est, ut D ad E, ita triangulum A C H, ad triangulum A H G; & sicut H G ad G B, hoc est, ut E ad F, ita triangulum A H G ad triangulum A G B.*

ANNOTATIO.

SI plures adessent proportiones, in plures partes proportionales dividendum esset latus B C. Et si primum antecedens deberet esse versus B, divisio inchoanda esset à B versus C procedendo.

PROBLEMA V.

Dividere campum triangularem in partes inæquales datas, per lineas ab eodem angulo ductas.

F.XCVIII. Iconis.XV. PLacet hìc adjungere nonnulla problemata geodætica practica. Est igitur Campus triangularis continens 600 perticas quadratas, dividendus inter quatuor ita, ut primus habeat 200, secundus 150, tertius 130, quartus 120 perticas quadratas. Debent autem omnes lineæ dividentes egredi ab eodem angulo A ad latus B C. Metire latus B C, & inveniatur esse 50 perticarum simplicium. Divide 50 secundùm proportionem datam in quatuor partes, quæ nimirum se habeant inter se, ut 200, 150, 130, 120 inter se. Fiet hoc arithmeticè per Regulam Proportionum quater, aut ter saltem adhibitam sic: Perticæ quadratæ 600 totius trianguli A B C, dant in latere B C perticas simplices 50, quid dant 200? quid 150? quid 130? quid 120? Invenies pro prima parte perticas simplices $16\frac{2}{3}$, pro secunda $12\frac{1}{2}$, pro tertia $10\frac{5}{6}$, pro quarta 10. Inventas partes abscinde in linea B C, in punctis D E F, & ex angulo A duc rectas ad puncta inventa; eritque triangulum divisum prout postulatum fuit. Ratio patet ex dictis Problemate præcedenti.

PROBLEMA VI.

Triangularem campum dividere in partes inæquales petitas, per lineas ex diversis angulis ductas.

SIt idem campus dividendus inter quatuor, cum iisdem conditionibus, sed per lineas è diversis angulis ductas. Ex latere B C abscinde perticas $16\frac{2}{3}$ usque ad D, & duc rectam A D; & continebit triangulum A B D perticas quadratas 200, scilicet partem primam. Eandem primam partem habebis, si ex toto latere B C abscin-

ſcindas tertiam partem B D, & ducas lineam A D, quia videlicet Fig.XCIX;
200 ſunt pars tertia 600. Quia igitur è toto triangulo A B C abſcidiſti 200 perticas quadratas, continebit reſiduum triangulum A D C perticas quadratas 400, ex quibus pro ſecunda parte accipiendæ ſunt 150; quod ita præſtabis. Metire latus A C, ſitque 40 perticarum ſimplicium; utere Regula proportionum, dicendo: ſi 400 perticis quadratis trianguli A D C, in latere A C reſpondet 40 perticæ ſimplices; 150 perticis quadratis quot perticæ ſimplices reſpondebunt in eodem latere A C? invenies 15. Abſcinde ergo ex latere A C perticas 15 ab A uſque ad E, & duc rectam D E; habebiſque ſecundam partem deſideratam, nempe triangulum A D E, continens perticas quadratas 150; reſiduum verò triangulum D E C continebit perticas quadratas 250. Quia verò ex toto latere B C 50 perticarum ſimplicium abſcidiſti perticas $16\frac{2}{3}$, erit reſiduum latus D C perticarum $33\frac{1}{3}$. Dic ergo: ſi 250 quadratæ perticæ trianguli D E C, habent latus D C $33\frac{1}{3}$ perticarum ſimplicium; 130 perticæ quadratæ, nimirum tertia pars adſignata, quot perticas in eodem latere habent? Invenies $17\frac{1}{3}$ perticas ſimplices; quas ſi abſcindas ex latere D C in puncto F, & ducas rectam E F; erit triangulum D E F pars tertia, reſiduũ verò E F C pars quarta.

Iconiſ.XV.

Ratio patet ex dictis Problemate 2, & 4, & ex ipſo operandi modo conſtat.

PROBLEMA VII.

Aliter dividere triangularem campum in partes inæquales, per lineas à diverſis angulis ductas.

SIt dividendus triangularis campus A B C in quatuor partes, quarum prima contineat $\frac{1}{3}$, ſecunda $\frac{1}{4}$, tertia $\frac{1}{5}$; quarta reſiduum; lineæ autem dividentes non ducantur ab eodem angulo, ſed à diverſis, ut in præcedenti Problemate factum eſt. Quære numerum in quo contineatur $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ ſine fractionibus. Ad quem inveniendum, multiplica denominatores prædictos inter ſe, nempe 4 per 3, & productum 12 per 5, & Invenies 60, cujus pars tertia eſt Fig.C.Iconiſm.XVII
20, pars quarta 15, pars quinta 12. Finge jam totam campi triangularis ſuperficiem continere 60 partes quadratas tales, in quales

est dividendus, nempe perticas, passus, palmos &c. Metire prætere a duo latera B C, & A C, habeatque B C 50 partes simplices, v.g. passus, A C verò 40. His factis, accipe ex linea B C 50 passuum tertiam partem B D, nempe $16\frac{2}{3}$, & duc lineam A D, eritque A B D pars tertia totius trianguli A B C, & continebit passus quadratos 20 ex 60, quos finxisti contineri in toto; reliquum verò triangulum A D C continebit passus quadratos 40; ex quibus abscindenda est pars quarta totius trianguli A B C 60 passuum quadratorum, nempe passus quadrati 15; quod ita efficies. Latus A C continet perticas simplices 40, & triangulum A D C perticas quadratas itidem 40, ex quibus abscindendi sunt 15. Dic ergo: si 40 perticis quadratis respondent in latere A C 40 perticæ simplices, quot hujusmodi perticæ respondebunt quadratis perticis 15? invenies 15. Accipe ergo in latere A C, 15 perticas ab A usque ad E, & duc rectam D E, habebisque unam quartam totius trianguli A B C, nempe triangulum A D E, continens pedes quadratos 15; reliquum verò triangulum E D C continebit 25 pedes quadratos, ex quibus abscindendi sunt pro tertia parte perticæ 12, nempe $\frac{1}{5}$ totius trianguli A B C. Ita procede. Linea D C continet perticas simplices $33\frac{1}{3}$. Dic. 25 perticæ quadratæ trianguli E D C absumunt in latere D C perticas simplices 33^{1}, quot absument perticæ quadratæ 12? Invenies 16 perticas simplices quas numera in linea D C, à D usque ad F, & duc rectam E ; continebitque triangulum D E F, perticas quadratas 12, residuum verò triangulum F E C continebit residuum totius trianguli A C B, nempe perticas quadratas 13, posito quòd totum triangulum ABC contineat perticas quadratas 60. His peractis, dic: ut 60 ad 600, ita 20 ad 15, ita 12 ad aliud; & invenies idem quod in præcedenti Probl.

DEMONSTRATIO.

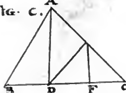
Demonstratio patet ex dictis, & fundatur in Propositione prima lib. 6. Euclidis.

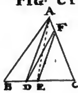
CAPUT SECUNDUM

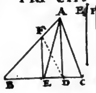
De divisione triangulorum per lineas à latere ductas.

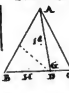
PRO-

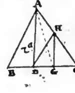


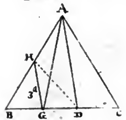

Fig. C.
A
B
D
F
C

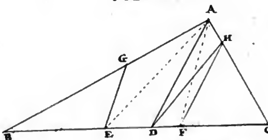

Fig. CI.
A
F
B
D
E
C

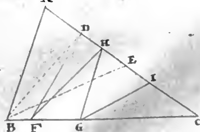

Fig. CII.
A
F
B
E
D
C

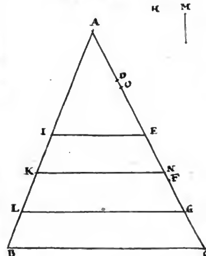

Fig. CIII.
A
G
B
H
D
C

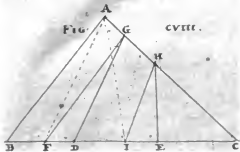

Fig. CIV
A
H
B
D
G
C


Fig. CV.
A
H
B
G
D
C


Fig. CVI.
A
G
H
B
E
D
F
C


Fig. CVII.
A
D
H
E
I
B
F
G
C


Fig. CIX.
H
M
A
D
O
I
E
K
N
F
L
G
B
C


Fig. CVIII.
A
G
H
B
F
D
I
E
C

PROBLEMA I.

Dividere triangulum in duas æquales partes per lineam à quovis puncto dato in uno latere ipsius ductam.

HOc Problema absolvi potest pluribus modis. Omnium facillimus videtur is, quem ex Peletario adducit Clavius in Scholio 38. Primi, quoque alii etiam passim utuntur.

Sit triangulum A B C, & punctum datum D, in latere B C. Oportet igitur ex D, rectam lineam ducere, quæ bifariam dividat triangulum. Si igitur punctum D, dividat latus B C bifariam; recta D A, ducta ab A, dividet triangulum bifariam, ut est ostensum cap. præcedente Problemate primo. Si verò D non dividat B C bifariam, secetur B C bifariam in E: Deinde ex D, ad angulum oppositum A, ducatur recta D A, & per E ducatur recta E F, parallela ipsi D A, secans A C in F. Si igitur ducatur recta D F, erit triangulum divisum bifariam à linea D F. Fig. CI. Icon. XVII

DEMONSTRATIO.

NAm ductâ rectâ E A, erunt triangula E F A, E F D, æqualia, per 37 Primi, *cùm sint super eandem basim E F, & inter easdem parallelas E F, A D. Addito ergo communi B F E, erunt tota triangula A E C, C D F æqualia: Est autem A E C dimidium totius A B C, ut jam fuit ostensum in loco citato; Igitur & C D F dimidium est ejusdem trianguli A B C. quod erat probandum.*

ANNOTATIO.

QVòd si punctum D fuerit in altera medietate E C, eodem modo Problema conficiemus: sed tunc triangulum abscindetur ad partes B, trapezium verò ad partes C, ut præsens figura ostendit; demonstratio tamen eadem erit, ut patet. Fig. CII. Icon. XVIII

COROLLARIUM.

HInc patet, quomodo dividendum sit triangulum in duas partes à puncto in latere ad libitum assumpto: est enim eadem operandi ratio.

Pro-

PROBLEMA II.

Dividere triangulum in duas partes per rectam à quovis puncto in aliquo latere ductam, in proportionem datam.

ABsolvit hoc Problema Clavius primò in fine lib. 6. Eucl. nempe propos. 14. Schol. propos. 33. & deinde in lib. 6. Geomet. pract. propos. 4. Sed prior modus facilior est, & conformis praecedenti.

Fig. CIII. Icon. XVII. Sit triangulum A B C; oporteatque à dato puncto D, in latere B C, lineam rectam ducere, quae secet triangulum in duo segmenta secundùm proportionem datam E ad F. Dividatur B C, in G, secundùm proportionem E ad F, *per coroll. decimae Sexti*; cadetque punctum G vel in ipsum D, vel inter C & D, vel inter B & D.

Cadat primò punctum G, in datum punctum D, ut in prima figura. Ducatur ergo recta D A, & erit Problema absolutum.

DEMONSTRATIO.

QVoniam enim est ut B D ad D C, ita triangulum B D A ad triangulum C D A, per primam Sexti; *secabit recta D A, triangulum A B C, secundùm proportionem datam B G ad G C, hoc est, E ad F.*

Fig. CIV. Icon. XVII. Cadat secundò punctum G, inter C & D, ut in secunda figura. Ducatur ergo recta D A, cui per G agatur parallela G H, conjungaturque recta D H. Dico rectam D H secare triangulum datum secundùm proportionem datam, hoc est, esse trapezium A B D H ad triangulum C D H, ut B G ad G C, hoc est, ut E ad F.

DEMONSTRATIO.

DVcta enim recta G A, erunt triangula H G A, G H D, aequalia, per 37 Primi, *cùm sint super eadem basi G H, & inter easdem parallelas G H, D A. Addito igitur communi triangulo C G H, fient aequalia triangula C G A, C D H (itemque trapezium A B D H erit aequale triangulo B G A:) Ac proinde*, per septimam Quinti, *totum triangulum A B C, eandem habebit proportionem ad C G A, & ad C D H. Dividendo igitur*,

per

per 17 Quinti, *erit ut triangulum B G A, ad triangulum C G A, ita trapezium B D H A ad triangulum C D H. Est autem*, per primam Sexti, *B G A, ad C G A, ut B G ad G C; Igitur erit & trapezium B D H A ad triangulum C D H, ut B G ad G C, hoc est, ut E ad F.*

Cadat tertiò punctum G, inter B & D, ducaturque recta D A, cui rursus per G agatur parallela G H. Dico igitur rursus, rectam ductam D H secare triangulum A B C, secundùm proportionem E ad F, hoc est, esse triangulum B D H ad trapezium C D H A, ut E ad F. Fig. CV. Icon. XVII.

DEMONSTRATIO.

D*Vctâ enim rectâ G A, erunt ut priùs*, per 37 Primi, *triangula H G A, G H D, æqualia; additoque communi B G H, æqualia fient B G A, B D H. Quare erit*, per septimam Quinti, *A B C ad B G A, ut ad B D H. Dividendo ergo*, per 17 Quinti, *erit ut C G A ad B G A, ita trapezium C D H A ad triangulum B D H: & convertendo*, per coroll. Quartæ Quinti, *ut B G A ad C G A, ita B D H ad trapezium C D H A. Est autem B G A*, per primam Sexti, *ad C G A, ut B G ad G C: Igitur & B D H ad trapezium C D H A, erit, ut B G ad G C, hoc est, ut E ad F.*

PROBLEMA III.

Dividere triangulum in tres aut quotlibet partes æquales, per rectas è puncto in latere assumpto.

SIt dividendum triangulum A B C in tres partes æquales, per rectas lineas ductas à puncto D. Divide latus B C in tres æquales partes in punctis E & F; & ductâ rectâ D A, erige ex punctis E & F ipsi D A parallelas E G, F H; tandemque duc rectas G D, H D. Dico, triangulum esse divisum in tres æquales partes B G D, G D H, H D C. Fig. CVI. Icon. XVII.

DEMONSTRATIO.

Q*Voniam enim triangulum B G D æquale est triangulo B A E (nam triangulum G E A æquale est triangulo G E D, per 37 Primi: ergo addito communi B G E, erit A B E æquale ipsi B G D;) erit prædictum triangulum B G D, ad totum triangulum A B C, ut triangulum B A E ad*

idem totum triangulum B A C, hoc eſt, ut B E ad B C, per Primam Sexti*: Eſt autem B E pars tertia totius B C; ergo etiam B G D pars tertia eſt totius trianguli A B C. Eodem modo probatur, quadrilaterum B A H D eſſe duas tertias totius trianguli.*

COROLLARIA.

I.

Hinc patet, quomodo dividendum ſit quodlibet triangulum in quotlibet partes æquales à puncto in quovis latere dato. Si enim à puncto dato D ad angulum oppoſitum ducatur recta D A, & latus in quo eſt punctum aſſignatum, dividatur in partes æquales propoſitas, & ex punctis diviſionis erigantur rectæ parallelæ ipſi D A, & ducantur rectæ ad punctum D, habebitur quod petitur.

II. *Patet præterea, quomodo à quovis dato puncto in latere aliquo trianguli ducenda ſit recta linea, quæ auferat à toto triangulo partem quamcunque imperatam, v. g. tertiam, quartam, quintam &c. Si enim latus in quo aſſignatum eſt punctum, dividas in partes æquales tres, quatuor, quinque &c. & opereris ut dictum, habebis partem imperatam; & quidem ad quamcunque volueris partem aſſignati puncti, hoc eſt, ſive ad dexteram, ſive ad ſiniſtram.*

PROBLEMA IV.

Triangulum dividere in tres æquales partes, per lineas à latere ad latus ductas è diverſis punctis.

PRæcedens ratio dividendi triangulum in tres æquales partes, non eſt comoda pro camporum diviſionibus; in quibus comodius eſt, ſi ducantur lineæ è diverſis punctis in duobus lateribus aſſumptis, ut patet ex appoſita figura. Sit itaque præſens triangulum dividendum modo dicto. In quolibet latere, v. g. in A C, elige duo puncta, D & E, ex quibus putas dividi poſſe triangulum per lineas ad latus B C ductas, & fac lineas occultas B D, B E. (Fig. CVII. Icon. XVII) Deinde divide lineam A C in tres æquales partes in punctis H & I, ex quibus duc rectas H F, H G, parallelas rectis D B, E B. Tandem duc rectas D F, E G, eritque quadrilaterum A B F D una tertia pars, quadrilaterum D F G E altera tertia pars, reliqua verò tertia pars erit triangulum E G C. Ratio patet ex dictis.

CO-

COROLLARIUM.

Hinc colligitur, qua ratione triangulum quodcunque sit dividendum in quotcunque æquales partes, per lineas ad duo opposita latera ductas è diversis utrimque punctis: est enim eadem in omnibus operandi ratio.

ANNOTATIONES.

I.

Si velis ut quadrilaterum extremum cadat ad latus A C, elige puncta D & E in latere A B. Sin velis ut cadat ad latus B C, elige eadem puncta in eodem latere A B. Sed tunc ex alio atque alio angulo ducendæ sunt lineæ occultæ.

II. *Puncta divisionis D, E, possunt assumi in omnibus lateribus ubi volueris.*

PROBLEMA V.

Dividere triangulum in tres partes inæquales secundùm quamcunque rationem datam, lineis à latere ad latus ductis, & ita, ut pars qualibet cadat quò volueris.

Sit dividendus campus triangularis A B C, inter tres ita, ut primus habeat $\frac{1}{4}$, secundus $\frac{1}{3}$, tertius reliquum; hoc est, ut primus habeat $\frac{3}{12}$, secundus $\frac{4}{12}$, tertius $\frac{5}{12}$; ita tamen, ut pars quarta cadat ad latus A B. Divide latus quodcunque secundùm rationem datam, v. g. latus B C in punctis D & E. Deinde quia divisio facta requirit, ut quarta pars cadat ad latus A B; elige punctum F ubi libuerit (melius tamen est, si eligatur inter B & D) & duc rectam Fig. CVIII
occultam A F, & huic rectam parallelam D G, tandemq; rectam Icon. XVII
F G: eritque quadrilaterum A B F G, pars quarta totius trianguli A B C. Quia deinde divisio lateris B C in puncto E requirit, ut pars tertia cadat intra medium; elige punctum I ubi volueris in dicto latere (meliùs tamen est, ut eligatur inter D & E;) deinde ducatur recta occulta A I, & alia occulta ipsi parallela E H, tandemque recta I H; erit quadrilaterum G F I H pars tertia totius trianguli; reliquum verò erit triangulum H I C. Ratio ex dictis patet.

 ANNO-

ANNOTATIO.

Potest divisio secundùm proportionem datam fieri in alio latere, prout volueris partes divisas respicere alia atque alia latera.

COROLLARIUM.

Colligitur hinc, quomodo triangulum sit dividendum in quotcunque partes secundùm rationem datam.

CAPUT TERTIUM

De divisione triangulorum per lineas lateribus parallelas, & non parallelas.

PROBLEMA I.

Triangulum quodcunque per lineas uni lateri parallelas dividere in quotlibet partes æquales.

Fig. CIX. Icon, XVII. Sit triangulum A C B dividendum in partes æquales v. g. quatuor, per lineas lateri C B æquidistantes. Secetur utrumvis reliquorum laterum, v. g. latus A C in quatuor æquales partes in punctis D, E, F: & inter duas A D, A C, inveniatur, *per 13 Sexti*, media proportionalis A E: item inter duas A E, A C, alia media proportionalis A N: denique inter duas A F, A C, alia media proportionalis A G. Ducantur tandem rectæ E I, N K, G L, parallelæ lateri C B. Dico, has parallelas dividere triangulum datum in quatuor æquales partes.

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim, per Coroll: quartæ Sexti, *similia sunt triangula A E I, A C B; erit*, per Coroll. decimæ nonæ Sexti *A E I ad A C B, ut A D ad A C: Est autem A D una quarta totius A C; Ergo & triangulum A E I erit una quarta totius A C B. Propter eandem rationem triangulum A N K erit ad triangulum A C B, ut A E ad A C: quia igitur A E est dimidium seu duæ quartæ totius A C; erit etiam triangulum A N K dimidium seu duæ quartæ totius A C B: Et quia demonstratum est, triangulum*

lum A E I esse unam quartam totius A C B: erit etiam quadrilaterum E N K I una quarta totius A C B. Simili modo demonstrabimus, triangulum A G L esse tres quartas totius trianguli A C B, eò quòd sit ut A F ad A C, hoc est, tres quartæ ad totum, ita ipsum triangulum A G L ad triangulum A C B. Ablatis igitur duabus quartis, hoc est, triangulo A N K, erit quadrilaterum N G L K tertia quarta; & quod remanet quadrilaterum I G C B L, quarta totius trianguli A C B.

COROLLARIA.

I.

Ex his colligitur primò, quomodo dividendum sit triangulum in duas partes æquales per lineam uni lateri parallelam.

II. *Vlteriùs colligitur, quomodo à quovis triangulo auferenda sit pars quævis imperata, v. g. tertia, quarta &c. per lineam aut lineas rectas uni lateri parallelas, sive pars imperata sit auferenda prope unum latus, sive prope unum angulum, sive circa medium ipsius trianguli. Si enim opereris modo prædicto, erit quælibet pars inventa, pars imperata.*

PROBLEMA II.

Dividere triangulum in duas partes habentes quamcunque proportionem datam, per lineas uni lateri parallelas, ita ut antecedens proportionis sit versus quem volueris angulum, aut versus quod volueris latus.

In triangulo A C B præcedentis figuræ ducenda sit linea parallela lateri C B, quæ ipsum triangulum dividat ita in duas partes, ut pars versus A ad partem versus C B, sit sicut M ad H. Dividatur alterutrum reliquorum laterum, videlicet A C, in F ita, *per Schol: decimæ Sexti*, ut sit A F ad F C, sicut M ad H; Sic enim antecedens A F erit versus A, ubi desideratur antecedens proportionis trianguli divisi. Deinde inter duas A C, A F, inveniatur, *per decimam tertiam Sexti*, media proportionalis A G, & ducatur recta G L parallela lateri C B. Dico, ipsam G L dividere triangulum propositum, sicut postulatum est.

DEMONSTRATIO.

QVoniam enim triangula *A C B, A G L, similia sunt*, per Coroll. quartæ Sexti; *erit A C B ad A G L, sicut A C ad A F, eò quòd A C, A G, A F, sint tres continuè proportionales, ex constructione facta. Ergo per conversionem rationis seu proportionis*, per Coroll. decimæ nonæ Quinti, *erit triangulum A C B ad quadrilaterum G C B L, sicut est A C, ad F C: & dividendo*, per decimam septimam Quinti, *triangulum A G L ad quadrilaterum G C B L, sicuti est A F ad F C, hoc est, ut M ad H.*

Alia Demonstratio.

QVoniam est triangulum A C B ad triangulum A G L, ut recta A C ad A F; erit dividendo trapezium G C B L ad triangulum A G L, ut F C ad A F: Et convertendo, triangulum A G L ad trapezium G B, ut A F ad A C, hoc est, ut M ad H.

ANNOTATIO.

SI velis ut antecedens proportionis vergat versus latus C B, cui recta ducenda est parallela; divide latus C A in O, secundum datam proportionem M ad H, ita ut antecedens proportionis incipiat à latere C A. Deinde inveniatur inter totam C A & ejus partem O A, quæ est consequens proportionis, media proportionalis, & procedatur ut dictum. Demonstratio verò erit eadem.

PROBLEMA III.

Dividere in plures partes triangulum modo dicto.

EX dictis Problemate præcedenti patet, quomodò dividendum sit triangulum dicto modo in tres, quatuor, & quotcunque partes; nempe dividendo unum latus secundum proportionem propositam, & inter quoslibet duos terminos proportionis inveniendo mediam proportionalem, & operando ut dictum.

PRO-



FIG. CX.

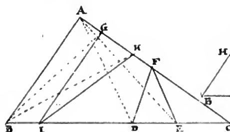


FIG. CXI.

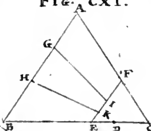


FIG. CXII.

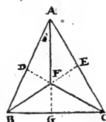


FIG. CXIII.

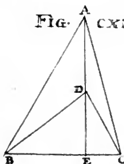


FIG. CXIV.

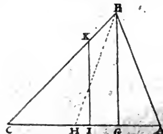


FIG. CXV.

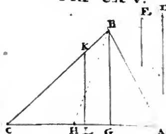


FIG. CXVII.

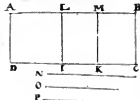


FIG. CXVI.

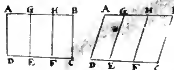


FIG. CXVIII.

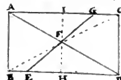
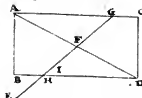


FIG. CXIX.



PROBLEMA IV.

Dividere triangulum in plures partes inæquales imperatas, per lineas uni lateri utcunque oppositas, quando scitur area ipsius & latera.

EST campus triangularis A B C, cujus latus A B est 36 perticarum, latus A C 48, & latus B C 60, area verò seu capacitas est 864 perticarum quadratarum. Dividendus sit dictus campus inter tres, per lineas uni lateri utcunque oppositas, ita ut unus habeat perticas quadratas 216, alter 288, tertius 360. ita procede.

Elige in latere B C, incipiendo à C versus B (posses etiam incipere à B versus C.) punctum D, è quo ducta recta, opposita lateri A B, censeatur, oculorum judicio, abscissura perticas 216 quadratas; & duc rectam occultam D A. Deinde dic: si 864 perticæ quadratæ dant 60 perticas simplices in latere B C, 216 perticæ quadratæ quot perticas simplices dabunt in eodem latere? Invenies 15. Abscinde ergo 15 perticas in puncto v: g: E, incipiendo à C, & duc rectam E F parallelam lateri D A. Tandem duc rectam D F. Dico, triangulum D F C continere 216 perticas quadratas. Fig. CX. Ico. XVIII.

DEMONSTRATIO.

DUcatur recta A E, eritque, per 37 Primi, *triangulum A E F æquale triangulo D E F, & addito communi E F C, æqualia erunt triangula A E C, F D C. Sed triangulum A E C continet perticas quadratas 216, quia tot debentur segmento E C, ut vidimus, & constat ex prima Sexti. Ergo & triangulum D F C &c.*

Iterum, in latere A C elige punctum G, ex quo recta, opposita eidem lateri A B, abscissura censeatur 288 perticas quadratas. Deinde dic: si 864 perticæ quadratæ absumunt in latere A C 48 perticas simplices; 288 perticæ quadratæ quot perticas simplices absument in eodem latere? Invenies 16. Abscinde ergo 16 perticas in puncto v: g: H. His factis, duc rectam B G, & ipsi parallelam H I, tandemque rectam G I. Dico, trapezium A B I G continere 288 perticas quadratas. Intermedium verò quadrilaterum G I F D, continet residuum.

DE-

DEMONSTRATIO.

Ducatur recta B H; eritque triangulum B G I æquale triangulo B G H; & addito communi B A G, erit triangulum B A H æquale trapezio B A G I. Sed triangulum B A H continet 288 perticas quadratas; Ergo & trapezium B A G I. Reliquas autem 360 continet quadrilaterum G I D F.

ANNOTATIONES.

I.

Puncta electa & inventa in latere B C, poteris etiam eligere & invenire in latere A C, & contrà; & operatio demonstratioque erit eadem.

II. *Poteris quam volueris ex tribus partibus collocare in medio, ad dexteram, ad sinistram. Et idem intellige de secunda & tertia parte.*

PROBLEMA V.

Dividere triangulum in partes æquales per lineas partim parallelas, partim non parallelas lateribus.

Quamvis hic casus non spectet propriè huc, quia in eo dividitur partim trilatera, partim quadrilatera figura; tamen quia in camporum divisione utilis esse potest, eum nolui omittere.

Fig. CXI. Ico. XVIII. Sit igitur triangulum A B C dividendum in quatuor æquales partes, per lineas rectas, quarum una sit parallela lateri alicui, reliquæ verò minimè. Abscinde versus C (aut versus alium quemvis angulum) triangulum E F C, continentem quartam totius trianguli A B C partem, operando juxta dicta suprà Problemate 1. Deinde divide tam latus A B, quàm rectam F E, in tres æquales partes, & duc rectas G I, H K; & habebis intentum. Ratio partim patet ex dictis, partim patebit ex dicendis.

CAPUT QUARTUM

De divisione triangulorum per lineas à punctis mediis ductas.

PRO-

PROBLEMA I.

Triangulum à puncto invento in ejus medio dividere in tres partes æquales.

MEminit hujus rei Clavius lib. 6. Geom. pract. Propos. 8. & eam dependenter ab aliis duabus demonstrationibus in dicto loco demonstrat. Ego verò immediatè id demonstrabo.

Sit igitur triangulum quodcunque A B C. Dividantur bifariam singula latera in punctis D, E, G, & ducantur rectæ ad angulos oppositos D C, E B, G A. Punctum F, in quo intersecant sese hæ lineæ, est illud, è quo si formentur tria triangula, B F C, B F A, C F A, erunt inter se æqualia. Fig. CXII. Ico. XVIII.

DEMONSTRATIO.

D*Vo triangula A G B, A G C, sunt inter se æqualia*, per 38. Primi: *item duo B F G, C F G, sunt æqualia inter sese*, per eandem 38. Primi: *ablatis ergo his, ab illis duobus, remanent B F A, C F A, inter se æqualia. Iterum, duo triangula B E C, B E A, sunt æqualia: & C F E, A F E, similiter æqualia: ablatis ergo his duobus ab illis, remanet B F C æquale ipsi B F A. Omnia ergo tria sunt æqualia inter se.*

PROBLEMA II.

Intra triangulum quodcunque invenire puncta, ex quibus ductæ rectæ dividant ipsum in quotvis partes æquales.

IN triangulo A B C v. g. ab angulo quocunque ad latus oppositum ducatur perpendicularis, ut A E, quæ dividatur in quotcunque partes æquales, v. g. in duas in puncto D; à quo ad reliquos duos angulos si ducantur rectæ, habebis quod postulatur. Fig. CXIII. Ico. XVIII.

DEMONSTRATIO.

D*Vo triangula B D E, B D A, sunt æqualia*, per 38 Primi: *item duo C D E, C D A*, per eandem. *Ergo duo B D E, C D F simul, sunt æqualia duobus B D A, C D A simul*, per secundum Axioma lib. 1 Euclid.

ANNOTATIO.

Quomodo datum triangulum per rectam ex puncto extra triangulum dato, aut assumpto, in duas partes æquales sit dividendum, docet Clavius lib. 6. Geomet. pract. Propos. 12. & Leonardus Pisanus, cum Nicolao Tartaleo, quos citat. Quod quoniam inutile videtur, & tamen intricatissimum est, omitto.

CAPUT QUINTUM.

De divisione triangulorum per lineas lateribus perpendiculares.

PROBLEMA I.

Triangulum dividere in duas partes æquales per lineam uni laterum perpendicularem.

SI triangulum est æquilaterum, absolutum erit Problema, si quod volueris latus diviseris bifariam, & ab angulo opposito duxeris rectam: tunc enim recta ducta erit perpendicularis lateri in quod cadit, *per octavam & quartam primi*, & dividet triangulum bifariam, *per* 38 *Primi.*

Præterea, si triangulum est Isosceles, & dividatur basis bifariam, & à puncto divisionis ad angulum oppositum ducatur recta; erit similiter absolutum Problema, propter easdem rationes.

At si triangulum est Scalenum, vel Isosceles quidem, sed linea debet esse perpendicularis uni laterum; difficillimus est casus, eumque arithmeticè solvit Reinholdus p. 3. Geom. practicæ, c. 3. geometricè verò sic solvi potest.

Fig CXIV. Sit triangulum A B C, dividendum in duas æquales partes, Ico. XVIII. per lineam lateri A C perpendicularem. Ex angulo opposito B, demitte perpendicularem B G, & ipsum latus A C divide bifariam in H. Deinde inter G C, & H C, quære mediam proportionalem C I, *per* 13 *Sexti*, & ex I erige I K perpendicularem lateri A C, parallelam verò rectæ B G. Dico, rectam I K dividere triangulum modo postulato.

DE-

DEMONSTRATIO.

SI ducatur recta B H, erit divisum triangulum A B C bifariam, per primam Sexti; *eritque ut triangulum G B C ad triangulum I K C, ita G C ad C H*, per coroll. decimæ nonæ Sexti, *quod tres G C, C I, C H, sint continuè proportionales, & triangula similia similiterque posita. Vt autem est G C ad C H, ita est quoque triangulum G B C ad triangulum H B C*, per primam Sexti: *æqualia igitur erunt triangula I K C, H B C*, per nonam Quinti: *cùm igitur H B C sit dimidium totius trianguli; etiam I K C erit dimidium, & consequenter reliquum trapezium I K B A erit alterum dimidium.*

PROBLEMA II.

Triangulum dividere per lineam uni lateri perpendicularem in proportionem datam.

SIt dividendum idem triangulum A B C, in datam proportionem D ad E, per lineam perpendicularem lateri A C. Demitte ut antè ab angulo B perpendicularem B G, ad latus A C. Quæ si dividat latus A C in G, secundùm proportionem datam D ad E; factum erit quod jubetur, quia tunc triangulum G B C ad triangulum C B A, erit ut C G ad G A, *per primam Sexti*, hoc est, ut D ad E. Fig. CXV. Ico. XVIII.

Si verò perpendicularis B G non dividat latus A C in datam proportionem, dividatur, & punctum divisionis cadat in H, inter G & C, ita ut A H ad H C, sit sicut D ad E; & ducatur recta H B, dividens totum triangulum ABC in eandem proportionem D ad E, *per primam Sexti*. Deinde inter G C, H C, inveniatur media proportionalis C I; & per I ducatur I K, parallela ipsi G B, & perpendicularis ipsi A C. Dico, I K efficere Problema, hoc est, esse trapezium A B K I ad triangulum I K C, ut D ad E.

DEMONSTRATIO.

QVoniam enim est, ut triangulum G B C, ad triangulum I K C, ita G C ad C H, per coroll. decimæ nonæ Sexti; *ut autem G C ad C H, ita est quoque triangulum G C B ad triangulum H C B; erunt triangula IKC, H B C, æqualia*, per nonam Quinti: *Ac proinde & reliquum trapezium*

ABKI, reliquo triangulo ABH, æquale erit. Igitur erit, per septimam Quinti, *ut trapezium ABKI ad triangulum ICK, ita triangulum ABH ad triangulum HBC, hoc est, ut AH ad HC, velut D ad E.*

ANNOTATIO.

Simili modo dividitur triangulum in plures partes secundùm datam proportionem.

CAPUT SEXTUM.

De divisione parallelogrammorum in partes datas.

PROBLEMA I.

Dividere datum parallelogrammum in plures partes secundùm quamlibet proportionem datam, per lineas lateribus oppositis æquidistantes.

Primus Casus.

Fig. CXVI. Ico. XVIII. Sit dividendum parallelogrammum ABCD, sive rectangulum, sive non rectangulum, in tres partes æquales, lineis rectis lateribus AD, BC æquidistantibus. Dividatur alterutrum reliquorum duorum laterum, nimirum DC, in tres æquales partes in punctis E & F, & ducantur EG, FH, parallelæ lateribus AD, BC; eritque factum quod jubetur, *per 36. primi, & primam Sexti.*

Secundus Casus.

F. CXVII. Ico. XVIII. Sit deinde dividendum idem parallelogrammum ABCD in partes secundùm proportionem rectarum N, O, P,. Dividatur idem latus DC, in I & K, secundùm proportionem datam, *per schol. 10*. Sexti*, ita ut tres, DI, IK, KC, habeant proportionem trium N, O, P; & ducantur rectæ IL, KM, parallelæ lateribus AD, BC; quæ divident parallelogrammum ut jubetur. Nam, *per primam Sexti*, parallelogrammum DL est ad parallelogrammum IM, ut

I M, ut D I ad I K, hoc est, ut N ad O: & parallelogrammum I M est ad parallelogrammum K B, ut I K ad K C, hoc est, ut O ad P. Ergo &c.

COROLLARIUM.

ITaque si ex latere D C auferatur pars dimidia, tertia, quarta, vel alia quæcunque pars, aut partes, & per puncta divisionis ducantur parallelæ lateri A D; ablata erit ex toto parallelogrammo eadem pars, vel eædem partes. Sic vides in primo casu, A E esse partem tertiam totius parallelogrammi A C.

PROBLEMA II.

Dividere datum parallelogrammum bifariam per rectam ex puncto, sive in latere, sive extra, sive intra ipsum dato, aut assumpto.

Primus Casus.

SIt primò dividendum parallelogrammum ABCD in duas partes æquales, per rectam ductam ex E puncto, in latere B D dato, aut assumpto utcunque. Ducatur diameter A D, eaque dividatur bifariam in puncto F; & à puncto E, per F, ducatur recta E G. Dividet hæc parallelogrammum bifariam. Idem fiet, si ducatur diameter B C, & dividatur bifariam in F, & ducatur recta E G. Idem præterea fiet, si latera opposita A C, B D, dividantur bifariam in punctis I & H, & ducatur recta I H, dividaturque æqualiter in F, & per F ducatur E G. F. CXVIII. Ico. XVIII.

DEMONSTRATIO.

D*Iameter A D dividit bifariam totum parallelogrammum*, per 34 Primi; *ergo triangulum A C D æquale est triangulo A B D. Est autem & A F G triangulum æquale triangulo E F D, (ideoque & trapezium G F D C trapezio E F A B*, per 3 Axio:) *Nam anguli G A F, E D F, sunt æquales*, per 29 Primi, *utpote alterni; item anguli A F G, & D F E*, per 15 Primi, *utpote ad verticem; & latera A F, D F, quibus adjacent prædicti anguli in duobus triangulis æquales uterque utrique, sunt per constructionem æquales; Ergo*, per 26 Primi, *tota triangula A F G, D F E, sunt*

æqualia. Ergo quadrilaterum A G E B, æquale est æquilatero D E G C, per 1 Axioma. *Eadem hæc demonstratio applicari potest tam secundæ constructioni, quàm tertiæ.*

Secundus Casus.

Fig. CXIX Ico. XVIII. SIt deinde idem parallelogrammum A B C D, dividendum bifariam per rectam ductam ex puncto E extra dato, aut assumpto. Ducatur ut antea diameter A D, dividaturque in F bifariam, & per F ducatur E G, secans latus B D in H; eritque quadrilaterum A G H B, æquale quadrilatero D H G C. Demonstratio est eadem.

Tertius Casus.

SI ex puncto I intus dato, aut assumpto, dividendum esset bifariam prædictum parallelogrammum; ducatur ut antea diameter A D, eâque divisâ in F, ducatur per F recta I G, & ab I puncto protrahatur usque ad H punctum; & habebis idem quod antea.

PROBLEMA III.

Dividere parallelogrammum datum in plures partes secundùm rationem datam, quando nota est superficies.

Fig. CXX. Icon. XIX. SIt datum parallelogrammum A B C D, cujus superficies tota sit 12 jugerum quadratorum, dividendum in tres partes ita, ut prima habeat jugera quadrata 5, secunda 4, tertia 3. Metire latera opposita A B, C D, & contineat unumquodque perticas simplices 192. Divide utrumque secundùm rationem datam 5, 4, 3, utendo ter, aut bis saltem Regulâ Trium, sic: Si 12 dant 192, quid dabunt 5? quid 4? quid 3? Invenies que 80, 64, 48. Metire jam in utroque latere A B, C D, perticas 80, ab A usque ad G, & à C usq; ad E: deinde perticas 64 à G usque ad H, & ab E usque ad F. Demum conjunge rectis G E, H F puncta divisionum, & habebis intentum. Ratio est eadem, quæ in Problemate primo; imò casus idem in re, verbis diversus; volui tamen proponere exercitii causâ.

ANNO-



FIG. CXX.

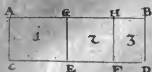


FIG CXXI



FIG: CXXII.

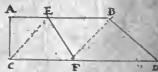


FIG. CXXIII.

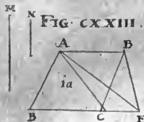


FIG CXXIV

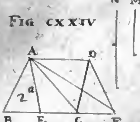


FIG. CXXV.

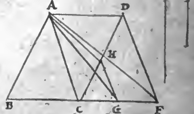


FIG. CXXVI.

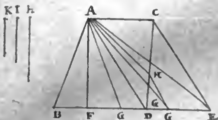


FIG. CXXVII.

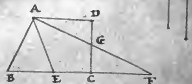


FIG. CXXVIII.

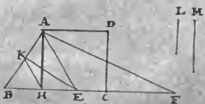
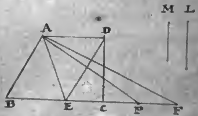


FIG. CXXIX.



ANNOTATIO.

Quomodo operandum sit, si parallelogrammum esset dividendum per lineam, aut lineas, protractas ab uno angulorum aut laterum, in partes secundùm proportionem datam, patebit ex dicendis capite sequenti.

CAPUT SEPTIMUM

De divisione trapeziorum, quorum duo quælibet opposita latera sunt parallela.

PROBLEMA I.

Dividere trapezium laterum parallelorum in partes æquales, lineis à latere ad latus tractis.

Facillima est in hoc casu geodæsia. Nam si latera parallela opposita dividantur in tot partes æquales, in quot dividendum est totum quadrilaterum, & puncta correspondentia in dictis oppositis lateribus conjungantur rectis lineis; erit totum quadrilaterum divisum, ut postulatum fuit. Exempli gratia, sit trapezium ABCD, cujus omnia quatuor latera inæqualia sint, duo tamen opposita AB, CD, parallela: sit autem dividendum in tres æquales partes. Divide latus AB in tres æquales partes AE, EF, FB; similiter latus CD in partes tres æquas CG, GH, HD. Duc deinde rectas EG, FH, eritque divisio peracta, hoc est, tria trapezia, AG, EH, FD, erunt inter se æqualia. Fig. CXXI Icon. XIX.

DEMONSTRATIO.

Ductis enim rectis CE, GF, HB, erunt tam tria triangula ECG, FGH, BHD, quàm tria CAE, GEF, HFB, inter se æqualia, per 38 Primi, *utpote inter easdem parallellas super æqualibus respectivè basibus constituta; Ergo &c.*

ANNO-

ANNOTATIONES.

SI nota esset superficies trapezii in mensuris quadratis, & dividenda esset in partes æquales; eodem prorsus modo operandum esset. Et si quidem latera parallela æqualia sunt, sufficit semel uti Regulâ Trium modo docto in Cap. præced. Problem. 3. Si autem inæqualia sunt, bis erit adhibenda dicta Regula, semel pro majori latere, & semel pro minori; & deinde puncta divisionis conjungenda rectis lineis. Exempli gratia. Est superficies trapezia laterum parallelorum inæqualium continens jugera quadrata 16, debetque dividi in tres partes ita, ut prima habeat jugera 4, secunda 5, tertia 7: sit autem latus majus perticarum 246, minus 192. Ad dividendum latus majus dic: Iugera 16 dant perticas 246, quid dant 4? quid 5? quid 7? Invenies 62, 77 ½, & reliquum pro tertia parte. Ad dividendum deinde latus minus dic, ut suprà cap. 6. Probl. 3. Conjunge jam rectis lineis puncta divisionis, & erit divisio peracta.

II. *Si oblatum trapezium habet quidem duo opposita latera parallela, atqui lineæ dividentes non debeant duci ab uno latere parallelo ad alterum, sed ab uno ad alterum reliquorum laterum; tunc procedatur ut sequitur.*

PROBLEMA II.

Dividere trapezium laterum parallelorum in partes inæquales secundùm proportionem datam, lineis à latere ad latus.

F. CXXII. Icon. XIX. EAdem est hîc praxis, quæ in præcedenti Problemate: dividitur enim utrumque latus parallelum secundùm proportionẽ datam, & puncta divisionis conjunguntur rectâ, aut rectis. Ut si trapezium ABCD dividendum esset in duas partes secundùm proportionem subduplam, seu 1 ad 2: dividi deberet tam latus AB, quàm latus CD, in punctis E & F, secundùm dictam proportionem, & trahenda recta EF; hæc enim efficeret divisionem quæsitam.

DEMONSTRATIO.

DUctis rectis CE, EB, erit tam triangulum ECF ad triangulum BFD, quàm triangulum CAE ad triangulum FEB, ut 1 ad 2, per primam Sexti; *Ergo &c.*

PRO-

PROBLEMA III.

Dividere trapezium duorum æquidistantium laterum, per lineam ab angulo protractam, in duas partes secundùm proportionem datam.

SIt trapezium A B C D, dividendum per lineam protractam ab angulo A, secundùm proportionem M ad N. Protrahatur latus B C versus C, & sumatur C F æqualis lateri A D, ducaturque recta D F. His factis divide lineam B F secundùm proportionem M ad N; cadetque punctum divisionis vel in C, vel citra inter B & C, vel ultra inter C & F.

Primus Casus.

CAdat primò punctum divisionis in C, ita ut sit eadem proportio B C ad C F, quæ est M ad N. Dico, lineam ab angulo A protractam ad punctum C, dividere trapezium secundùm proportionem M ad N. F.CXXIII. Icon.XIX.

DEMONSTRATIO.

DVcatur enim diameter A F. Erit igitur triangulum A C F æquale triangulo D C F, per 37 Primi, *& consequenter triangulo A C D, quòd æquale est triangulo D C F,* per 34 Primi. *Atqui triangulum A B C ad triangulum A C F, est ut B C ad C F, hoc est, ut M ad N,* per primam Sexti; *Ergo etiam idem triangulum A B C ad triangulum A C D est, ut B C ad C F, seu M ad N.*

Secundus Casus.

CAdat secundò punctum divisionis in E citra punctum C, ita ut sit eadem proportio B E ad E F, quæ est M ad N. Dico, lineam ab A ad E protractam, dividere trapezium secundum proportionem M ad N. Icon. XIX F. CXXIV

DEMONSTRATIO.

DVctis A C & A F, erit ut antea triangulum A C D æquale triangulo A C F; addito ergo communi triangulo A E C, erit trapeziũ A E C D,

Dd æqua-

æquale triangulo A E F. Atqui triangulum A B E est ad triangulum A E F, ut B E ad E F, hoc est, ut M ad N. Ergo &c.

Tertius Casus.

CAdat tertiò punctum divisionis in G, ultra punctum C, ita ut sit eadem proportio B G ad G F, quæ est M ad N. Dico, si ex puncto G ducatur linea G H, parallela lineæ F D, usque dum concurrat cum linea C D in puncto H; & deinde ducatur recta A H, dico inquam, quòd proportio spatii A B C H ad spatium A H D, erit ut M ad N.

DEMONSTRATIO.

F. C X X V. Icon. XIX. D*Ucantur enim diametri A C & A F, & recta A G. Erit igitur triangulum A H C æquale triangulo A G C,* per 37 Primi, *quia sunt super eadem basi A C, & in eisdem parallelis A C, H G: Est autem & totum triangulum A C D æquale toti triangulo A C F; Ergo & residuum triangulum A H D erit æquale residuo A F G. Addito ergo triangulo A B C communi duobus triangulis A C H, A C G æqualibus, erit trapezium A B C H ad triangulum A D H, ut triangulum A B G ad idem triangulum A H D, hoc est, ad æquale ipsi A G F. Sed proportio trianguli A B G ad triangulum A G F, est sicuti proportio M ad N; Ergo &c.*

ANNOTATIONES.

I.

S*I quadrilaterum A B C D esset parallelogrammum, & dividi deberet secundùm proportionem M ad N, per lineam ab angulo A tractam; deberet eodem modo procedi in omnibus tribus casibus, uti advertimus etiam Capite præcedenti Problem. 3.*

II. *Hæ praxes & demonstrationes hujus Problematis sunt Mahometi Bagdedini lib. de Divisione superficierum Propos. 7. & ex ipso Friderici Commandini libello de eadem re, Probl. 1. §. Sit quadrilaterum &c. neuter tamen distinguit inter quadrilaterum cujus duo opposita latera sunt parallela, & quadrilaterum cujus latera non sunt parallela; quod tamen omninò necessarium; cùm praxis & demonstratio solùm habeat locum in primo casu, non in secundo ut patet.*

PRO-

PROBLEMA IV.

Dividere quadrilaterum seu trapezium æquidistantium laterum, in plures partes secundùm proportionem datam, per lineas ab uno angulo protractas.

Sit quadrilaterum A B C D, laterum parallelorum duorum, dividendum secundùm proportionem H, I, K, per lineas ab angulo A protractas, sed aliter quàm in præcedenti Problemate. Protrahatur B D in E, ut D E fiat æquale ipsi A C, ducaturque recta C E. Deinde dividatur recta B E secundùm proportionem datam in puncto F & G, cadetque punctum secundum G vel in D, vel citra, vel ultra. Cadat primò in punctum D. Ducantur igitur rectæ A F, A G, seu A D; eritque quadrilaterum divisum in tres partes A B F, A F G, seu A F D, & A D C, secundùm proportionem datam H, I, K. Cadat secundò secundum punctum citra D. Ducantur igitur rectæ A F, A G, eruntque tres partes A B F, A F G, A G D C, ut proportio data H, I, K. Cadat tertiò punctum secundum G ultra D. Producatur recta G H parallela lateri C E, donec occurrat ipsi C D in H, & ducatur recta A H; eruntque tres partes A B F, A F D H, A H D, ut proportio data. Demonstratio in omnibus tribus casibus est eadem omninò quæ in præcedenti Problemate: F.CXXVI. Icon. XIX.

PROBLEMA V.

Quadrangulum duorum æquidistantium laterum dividere per lineam ductam à puncto in uno æquidistantium laterum assignato, secundùm proportionem datam.

Sit quadrilaterum seu quadrangulum æquidistantium laterum A B C D, & punctum assignatum in latere B C, æquidistante lateri A D, sit E; debeatque ab hoc puncto E trahi linea, quæ dividat quadrangulum secundùm proportionem L ad M. Protrahatur F.CXXVII. Icon. XIX.

tur B C latus ulteriùs uſque ad F, ita ut linea C F ſit æqualis lineæ A D, & dividatur tota linea B F ſecundùm proportionem L ad M. Cadet igitur punctum diviſionis vel in E, vel citra verſus B, vel ultra verſus F.

Primus Caſus.

CAdat primò punctum diviſionis in E, ita ut proportio B E ad E F, ſit ſicuti L ad M. Dico, lineam E A dividere quadrangulum ſecundùm proportionem L ad M.

DEMONSTRATIO.

D*Vcatur enim recta A F. Eritque triangulum A G D æquale triangulo F C G*, per 26 Primi, *quia duo anguli D A G, D G A, trianguli A D G, æquales ſunt duobus angulis C F G, C G F, trianguli F G C, uterque utrique*, per 15, & 29 Primi; *& latus A D eſt æquale lateri C F, per conſtructionem. Addito ergo communi trapezio A B C G, erit totum triangulum A B F æquale toti trapezio A B C D; & ablato communi triangulo A B E, erit reliquum triangulum A E F æquale reliquo trapezio A E C D. Sed triangulum A B E ad triangulum A E F, eſt ut B E ad E F*, per primam Sexti, *hoc eſt, ut L ad M: Ergo idem triangulum A B E ad ſpacium A E C D, eſt ut L ad M.*

Secundus Caſus.

Fig. CXXVIII. Icon. XIX. CAdat ſecundò punctum diviſionis citra E in punctum H, ita ut proportio B H ad H F ſit ſicut L ad M. Ducatur recta H K parallela rectæ E A, ſecans rectam A B in puncto K; & à puncto K ad punctum E ducatur recta K E. Dico, rectam K E dividere quadrangulum prout petitur.

DEMONSTRATIO.

D*Vcatur enim recta A H. Quoniam igitur rectæ A E, K H, ſunt parallelæ, erunt triangula K H A, & K H E, æqualia*, per 37 Primi; *additoque communi triangulo K B H utrique, erit triangulum A B H æquale triangulo K B E. Eſt autem & triangulum A K E æquale triangulo A H E*, per 37. Primi; *Igitur addito communi A E C D utrique, erit ſuperficies A K E C D æqualis quadrangulo A H C D. Quadrangulum verò A H C D æquale eſt triangulo A H F, ut probatum eſt in primo caſu. Ergo eadem eſt proportio trianguli K B E ad ſuperficiem A K E C D, quæ eſt trian-*



FIG. CXXX.

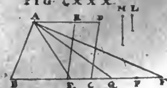


FIG. CXXXI.

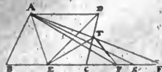


FIG. CXXXIII.

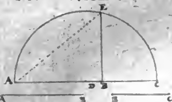


FIG. CXXXIV.

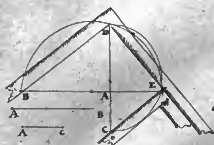


FIG. CXXXV.

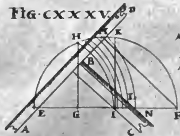


FIG. CXXXVI.

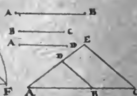


FIG. CXXXVII

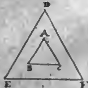
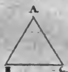


FIG. CXXXVIII.



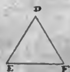
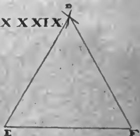


FIG. CXXXIX.





trianguli A B H ad triangulum A H F; & per consequens B H ad H F, hoc est, L ad M.

Tertius Casus.

CAdat tertiò punctum divisionis ultra E, versus F. Potest hoc fieri iterum tribus modis: primò ut spatium inter E & punctum divisionis sit æquale lineæ A D, secundò ut sit minus, tertiò ut sit majus.

Primus Modus tertii casus.

CAdat primò punctum divisionis in P, ita ut spatium E P sit æquale lateri A D; sitque proportio B P ad P F, sicut L ad M. F.CXXIX. Icon. XIX. Ducatur recta E D, à puncto assignato E ad angulum D. Dico, hanc lineam E D dividere quadrangulum secundùm proportionem L ad M.

DEMONSTRATIO.

D*Vcantur rectæ A P, & A E, & A F. Quoniam igitur recta E P æqualis ponitur rectæ A D, & ipsi æquidistans; erit,* per 29, & 26, & per 1 Axio. Pri· *triangulum A E D æquale triangulo A E P. Addito igitur triangulo A B E communi, erit quadrangulum A B E D æquale triangulo A B P; & per consequens residuum triangulum D E C erit æquale residuo triangulo A P F, eò quòd, ut suprà demonstravimus, totum quadrangulum A B C D æquale est toti triangulo A B F. Liquet igitur quòd eadem est ratio quadranguli A B E D ad triangulum D E C, quæ est trianguli A B P ad triangulum A P F,* per Schol. 7[æ]. Quin. ubi demõstratur quòd æqualium ad æqualia eadem est proportio. *Sed proportio trianguli A B P ad triangulum A P F, est sicut L ad M; Igitur & proportio spatii A B E D ad spacium D E C, est sicut L ad M.*

Secundus Modus tertii casus.

CAdat secundò punctum divisionis in Q, ita ut spatium E Q sit minus quàm latus A D; sitque proportio B Q ad Q F, sicut L ad M. F. CXXX. Iconis. XX. Sumatur ex A D linea A R, æqualis lineæ E Q, & ducatur recta E R. Dico, hanc lineam E R dividere quadrangulum A B C D secundùm proportionem datam L ad M.

DEMONSTRATIO.

Ducantur enim recta A E, A Q, & A F. Quoniam igitur recta A R, & E Q sunt aequales, & aequidistantes; erunt, per 29, & 26, & per 1. Axio. Primi, *triangula A E R, & A E Q aequalia: quibus addito cōmuni triangulo A B E, erit quadrangulum A B E R aequale triangulo A B Q. Est autem, ut suprà probavimus, totum quadrangulum A B C D aequale toti triangulo A B F. Igitur residuum quadrangulum R E C D erit aequale residuo triangulo A Q F. Eadem est igitur proportio quadranguli A B E R ad quadrangulum R E C D, quae est trianguli A B Q ad triangulum A Q F. Atqui haec est ut B Q ad Q F, hoc est, ut L ad M; ergo & illa.*

Tertius Modus tertii casus.

F.CXXXI. Icon. X X. Cadat tertiò punctum divisionis in S, ita ùt spatium E S sit majus, quàm latus A D; sitque proportio B S ad S F eadem, quae L ad M. Dividatur latus D C secundùm proportionem P S ad S F, in puncto T, & ducatur recta E T. Dico, hanc rectam E T dividere quadrangulum A B C D secundùm proportionem datam L ad M.

DEMONSTRATIO.

Ducantur enim A E, D E, A S, A F, E T; & facto spatio E P aequali lateri A D, ducatur recta A P. Quoniam igitur lineae A D, & E P aequales sunt, & aequidistantes: erunt, ut suprà dictum, triangula A E D, & A E P aequalia; & addito communi triangulo A B E, erit quadrangulum A B E D aequale triangulo A B P. Est autem & totum quadrangulum A B C D aequale toti triangulo A B F. Igitur triangulum residuum D E C aequale est triangulo residuo A P F. Ulteriùs, proportio trianguli D E T ad triangulum T E C, est, per primam Sexti, *sicuti D T ad T C, hoc est, sicuti P S ad S F: cùmque D T sit ad P S, sicut T C ad S F; erit triangulum D E T ad triangulum T E C, sicuti P S ad S F: sed etiam triangulum A P S ad triangulum A S F, est ut P S ad S F*, per eandem primam Sexti; *aequalia ergo sunt triangula D E T, & T E C, triangulis A P S, & A S F; hoc est, triangulum D E T est aequale triangulo A P S, & triangulum T E C triangulo A S F*, per 9 Quinti. *Probatum autem fuit, quòd quadrangulum A B E D aequale est triangulo A B P: Igitur addito communi triangulo D E T ad quadrangulum A B E D, & triangulo A P S (ipsi D E T aequali) ad triangulum A B P; erit pentagonum A B E T D aequale triangulo*

gulo A B S. Cùm igitur probatum sit, triangulum A S F esse æquale triangulo T E C, & triangulum A B S ad triangulum A S F, hoc est, ad triangulum T E C, esse ut B S ad S F, hoc est, ut L ad M: erit & spatium A B E T D ad spatium T E C, ut L ad M.

ANNOTATIO.

QVod dixi de quadrangulo non parallelogrammo, intelligi etiam debet de quolibet parallelogrammo.

Conclusio Libri.

OMitto infinita alia Problemata geodætica, ut quomodo dividenda sint trapezia per lineas ductas à punctis in lateribus non æquidistantibus; item quomodo dividenda sint pentagona, aut quæcunque polygona, sive regularia, sive irregularia; item quomodo dividendus sit circulus; & alia multa, quæ qui volet scire, adeat Auctores initio Libri hujus citatos. Nobis sufficit, ostendisse usum Pantometri nostri in Geodæsia, si in eo per præcepta tertii & quarti Libri delineentur Campi, qui dividendi sunt; & deinde figura Campi delineata dividatur prout petitur, juxta regulas à nobis, aut ab aliis Auctoribus traditas; ac tandem ope ejusdem Instrumenti Pantometri, & ope figuræ in ipso divisæ, dividatur campus propositus juxta præcepta tradita in Libro quarto Ichnographico.

PARERGUM,

In quo error Serlii, aliorumque, detegitur.

SEbastianus Serlius Lib. 1. Architecturæ, & Gualterus Rivius in sua Architectura, quem sequitur Daniel Schwenterus in Recreationibus Mathem: par: 15. quæst. 14. & alii, proponunt, atque amplectuntur Praxin quandam ad Geodæsiam pertinentem, facillimam sanè, & ut ipsi putant, pulcherrimam. Quæ si vera est, Geometricisque consona rationibus; næ ego Crœsi acquiram divitias temporis spatio exiguo, labore ac sumptu pœnè nullo. Efficiam, sanctè affirmo, ut quilibet tantum auri, tantum sibi coacervet argenti, spatio non plus bimestri, aut summùm trimestri, quantum Lusitani, quantum Hispani, quantum Belgæ, ac Britanni, quantum Europæi omnes, tot annorum spatio, tam frequenti

lon-

longissimorum marium trajectione, tam insatiabili terrarum eviscceratione, tantis periculis ac sumptibus non coacervârunt. Sed nè verbis Lectorem ludere videar, proponam Problema Serlii, & quidem ipsis, quibus ab Auctore suo proponitur, verbis.

F. CXXXII Iconis. XX. Sebastianus igitur Serlius, libro primo Architecturæ, in hunc discurrit modum Italico idiomate: Strani accidenti vengono tal volta all' Architetto, come saria questo. Egli hà una tavola losa, longa verbi gratia dieci piedi, è larga trè; & hà necessità di una porticella, alta piedi sette, e larga quattro. Hora se egli vorrà di essa tavola fare due parti della sua longhezza, le due larghezze non fanno più che sei piedi; e sette gliene bisogna. Se egli vorrà torre via un capo della tavola, che sarà piedi trè; quello non servirà per cosa alcuna, perche la tavola rimane piedi sette longa, e larga trè. Faccia adunque così. La tavola sarà piedi dieci longa, e tre piedi larga; li angoli di essa saranno A, B, C, D. Partirà detta tavola per linea diagonale dal C, al B; e fatto di essa due parti eguali, tiri in dietro lo angolo A, tre piedi verso il B, el' angolo C verso il D, di maniera che il capo A F sarà quattro piedi, & il capo E D sarà anche quattro piedi; così da A al E sarà sette piedi, doue la tavola A E F D sarà longa sette piedi, e larga quattro, per supplire al bisogno della porticella; & anco gli avanzarà un triangolo C C F, & un altro E B G.

Hæc Serlius loco citato. Vult itaque hic Auctor, quòd si habeam tabulam A B C D longam pedes decem, & latam pedes tres; velimque ex ipsa conficere portam, longam pedes septem, & latam pedes quatuor; vult inquam quòd assequi id possim, si ducam ab angulo C ad angulum B lineam diagonalem, sive diametralem C B, dividamque totam tabulam in duas æquales partes, *per trigesimam quartam propositionem Libri primi Elementorum Euclidis;* deinde retraham partem A C B, versus B, per spatium trium pedum, ita ut constituatur latus A F quatuor pedum, latera verò A E, & F D fiant septem pedum, relictis hinc & inde tribus pedibus C F, & E G: sic enim habebo portam A E F D, longam pedes septem, & latam pedes quatuor, & remanebunt duo triangula C C F, & E B G. quod erat faciendum.

Hæc

Hæc eſt praxis & demonſtratio Serlii, non quidem geometrica, ſed mechanica & ocularis, vel potiùs manualis; quæ tamen rem totam clarè ob oculos ponere videatur.

Hæc praxis ſi vera eſt, atque legitima, tantum quilibet auri, argentique, ut principio dicebam, accumulare ſibi poterit, maximo temporis, laboris, expenſarum compendio, quantum nulla unquam viderunt opulentorum gazophylacia. Nec opus erit, tranare maria, præcipitare ſe in terræ Peruvianæ penetralia, in inferos deſcendere vivos, in ſedibus Manium quærere divitias, terræ vim faciendo, ejuſq; viſcera extrahendo; ſolo malleo opus eſt & incude; quod ita oſtendo.

Tabula longa palmos decem, lata tres, continet palmos quadratos triginta, ut Geometria docet, & patet evidenter ex hac figura A B C D, ſi latera A B, & C D cenſeantur eſſe diviſa in decem palmos, & latera A C, B D, in tres. Ductis enim per ſingula diviſionum puncta lineis rectis, reſultant triginta quadratula, ut apparet, quorum quodlibet eſt longum ac latum palmum unum, ac proinde quodlibet eſt palmus quadratus. Iterum, porta longa palmos ſeptem, lata quatuor, continet palmos quadratos viginti octo, ut eadem geometria docet, & patet ad oculum ex figura A E F D, poſito quòd latera A F, & E D ſint quatuor palmorum. Igitur ſi ex tabula triginta palmorum quadratorum fiat porta viginti octo palmorum quadratorum, deberent remanere ac reſecari ſolùm palmi duo quadrati: ſed per praxim Serlii prædictam remanent tres palmi quadrati, nempe duo triangula C C F, & E B G, quæ ſimul efficiunt tres palmos quadratos: nam latera C F, B G, ſunt trium palmorum; & latera F C, B E, ſunt unius palmi, ut Serlius ſupponit. Si igitur conjungantur hæc duo triangula, ut hìc apparet, & à punctis diviſionum ducantur rectæ lineæ; fiet parallelogrammum trium palmorum quadratorum, ut docet Geometræ, & oſtendit apertè præſens figura E B C F.

Fig. CXXXII. Icon. XX.

Fig. CXXXII. Icon. XX.

Accipe igitur, quiſquis aurum ſitis, & argentum, laminam auream vel argenteam A B C D, longam palmos decem, latam tres, ut oſtendit figura primo loco poſita; divide diagonaliter ſecundùm rectam C C B; retrahe latus A C uſque ad F, juxta praxim Serlii; reſcinde duo triangula C C F, & E B G; & ecce lucratus es jam unum palmum quadratum: nam tota lamina erat tri-

ginta palmorum quadratorum, lamina A E F D est viginti octo palmorum, & remanent duo triangula trium palmorum, qui simul cum viginti octo efficiunt triginta & unum. Rescinde jam unum palmum, & reliquos triginta confla in massam; diduc in laminam longam palmos decem, latam tres; divide, conjunge, rescinde, ut antè, unum palmum; & ecce lucratus es duos palmos. Eandem operationem iterum, iterumque, ac sæpius institue, convoca aurifabros, imò & ferrifabros omnes, veniant in auxilium.

Brontesque, Steropesque & durus membra Pyracmon;

& quod promisi, verum esse re ipsa experieris, si verum est Serlii Problema. At vereor vehementer, nè si praxis prædicta ad geometricas regulas tanquam ad lydium examinetur lapidem, fraudem detegat, & falsitatem ostendat. Ponamus enim tabulam A B C D quadrilateram & parallelogrammam, esse rectangulam, ita ut angulus D sit rectus; erit, ductâ rectâ F C per terminos trium palmorum, quadrilaterum A F parallelogrammum, *per trigesimam tertiam Primi*; & angulus C F C rectus, *per vigesimam nonam Primi.* Tum sic. Ducta diagonali C B, habemus duo triangula, C D B majus, & C F C minus, quæ sunt æquiangula: nam angulus F est æqualis angulo D, cùm uterque sit rectus; angulus F C B est communis utrique triangulo, & reliqui duo sunt etiam æquales, *per trigesimam secundam primi*; ergo quàm proportionem habet latus C D ad latus D B, eandem proportionem habet latus C F, ad latus F C. Si ergo fiat, ut C D ad D B, ita C F ad aliud, hoc est, si per regulam auream dicatur, C D decem, dat D B tria, quid dat C F? invenientur, factâ operatione, pro latere F C novem decimæ, hoc est, latus F C non côtinebit unum palmum integrum, sed solùm novem decimas unius palmi divisi in decem particulas. Et eadem est ratio de latere E B.

Falsum igitur est, quòd latera A F, & E D sint quatuor palmorum, & quòd porta A E F D sit lata quatuor palmos; cùm sit solùm trium palmorum & novem decimarum unius palmi. Falsum præterea est, quòd duo triangula C F C, & E B G, contineant tres palmos quadratos; cùm contineant solùm viginti septem decimas, hoc est, duos palmos & septem decimas. Falsum denique est, quòd ex tabula aut lamina argentea triginta palmorum quadratorum, fieri possit porta, aut lamina argentea viginti octo pal-

palmorum quadratorum, cum excessu trium palmorum quadratorum; cùm porta prædictâ ratione facta contineat solùm viginti septem palmos quadratos, & tres decimas. Corruit ergo totum Problema Serlii; cui tamen condonandum est, cùm non fuerit Mathematicus, nec sciverit methodum mathematicæ demonstrationis, sed Architectus, & nuda praxi contentus.

Colligitur ex his, quanta sit Mathematicæ, & præsertim Geometriæ nobilitas, quæ aliorum vel errores, vel imposturas tam facilè, tamque evidenter producit in lucem.



LIBER



LIBER VIII.

METAMORPHOTICUS,

sive

De planorum, corporumque transformatione.

INgens hic nobis aperitur Campus. Agendum enim est de planorum, corporumq; transformatione de una in aliam figuram (quod infinitis pœnè modis fieri potest,) simulque de earundem commutatione in majorem minoremvè formam, seu de ijs augendis minuendisque in data quacunque ratione. Quod quidem, præsertim si de augendis minuendisque figuris planis rectilineis sermo est, tam facilè, simulque tam ingeniosè fit ope Pantometri nostri, ut nulla possit adsignari figura rectilinea, quæ non hoc Instrumento, arte sanè mirabili, in data proportione minui possit, aut augmentari. Unde consequenter maximus ejusdem Instrumenti usus

ti usus est in Perspectiva, dum Scenographiæ, Orthographiæ, atque Ichnographiæ corporum quorumcunque, sive regularium, sive irregularium, uti & quarumvis aliarum rerum projecturæ, summa facilitate delineari possunt, augeri, ac minui. Quæ causa est, cur non omnia Problemata declaraturus sim mechanicè ope nostri Instrumenti; qui enim unam aut alteram praxim benè perceperit, absq; ulla difficultate reliquas perficere poterit. Semper tamen, ut clariùs pateat praxium nostro Pantometro exhibendarum ratio, dabo methodum transformandi, augendi, aut minuendi eadem plana & corpora, geometricè, præsertim quia aliqua Instrumento nostro perfici non possunt. Verùm quoniam id geometricè in planis figuris effici non potest sine inventione mediæ proportionalis inter duas rectas lineas datas; nec in solidis, nisi inter duas rectas datas duæ mediæ reperiantur proportionales; ideo de utraque re priùs agendum est. Quoniam præterea non rarò figura, sive plana, sive solida, augenda vel minuenda est per numeros, id verò sine inventione unius medii proportionalis, vel duorum mediorum inter datos duos numeros, perfici non potest; ideo eâdem de causâ priùs de hisce inveniendis agendum est.

ADMONITIO.

ADverte hìc Lector pro sequentibus praxibus, & pro toto Pantometri usu, si ad normam Pantometri in Libro primo descripti fiat Quadratum majus v. g. quatuor aut quinque pedum Romanorum, versatile circa suum Orbem & Cursore suo instructum; longè faciliorem & universaliorem futurum Instrumenti nostri usum.

CAPUT PRIMUM.

De inventione mediarum proportionalium, tam in discreta, quàm in continua quantitate.

QUoniam non per se, sed in ordine ad dicenda tum hoc, tum aliis libris, tractabimus de mediarum proportionalium inventione, Lemmata vocabimus sequentes Propositiones.

LEMMA I.

Inter duos numeros medium proportionalem invenire.

DUos numeros propositos multiplica inter se, & ex producto erue radicem quadratam; erit hæc radix medio loco proportionalis inter duos numeros datos. Exemplum. Si inter 4 & 16 inveniendus medius proportionalis numerus: multiplica 16 per 4, fiunt 64; cujus radix quadrata est 8, estque medio loco proportionalis inter 4 & 16; quia ut est 4 ad 8, ita 8 ad 16. Qua porrò ratione eruenda sit ex numero quovis data Radix quadrata, docuimus suprà lib. 3, Par. 1, cap. 8. Demonstratio sumitur ex 17 Sexti, & 20 Septimi lib. Euclidis. Vide etiam quæ dicimus infrà Libro 10, parte 1. cap. 1. Probl. 8.

LEM-

LEMMA II.

Inter duos numeros datos invenire duos medios proportionales.

MUltiplica quadratum minoris numeri dati in majorem numerum datum; & ex producto erue radicem cubicam; & habebis primum medium proportionalem post minorem numerum datum collocandum. Iterum multiplica quadratum majoris numeri dati in minorem numerum datum, & ex producto erue radicem cubicam, & habebis secundum medium proportionalem ante majorem numerum datum collocandum. Exemplum. Sint inter 8 & 27, inveniendi duo medii proportionales in proportione continua. Accipe quadratum numeri minoris 8, quod est 64, & duc in majorem, nempe in 27, & producentur 1728, quorum radix cubica est 12, scilicet primus medius proportionalis collocandus post 8. Iterum accipe quadratum numeri majoris 27, quod est 729, & duc in minorem, scilicet in 8, & producentur 5832, quorum radix cubica est 18, scilicet secundus medius proportionalis collocandus ante 27. Sic ergo stabit Exemplum: 8, 12, 18, 27. Demonstrationem vide apud Clav. lib. 6. Geom. pract. Propos. 18. Cæterùm invento alterutro mediorum proportionalium numerorum, reperietur etiam alter, si inventus per extremum remotiorem multiplicetur, & producti numeri radix quadrata capiatur; hæc enim erit alter medius quæsitus. Ut si invento primo 12, is multiplicetur per 27, & ex producto extrahatur radix quadrata, quæ erit 18. Praxin extrahendi radicem cubicam vide lo. cit. cap. 9.

LEMMA III.

Inter duas rectas lineas datas invenire mediam proportionalem.

SInt datæ duæ rectæ A B, B C, inter quas invenienda sit media proportionalis. Conjungantur rectæ A B, B C in unam rectam continuam A B C, eàque divisâ bifariam in D, describatur semi- Fig. CXXXIII. Icon. XX.

cir-

circulus A E C ad intervallum D A vel D C; tandemque ex B puncto erigatur perpendicularis B E ad circumferentiam usque; eritque B E media proportionalis quæsita. Demonstrationem vide apud Euclidem, libro 6. Proposit. 13. Lege etiam Mersennum in Phœnomenis Hydraulicis Propos. II. & quæ nos diximus in Mechanica Hydro-pneumatica, Parte prima, Protheoriæ 4. cap. 3. Proposit. 8. Ex his colligitur, quomodo duabus datis inveniatur tertia proportionalis.

LEMMA IV.

Inter duas rectas lineas datas, reperire duas alias continuè proportionales.

HOc Problema de inveniendis duabus mediis proportionalibus inter duas quascunque datas, præcipuè tamen inter duas habentes inter se duplam proportionem, agitatum fuit spatio bis mille annorum inter Geometras antiquos & Modernos, occasione Oraculi Delphici de cubico Altari duplicando ad placandum Apollinem peste Græciam devastantem, ut putabatur. Et quamvis quamplurimi omni ævo, ac præstantissimi Mathematici in solvendo Problemate desudârint, nemo tamen ad hanc usque diem verè ac geometricè duas medias proportionales inter duas rectas datas invenit, ut sentit Clavius loco citando; quamvis contrarium videatur Bettino Apiar. 2. Progym. 3. propos. 11. Excogitarunt tamen multi præclarissimi viri modos ingeniosissimos, mechanicè id præstandi, cujusmodi sunt inter Antiquos Eratostenes, Plato, Pappus Alexandr. lib. 8. Recoll. Mathem. Sporus, Menechmus, Archita, Hero, Apollonius Pergæus, Philo Bysantinus, Philoponus, Diocles, Nicomedes; & inter modernos Orontius Finæus, Villalpandus, Bettinus, & alii. Qui volet legere modos Antiquorum, inveniet ipsos in Commentariis Eutocii Ascalonitæ in lib. 2. Archimed. de Sphæra & Cylindro, & in Libello Joannis Werneri Norimbergensis de sectionibus Conicis; & aliquos affert Clavius lib. 6. Geom. pract. Propos. 15. Ego ex multis quos reperi apud multos, afferam duos solummodò, qui mihi omnium simplicissimi videntur. Primum habet Kircherus lib. 4. Musurgiæ cap. 7. Propos. 2. pag. 205, & 206. Alter est Villalpandi tom. 3. Parte 2. lib. 1. cap. 3. Proposit. ultima.

Pri-

Primus modus inveniendi duas medias proportionales inter duas datas rectas lineas.

Sint datæ duæ rectæ A B major, & A C minor. Constituantur ad angulum rectum B A C, ut in figura patet; & producantur ambæ ad punctum A utcunque versus D & E. Deinde interior normæ alicujus angulus D, super rectam A D sursum deorsumque moveatur, servato semper latere interiore D B super punctum B lineæ A B datæ, donec alia norma ad intersectionem E applicata, & prioris normæ lateri D E contigua, transeat per punctum C extremum alterius datæ rectæ A C. Dico, duas rectas A D, A E, medias esse proportionales inter duas datas A B, A C. CXXXIV. Fig. Iconis. XX.

DEMONSTRATIO.

C*Vm enim angulus B D E sit rectus, erit is in semicirculo,* per 31. Tertii Euclid. *eruntque B A, A D, A E continuè proportionales,* per octavam Sexti Euclid. *Similiter A D, A E, A C proportionales esse constat, propter eandem rationem: Erunt igitur omnes quatuor continuè proportionales, quod erat faciendum.*

Si igitur datæ rectæ sumantur in dupla ratione, erit Cubus minoris mediæ proportionalis duplus cubi minoris extremæ, per 18. Decimi tertii Euclid.

Secundus modus inveniendi inter duas rectas datas, duas medias.

Fiat ex ære, aut quavis alia materia solida, norma A B D C, quàm accuratissimè constructa, ita ut linea A B D sit recta, & uterque angulus A B C, D B C, sit rectus, punctum B exactè respondeat angulo recto D B C; factumque erit instrumentum, duabus mediis inveniendis non incommodum, cujus omnem formam vides in figura. Ejus verò usus est ejusmodi.

Sint datæ duæ rectæ, E F, E G, & circa majorem E F descriptus sit semicirculus E H F, quem perpendicularis G H secet in H; & centro E, intervallo E H, describatur arcus H I; & rursùm ex I erigatur perpendicularis I K, eritque E H, vel E I, minor quidem quàm secunda ex quatuor proportionalibus, incipiendo à

F.CXXXV majori; at recta E K, vel E N erit major quàm eadem secunda, ut
Icon. XX. demonstrat Villalpandus loco citato Proposit. 9. Fiet igitur ut secunda ex quatuor proportionalibus, si applicetur ex puncto E, ad peripheriam semicirculi E H F, necessariò cadat ad aliquod punctum inter puncta H & K. Quæ applicatio ut per Instrumentum positum fiat, describantur priùs centro E utcunque aliquot arcus secantes diametrum E F, & arcum H K in punctis inter puncta H & K; eisque descriptis, ut videre est in figura, applicetur punctum Instrumenti B, nempe angulus rectus perpendiculari G H; & latus B A protendatur per punctum E; idemque angulus B sursum moveatur vel deorsum, per rectum G H, donec regula A D, quæ interim semper protenditur per punctum E, secet circumferentiam E H F, & altera regula B C secet diametrum E F iis in punctis, in quibus eandem circumferẽtiam & diametrum secat unus aliquis arcuum ab initio descriptorum; vel certè verisimile sit, & ita sensus judicet, si per alterum illorum punctorum centro E describatur arcus, eum transiturum esse per reliquum punctum: tali enim in situ si Instrumentum consistat, inventæ erunt duæ mediæ inter datas. Ponamus enim centro E, per punctum L, in quo regula B C secat diametrum, descriptum arcum transire per punctum M, in quo circumferentiam secat regula A D. Dico, rectas E M, E B, esse duas medias inter E F, E G. Ductâ enim M F, erunt M F, B L parallelæ, *per 28 Primi*; ac proinde triangula EMF, EBL, similia erunt, *per Corollar: quarta Sexti Euclid.* Est autem, *per octavam Sexti Euclid.* triangulo E B L, simile quoque triangulum E B G, ob perpendicularem B G, quæ in basim E L cadit ex angulo recto E B L: Igitur omnia tria triangula erunt similia. Quare eadem erit proportio E F, ad E M, sive E L, (eò quòd E L, E M ponuntur æquales) quæ E L, ad E B, & E B ad E G. Atque adeo inter duas datas inventæ erunt duæ mediæ, quas invenire erat propositum.

ANNOTATIO I.

Hic secundus modus est longè facilior & simplicior priori. Instrumentum etiam hujus secundi modi vel propterea aliis est præferendum, quòd planum, ac solidum, simplicissimumque sit, & in quo nulla movenda sit ejusdem pars. Assidua enim nos docuit experientia, inquit Villalpan-

lalpandus in Scholio citatæ Proposit. instrumenta illa quarum partes movendæ, aliterque atque aliter aptandæ sunt, exactè fieri vix posse, exactè usibus deservire nulla ratione posse. In hoc verò instrumento non tantùm ejus fabrica & examinatio facilis, verùm ipsa operatio haud difficilis: eam verò examinare facillimum erit. Nam constituto, ut prædiximus, Instrumento, notanda in figura tantummodò essent puncta M & L, & circini pede fixo in E, alter extendendus usque in M, vel L, & circumducendus circinus, probandumque num cum reliquo exactè concordet: hoc enim invento, jungetur recta E M, quæ duas medias dabit, E M, E B: si verò non ita exactè respondeat circinus, iterum applicandum esset instrumentum, & reliqua peragenda, ut præfertur.

ANNOTATIO II.

INventio duarum mediarum mechanica modis dictis, aut aliis aliorum rationibus, sufficit pro praxi, nec major requiritur præcisio, nec si geometricè essent inventæ duæ mediæ, major in praxi haberi posset præcisio. Quare perinde est, sive mechanicè, sive geometricè inveniantur duæ mediæ in ordine ad praxin.

LEMMA V.

Datis duobus numeris, tertium continuè proportionalem invenire.

DUc secundum in seipsum, & productum divide per primum; quotus productus erit tertius proportionalis. Sint dati numeri 2 & 4: multiplica 4 in se, fiunt 16; hæc divide per 2, fiunt 8, scilicet tertius proportionalis quæsitus.

LEMMA VI.

Datis tribus lineis rectis, quartam proportionalem invenire.

HOc etiam Problema hìc apponendum est ex Euclide, quoniam illo frequenter indigebimus.

Sint ergo tres lineæ rectæ A B, B C, A D, quibus invenienda sit quarta proportionalis, ad quam sit A D, sicut est A B ad B C. Fig. CXXXVI. Icon. XX.

Disponantur primæ duæ A B, B C, secundùm lineam rectam, quæ sit A C. Tertia verò A D, cum prima A B, faciat angulum A quemcunque. Deinde ex B ad D ducatur recta B D, cui per C parallela ducatur C E, ac rectæ A D productæ, in E puncto. Dico, D E esse quartam proportionalem. Demonstrat Euclides lib. 6. Proposit. 12.

LEMMA VII.

Datis tribus numeris quartum proportionalem invenire.

Utere Regulâ Proportionum, quam Arithmetici appellant Regulam trium, seu Regulam Auream, disponendo numeros datos ut iidem docent; & invenies quod quæris.

CAPUT SECUNDUM.

De transformatione triangulorum planorum rectilineorum in alias planas rectilineas figuras.

Figura plana est superficies, quæ sub uno aut pluribus terminis comprehenditur atque concluditur, ut sunt circulus, triangulum, quadratum, parallelogrammum, & similia. Harum aliæ sunt rectilineæ, aliæ curvilineæ. Inter alias affectiones, quæ planis figuris rectilineis tribuuntur, est, quòd aliquæ sunt inter se similes, similiterque positæ. Similes figuræ sunt, quæ angulos singulos singulis habent æquales, & latera quæ sunt circum æquales, angulos, proportionalia, ut habet Euclides lib. 6. Element. Definit. 1. Similiter positæ dicuntur figuræ, quando termini proportionales simili situ respondent, superi superis, inferi inferis, dextri dextris, sinistri sinistris, proutmox patebit ex figuris.

PRO-

PROBLEMA I.

Triangulo cuicunque dato constituere aliud simile, similiterq; positum, cujus singula latera sint vel aqualia, vel majora, vel minora, in quacunque proportione.

Mechanicè per Instrumentum.

Sit primò datum triangulum A B C qualecunque, hoc est, sive æquilaterum sit, sive Isosceles, sive scalenum; sitque constituendum aliud quoad peripheriam majus in quacunque proportione, verbi gratia, in tripla, priori tamen simile, similiterque positum, juxta sensum explicatum. Firma Instrumentum supra suum sustentaculum seu pedem, illudque constitue horizonti parallelum, ut serviat loco mensulæ. Deinde cavitati ejus impone chartam quadratam, prout diximus suprà libro 2, 3, & 4. His factis, colloca triangulum A B C datum supra chartam Instrumento impositam, & promove Cursorem supra lineam B C; & Instrumento manente immoto retrahe cursorem quantum libuerit, aut necessarium judicaveris; & juxta ipsius latus duc lineam E F triplo longiorem lineâ B C. Hoc etiam facto, relinque Orbem interiorem Instrumenti unà cum charta imposita omnino immotum; Quadratum verò Instrumenti unà cum Cursore gyra circa orbem, & colloca Cursorem supra lineam C A; eoque retracto (manente interim toto Instrumento omnino immobili) promove ipsum præcisè supra punctum F lineæ E F, & juxta ipsius latus fac lineam F D triplo majorem lineâ C A. Tandem hoc præst to, relinque ut antea Orbem Instrumenti immotum, & gyra Quadratum unà cum Cursore, & Cursorem promove supra lineam A B; eoque retracto (manente Instrumento fixo) promove ipsum supra punctum D lineæ F D, & juxta ipsius latus duc lineam D E; quæ si non cadat supra punctum E, erratum est; si veró cadat supra hoc punctum, erit triangulum D E F simile triangulo A B C, eoque triplo majus. Ratio patet ex ipso modo ope- Fig. CXXXVII Icon. XX.

 randi:

randi; triplicata sunt enim latera, & ubique servata est æqualitas angulorum, propter latera utriusque parallela.

Sit secundò datum triangulum D E F qualecunque, eique constituendum sit aliud simile, priori tamen triplo minus quoad circumferentiam. Firmato Instrumento ut dictum, ipsique imposita ichnographia trianguli dati D E F, pone supra ipsum aliam chartam, & operare ut antea, modo tamen contrario. Hoc est, colloca Cursorem supra lineam E F, & orbe manente immoto, promove ipsum intus quantum vis, aut quantum necesse est, & duc juxta ipsius latus lineam B C triplo minorem lineâ E F. Gyrato deinde Quadrato, colloca Cursorem supra lineam F D; eoque intus promoto supra punctum C lineæ B C, duc lineam C A triplo minorem linea F D. Tandem gyrato Quadrato, & Cursore collocato supra lineam D E, promove illum intus supra punctum A lineæ C A, & fac lineam A B; eritque factum quod petebatur.

Sit tertiò datum triangulum A B C cujuscunque conditionis, eique constituendum sit aliud D E F & simile & æquale. Firma supra Instrumentum ichnographiam trianguli A B C, & pone Cursorem supra lineam B C, & juxta ipsius latus fac aliam lineam E F priori omnino æqualem. Deinde gyra Quadratum Instrumenti, & colloca Cursorem supra lineam C A; moxque retractum promove supra punctum F, & juxta ipsius latus duc rectam F D æqualem ipsi C A. Tandem gyrato Quadrato colloca cursorem supra lineam A B; eoque retracto, promove ipsum supra punctum D, seu E, & fac rectam D E; eritque factum quod petitur.

Fig. CXXXIIX Icon. XX.

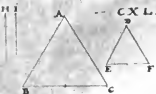
ANNOTATIO I.

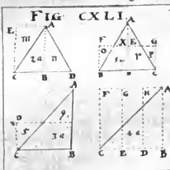
Non est necessarium ut figura augenda formetur circa, & figura minuenda extra prototypum, sed potest formari juxta, ut factum vides in hoc tertio casu, & videbis in praxi sequenti, præsertim si ad normam Pantometri conficias tibi majus Instrumentum, ut suprà diximus in Admonitione.

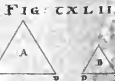
Sine Instrumento.

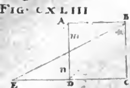
Sit primò dato triangulo A B C constituendum aliud D E F simile, cujus tamen sigula latera sint triplo majora singulis lateribus prioris. Fac primò lineam E F triplo longiorem linâ B C; dein-




FIG. CXL.


FIG. CXLI.


FIG. CXLII.


FIG. CXLIII.

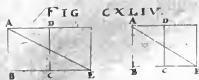

FIG. CXLIV.


FIG. CXLV.

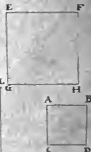
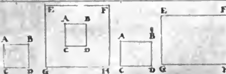

FIG. CXLVII.

FIG. CXLVI.



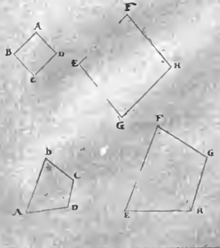


FIG. CXLVIII.

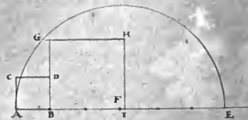
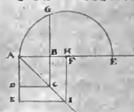


FIG. CXLIX.



deinde divaricato circino ad triplam distantiam lateris C A, colloca unum pedem in F, altero verò describe arcum supra lineam E F. Tandem aperi circinum ad triplam distantiam lateris B A, & pone unum pedem in E, altero verò describe alium arcum supra eandem lineam E F, qui priorem intersecet in puncto D. Ex puncto D duc rectas D E, D F; eritque triangulum D E F simile priori, & latera singula erunt triplo majora. Fig. CXXXI Icon. XX.

Sit deinde dato triangulo D E F constituendum aliud A B C simile, triplo tamen minus quoad latera. Super linea B C triplo minore quàm linea E F, constitue modo dicto latera B A, C A, triplo minora lateribus E D, F D. Simili prorsus ratione facies triangulum alteri dato simile & æquale. Ratio operationis pendet ex Propos. 22. & 23. lib. 1. Euclid.

ANNOTATIO II.

QVod dixi de augmento ac diminutione in proportione tripla, debet etiam intelligi de augmentatione in quacunque data aut assumpta proportione: in omnibus enim est eadem operandi ratio, tam per Instrumentum, quàm sine Instrumento.

PROBLEMA II.

Triangulo cuicunq; dato constituere aliud simile majus, vel minus quoad superficiem, sub quavis proportione.

Mechanicè per Instrumentum.

SIt datum triangulum A B C, quodcunque illud sit, cui simile similiterque positum sit describendum minus D E F, secundùm proportionem datam G ad H, aut aliam quamcunque. Tribus rectis G, H, & B C (quod dico de latere B C, intelligi debet de quovis aliorum laterum B A, C A) inveniatur quarta proportionalis I, *per 12 Sexti, aut per Lemma quintum hujus Libri.* Deinde duabus B C, & I, inveniatur media proportionalis E F, *per 13 Sexti, aut Lemma tertium hujus.* Tandem super recta E F describe triangulum D E F, simile similiterque positum triangulo A B C, per praxim Fig. CXL. Icon. XXI.

xim Problematis præcedentis. Dico, triangulum D E F esse minus triangulo A B C, secundùm proportionem datam G ad H.

DEMONSTRATIO.

Tres rectæ, B C, E F, & I, sunt continuè proportionales, ex constructione: ergo, per 19 aut 20 Sexti, *ut est B C prima ad I tertiam, hoc est, per constructionem, ut G ad H; ita est rectilineum D E F super secundam, illi simile similiterque positum.*

ANNOTATIO.

Non secus dato triangulo minori describitur aliud majus simile similiterque positum, secundùm proportionem datam, ut si triangulo D E F describendum esset aliud A B C majus simile, secundùm proportionem H ad G. Eadem enim est prorsus constructio, atque demonstratio.

Sine Instrumento.

Sint eadem præstanda quæ antea. Inveniatur eadem E F media proportionalis inter B C & I. Deinde super E F fiat angulus D E F, æqualis angulo A B C; & angulus D F E æqualis angulo A C B; & ducantur rectæ E D, F D, quæ intersecabunt se in D, & constituent triangulum D E F, simile similiterque positum triangulo A B C, sed minus secundùm proportionem datam G ad H. Simile quidem, quia per constructionem, *& trigesimam secundam Primi,* singuli anguli hujus sunt æquales singulis angulis illius; & *per quartam Sexti,* latera circa æquales angulos proportionalia: Similiter positum, ex constructione facta. Minus secundùm proportionem datam, per 19 aut 20 Sexti.

Eodem prorsus modo constituetur majus secundùm proportionem datam.

COROLLARIUM.

Ex his patet, quomodo quodcunque triangulum datum sit duplicandum, triplicandum, quadruplicandum &c. item quomodo sit constituẽdum aliud quod sit illius dimidium, pars tertia, quarta &c. servata nihilominùs semper eadem similitudine. Si enim proportio G ad H sumatur ut 2 ad 1, vel 3 ad 1, vel 4 ad 1 &c. & reliqua perficiantur ut dictum; habebitur trian-

triangulum simile similiterque positum, quod sit trianguli dati subduplum, subtriplum, subquadruplum &c. Si autem proportio H ad G fiat, ut 1 ad 2, 1 ad 3, aut 1 ad 4 &c. habebitur triangulum duplo, triplo, quadruplo majus.

PROBLEMA III.

Dato triangulo æquale parallelogrammum rectangulum facere.

Sine Instrumento.

COnstrue parallelogrammum rectangulum, cujus unum latus circa angulum rectum sit æquale altitudini trianguli dati, alterum verò latus circa eundem angulum rectum sit æquale dimidiæ basi, supra quam (etiam protractam) cadit perpendicularis metiens altitudinem trianguli dati, ut vides factum in secunda & quarta figura: vel contrà, construe parallelogrammum rectangulum, cujus unum latus sit æquale dimidiæ altitudini, alterum toti basi supra quam cadit perpendicularis prædicta, prout vides factum in prima & tertia figura; & habebis intentum. Fig. CXLI Icon. XXI

DEMONSTRATIO.

Q*Via in prima figura triangulum X est æquale triangulo O, & triangulum E triangulo p. in secunda figura triangulum m est æquale triangulo n. in tertia figura triangulum q est æquale triangulo s*, per 29, 15, & quartam Propositionem Libri 1. Euclid. *in quarta denique figura si producatur recta F G, & erigatur super C D perpendicularis D H, occurrens recta F G producta in H; erit F D parallelogrammum, ac proinde duplum trianguli dati*, per 41 Proposit. lib. 1. Euclid. *Ergo dimidium F E erit æquale triangulo dato.*

Cum Instrumento.

QUomodo cuicunque triangulo dato construendum sit æquale parallelogrammum rectangulum, facilè colliget ingeniosus Lector ex dictis Probl. 1 & 2. Rem paucis indico in appositis exemplis, ex quibus intelligi poterit quomodo operandum sit in aliis.

Si primum triangulum æquilaterum est, aut isosceles, dividatur basis B C bifariam in D, & applicato Cursore supra punctum D, & angulum A, ducatur recta A D, quæ dividatur bifariam in r, & posito Cursore supra basim BC, moxque retracto (Instrumento manente immoto) & collocato supra punctum r, ducatur recta F G. Iterum posito Cursore supra lineam A D, moxque retracto primùm ad punctum B, ducatur recta B F; deinde ad punctum C, ducatur recta C G: & habebis intentum.

Si secundum triangulum est similiter æquilaterum, aut isosceles, divide iterum basim C D bifariam in B, & posito Cursore supra punctum B, & angulum A, duc rectam A B; deinde retracto Cursore ad punctum C, fac rectam C E: tandem posito Cursore supra C D, & retracto ad A, fac rectam A E.

Si tertium triangulum est rectangulum ad B, divide latus A B bifariam in E, pone Cursorem supra C B, retrahe supra punctum E, duc rectam E D; iterum colloca cursorem supra E B, retrahe supra punctum C, & duc rectam C D.

Si quartum triangulum est scalenum, produc latus C D versus B, erige perpendicularem B A (quod multis modis fieri potest per Instrumentum, ut experiri poteris) colloca Cursorem supra C D B, retrahe supra angulum A, fac rectam A F, & deinde parallelogrammum F E.

COROLLARIUM.

EX his facile colligi poterit, quomodo cuicunque triangulo dato construendum sit parallelogrammum non rectangulum æquale: quod Lectoris industriæ relinquo.

PROBLEMA IV.

Dato triangulo cuicunque constituere æquale quadratum.

REduc triangulum ad parallelogramum rectangulum æquale per præcedens Problema; & huic deinde constitue quadratum æquale per Probl. 4. capitis sequentis; & habebis intentum.

PROBLEMA V.

Duobus triangulis, seu æqualibus, seu inæqualibus, similibus tamen, invenire aliud triangulum simile æquale.

Cum Instrumento, & sine illo.

Sint duo triangula æquilatera, A, & B, oporteatque invenire triangulum aliud æquilaterum illis æquale. Conjungantur triangulorum bases CD, DE, ut efficiant angulum rectum CDE, ducaturque recta CE; super qua construatur triangulum K simile prioribus, *per Problema* 1. *hujus capitis*. Dico hoc esse æquale illis, *per* 31 *Proposit. Sexti Euclid.* F. CXLII. Icon. XXI.

PROBLEMA VI.

Triangulum dato quadrato æquale constituere

Sine, & cum Instrumento.

Sit datum quadratum ABCD, eique constituendum æquale triangulum. Ducatur diagonalis BD, & ipsi parallela AE, secans latus CD productum in E; ducaturque recta BE. Dico, triangulum BCE esse æquale quadrato dato. Nam triangulum m est æquale triangulo n, *per* 26, *&* 4 *Primi Euclidis.* F. CXLIII. Icon. XXI.

PROBLEMA VII.

Triangulum dato parallelogrammo, tam rectangulo, quàm non rectangulo, æquale constituere.

Utroque modo.

Operare eo modo, quo diximus operandum in reducendo quadrato ad triangulum, & habebis intentum. Poteris etiam procedere ut in præcedenti Problemate.

PROBLEMA VIII.

Aliter constituere triangulum æquale quadrato, aut parallelogrammo dato.

Utroque modo.

F. CXLIV. Icon. XXI. Sit datum quadratum, aut parallelogrammum, A B C D. Producatur B C in E, ut C E sit æqualis ipsi B C, & ducatur recta A E; eritq; triangulum A B E æquale quadrato, aut parallelogrammo dato. Ratio desumitur ex 36 & 34 Primi.

PROBLEMA IX.

Datis quotcunque triangulis æquale triangulum constituere.

Utroque modo.

TRiangulis fiant æqualia parallelogrammma, per tertium hujus capitis; parallelogramis fiant æqualia quadrata, per quartum hujus capitis; quadratis omnibus fiat æquale unum quadratum, per septimam capitis sequentis; quadratô ultimo fiat æquale triangulum, per sextam hujus capitis.

PROBLEMA X.

Triangulum rectangulum dato circulo æquale quàm proximè constituere.

Per Instrumentum, & sine eo.

F. CXLV. Icon. XXI. ESto circulus A B, cujus centrum C, eique sit construendum triangulum rectangulum æquale quàm proximè, juxta regulas Archimedeas traditas suprà Lib. 3. par. 2. Probl. 7. Primùm fiat angulus rectus F D E, & ex D E abscindatur D G, radio C A circuli æqualis. Deinde supra lineam D F transferatur circuli diameter A B ter, à D usque in H; & insuper pars septima ejusdem diametri, ab H usque in I. Tandem ducatur recta I G; eritque trian-

triangulum I D G, rectangulum ad D, circulo dato quàm proximè æquale, juxta dictam Archimedis regulam.

Potest etiam ex recta D E abscindi diameter circuli, à D usque ad E; & supra D F transferri ejusdem circuli radius ter, & insuper septima ipsius pars, à D usque in K; & duci recta K E: sic enim triangulum rectangulum K D E erit similiter æquale quàm proximè circulo dato, juxta dicta loco citato.

CAPUT TERTIUM.

De transmutatione quadrangulorum in alias figuras planas.

QUadrangula sunt primò omnia parallelogrammata, cujusmodi sunt Quadratum, Oblongum, Rhombus, & Rhomboides: deinde omnia Trapezia.

PROBLEMA I.

Quadrangulo quocunque dato describere aliud simile, vel æquale, vel quoad singula latera majus, aut minus, in qualibet proportione.

Per Instrumentum.

SIt datum Quadratum A B C D (quod dico de Quadrato, intelligendum est de quocunque alio Quadrangulo, seu Quadrilatero) cui constituendum sit aliud simile, similiterque positum, sive æquale, sive quoad singula latera majus, aut minus, in quacunque proportione. Operare modo dicto Capite præcedente Problemate primo, inscribendo nimirum minus majori, aut circumscribẽdo majus minori, aut constituendo unum ad latus alterius. Nil ampliùs dico, quia qui citatum Problema intellexit, nullam hîc habebit difficultatem.

Sine Instrumento.

QUadrato A B C D constituetur Quadratum E F G H simile, similiterque positum, cujus singula latera sint duplo majora F. CXLVI. Icon. XXI.

quàm latera prioris; si supra rectam G H duplo majorem rectâ C D erigantur perpendiculares G E, H F, æquales rectæ G H, & ducatur recta E F. Eodem modo fit æquale, & minus. Ratio pendet ex 46 primi Euclidis.

Oblongo A B C D constituetur aliud E F G H æquale, aut majus, aut minus, in data proportione, si super rectam G H æqualem, aut majorem, aut minorem in data proportione, erigantur perpendiculares G E, H F, æquales, aut majores, aut minores lateribus C A, D B, in eadem proportione: & ducatur recta E F.

Rhombo (& etiam Rhomboidi) A B C D constituetur alius E F G H æqualis, aut minor, majorvè in data proportione; si ad rectam E G æqualem, aut majorem, aut minorem secundùm datam proportionem rectâ A C, constituatur, *per 23 Primi*, angulus G E F, æqualis angulo C A B, & ducatur E F æqualis rectæ E G: deinde centro G, intervallo G E fiat arcus versus H; & iterum centro F, intervallo F E fiat alius arcus versus H, intersecans priorem in puncto H: ac tandem ducantur rectæ E H, G H.

Trapezio A B C D constituetur aliud E F G H æquale, aut majus, aut minus; si primò in dato trapezio ducatur recta B D, & super recta E H rectæ A D aut æquali, aut majori, aut minori, fiat angulus E H F æqualis angulo A D B; & ducatur recta H F rectæ D B vel æqualis, vel major, vel minor. Deinde si fiat angulus H E F æqualis angulo D A B, & ducatur recta E F rectæ A B æqualis, major, minor. Tertiò si super recta H F fiant anguli G H F, G F H, æquales angulis C D B, C B D; & ducantur rectæ H G, F G, quæ necessariò convenient in puncto G.

PROBLEMA II.

Quadrangulo quocunque dato constituere simile aliud majus, aut minus, quoad aream, secundùm quamvis proportionem.

Cum Instrumento, & absque Instrumento.

F. CXLVII Icon. XXI. Operare modo dicto Capite præcedente Probl. 2. Sit igitur gratiâ exempli datum Quadratum A B C D (quod dico de

Qua-

Quadrato, intelligendum eſt de quovis alio Quadrangulo) cui conſtruendum ſit majus ſecundùm proportionem K ad I. Tribus lineis I, K, & C D, inveniatur quarta proportionalis L, ad quam nimirum ſe habeat C D, ut I ad K. Deinde inter C D, & L, reperiatur media proportionalis G H, ſupra quam conſtituatur Quadratum E F G H. Erit hoc Quadratum majus priori ſecundùm proportionem datam.

Simili modo conſtituetur Quadrato E F G H aliud minus ſecundùm proportionem I ad K.

ANNOTATIO.

EOdem prorſus modo operandum eſt in augmentando ac diminuendo Rhombo. In Oblongo & Rhomboide ſupra mediam proportionalem inventam erigendum eſt latus in angulo æquali, quod ad mediam illam proportionalem habeat rationem lateris homologi ad latus homologum mediæ proportionali inventæ. Exempli gratia, ſi quadrangulum hic poſitum A B C D eſſet oblongum, & conſtituendum eſſet aliud oblongum E F G H, majus ſecundùm proportionem K ad I; ſupra mediam proportionalem G H, deberent erigi rectæ G E, H F, quæ ad G H haberent eandem proportionem, quam haberent C A, D B, ad rectam C D.

PROBLEMA III.

Aliter quadrangulo cuique dato conſtruere aliud ſimile ſimiliterque poſitum, majus, vel minus, ſecundùm proportionem datam.

Utroque modo.

HÆc praxis eſt Alberti Dureri, eamque refert Clavius in Scholio 3°. Sexti Euclidis, nec differt à priori niſi in eo, quòd hæc eâdem operâ inveniat mediam proportionalem, ut patebit. Fig. CXLVIII. Icon. XXI.

Sit igitur primò Quadratum A B C D quintuplicãdum. Producto latere A B, ad partes B, quantumlibet, ſumantur quinque partes ipſi A B æquales, à puncto B incipiendo, uſque ad E, ut ſit B E quintupla ipſius A B. Diviſâ deinde totâ A E bifariam in F, deſcribatur ex F, ad intervallum F A, vel F E, ſemicirculus A G E,

pro-

producaturque latus B D ad circumferentiam usque G. Dico, quadratum B G H I, ex B G descriptum, esse quintuplum quadrati A B C D.

DEMONSTRATIO.

B*G media proportionalis est inter A B, & B E*, per Coroll. Propos. 13. Sex. *Erit igitur ut E B prima, ad B A tertiam, ita B H quadratum secunda B I, ad A D quadratum tertia B A*, ex Coroll. Propos. 20 Sex. *Est autem E B, per constructionem, ipsius A B quintupla; Igitur & quadratum B H quintuplum erit quadrati A D.*

ANNOTATIO.

S*I B E sumatur sextupla lateris A B, erit quadratum recta B G sextuplum quadrati A D. Si autem B C fuerit pars dimidia, aut tertia ipsius A B, erit & quadratum B H dimidium, aut pars tertia, quadrati A D. Denique in quacunque proportione sumatur B E ad A B, eandem habebit quadratum B H ad quadratum A D. Hac Clavius loco citato, ubi etiam addit sequentem praxin.*

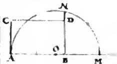
F.CXLIX. Icon. XXI. Sit rursus rectangulum A B C D (sive quadratum, sive Oblongum) cui inveniendum sit simile similiterque positum, quod duplum sit ipsius. Ex latere A B producto sumatur B E, dupla ipsius A B. Divisâ deinde totâ A E bifariam in F, & ex F descripto semicirculo ut priùs, ac productâ C B ad G erit B G unum latus rectanguli quæsiti. Quare si abscindatur A H, æqualis ipsi B G, & per H agatur ipsi B C parallela H I, occurrens diametro A C protractæ in I, perficiaturque parallelogrammum H K; erit H K ipsi B D simile similiterq; positum; quod etiam ajo duplum esse ipsius B D, propter rationem paulò antè dictam.

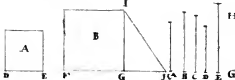
ANNOTATIO.

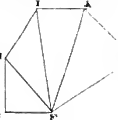
E*Odem modò si supra A B constitutum fuerit quodcunque quadrangulum, erit quod ex B C illi simile similiterque positum describitur, ipsius duplum. Atque in hunc modum semper eam proportionem habebit quadrangulum ex B G, ad quadrangulum simile ex A B, quam habere ponetur recta E B ad rectam B A, ex constructione.*

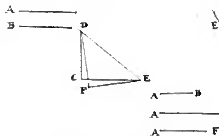
PRO-

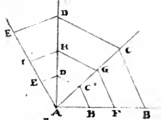


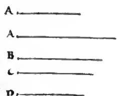

Fig. CL.

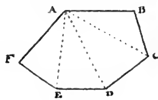

Fig. CLI.


Fig. CLII.


Fig. CLIII.


Fig. CLIV.


Fig. CLV


Fig. CLVI.

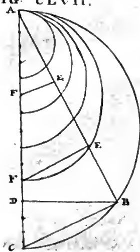
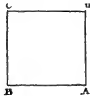

Fig. CLVII.


Fig. CLVIII.


Fig. CLIX

PROBLEMA IV.

Parallelogrammo rectangulo æquale Quadratum constituere.

Utroque modo.

INveniatur inter parallelogrammi dati basim & altitudinem media proportionalis, *per 13 Sexti, & per Lemma 3. Cap. 1. hujus*; nam quod super ea fiet quadratum, æquale erit dato parallelogrammo, *per 17. Sexti Euclidis*. Praxis porrò hujus rei ita institui Fig. CL. potest. Sit datum parallelogrammum rectangulum A B C D. Ico. XXII. Producatur in directum recta A B, sumaturque B M æqualis rectæ B D. Deinde divisâ bifariam A M, in O, describatur ex O, intervallo O A, semicirculus, producaturque recta B D, donec secet semicirculum in N; eritque B N latus quadrati æqualis parallelogrammo dato, quia B N est media inter A B, B D, *per 13. Sexti*.

PROBLEMA V.

Parallelogrammo non rectangulo æquale Quadratum constituere.

Utroque modo.

PArallelogramma non rectangula sunt Rhombus, & Rhomboides. Ducatur ergo à quovis angulorum parallelogrammi dati ad basim perpendicularis, & inter ductam perpendicularem & basim inveniatur media proportionalis; ejus enim quadratum æquale erit dato parallelogrammo, *per eandem 17 Sexti*. Et ratio est; quia tali ratione parallelogrammum non rectangulum reducitur ad rectangulum.

PROBLEMA VI.

Datis duobus quadratis, sive æqualibus, sive inæqualibus, unum quadratum æquale invenire.

Utroque modo.

Fig. CLI. Ico. XXII. Sint data duo quadrata, A minus, & B majus. Producatur latus F G majoris versus G, & ex producta abscindatur G H æqualis lateri D E minoris, ducaturque hypothenusa H I, quæ erit latus quadrati inveniendi, *per* 47 *Primi Euclid.*

PROBLEMA VII.

Propositis quotcunque quadratis, sive æqualibus, sive inæqualibus, invenire quadratum omnibus illis æquale.

Fig. CLII. Ico. XXII. Sint latera quinque quadratorum, A, B, C, D, E; oporteatque invenire quadratum æquale omnibus illis quinque. Fiat angulus rectus F G H, sitque recta F G, æqualis rectæ A; & recta G H, rectæ B. Ductâ deinde rectâ H F fiat angulus rectus F H I, sitque H I æqualis rectæ C. Ductâ rursus rectâ I F, fiat angulus rectus F I K, sitque I K æqualis rectæ D. Ductâ denique rectâ K F, fiat angulus rectus F K L, sitque K L æqualis rectæ E, ducaturque recta F L. Dico, quadratum rectæ F L, æquale esse quinque quadratis positis, *per* 47. *Primi Euclid.* ita Clavius in 47 Propos. cit. apud quem vide etiam Demonstrationem.

COROLLARIUM.

Ex dictis hactenus patet, qua ratione reperiatur quadratum æquale quotcunque rectangulis, & non rectangulis parallelogrammis; si nimirum hæc priùs reducantur ad quadrata, & quadratis inventis reperiatur quadratum æquale.

PROBLEMA VIII.

Duobus quadratis inæqualibus propositis, invenire alia duo quadrata, quæ & æqualia sint inter se, & simul sumpta duobus inæqualibus propositis simul sumptis æqualia.

Sine

Sine Instrumento.

Sint A & B latera duorum quadratorum inæqualium. Fiat angulus rectus D C E, sitque D C recta æqualis rectæ B, & C E recta æqualis rectæ A. Ductâ deinde rectâ D E, conjungente duo puncta D, E, constituantur super ipsam duo anguli semirecti D E F, E D F; coëantque rectæ D F, E F (coëunt enim, per 13. Pronunt. lib. 1. Euclid.) in F. Quoniam igitur in triangulo F D E, anguli F D E, F E D, æquales sunt; erunt & latera D F, E F, æqualia, *Per Sextam Primi Euclid.* ideoque & quadrata eorundem laterum æqualia. Dico jam, eadem quadrata linearum D F, E F, æqualia esse quadratis linearum A, & B, hoc est, quadratis linearum C E, & C D. Fig. CLIII. Ico. XXII.

DEMONSTRATIO.

Nam cùm in triangulo D E F, anguli F D E, F E D, faciant unum rectum; erit reliquus angulus F rectus. Quamobrem per 47 Primi Euclid: *erunt quadrata linearum D F, E F æqualia quadrato lineæ D E. Sed eidem quadrato lineæ D E æqualia sunt quoque quadrata linearum C D, C E,* per 47 Primi; *Igitur quadrata linearum D F, E F, æqualia sunt quadratis linearum D C, E C,* per primum Pronunciat. Lib. 1. Euclid. *ita Clavius in Scholio Propos. 47. Euclidis.*

COROLLARIUM.

Hinc colligitur quomodo datis parallelogrammis quotcunque, sive rectangulis, sive non rectangulis, constituẽdum sit æquale quadratum. Si enim parallelogramma illa cõvertas in quadrata, & hæc in unum quadratum; habebis intentum.

PROBLEMA IX.

Dato quocunque rectilineo, æquale parallelogrammum, & quadratum constituere.

Rectilineum datum resolvatur in triangula, ductis rectis ab uno angulorum, ad reliquos omnes angulos, uno excepto: triangula resolvantur in parallelogramma, per tertium Probl. secundi capitis; & parallelogramma in quadrata, per quartum hujus capitis; & quadrata in unum quadratum, per septimum hujus capitis.

CAPUT QUARTUM.

De transmutatione polygonorum rectilineorum in alias figuras.

POlygona seu multangula rectilinea sunt, omnes figuræ planæ rectilineæ, quę plures habent angulos & latera quàm quatuor, sive regularia sint, sive irregularia.

PROBLEMA I.

Polygono cuicunque dato describere aliud simile similiterque positum, majus, vel minus, in quacunque proportione, quoad latera.

Per Instrumentum facillimè.

Fig CLIV. Ico. XXII. SIt dato polygono rectilineo A F G H I describendum aliud simile similiterque positum majus, aut minus, in quacunq; proportione, v.g. in proportione quam habet recta A B, ad rectam A F. Pone figuram supra chartam Instrumenti, & productis duobus lateribus A F, A I, (si majus fieri debeat polygonum) educantur ex A per omnes alios angulos rectæ A C, A D &c. quantum libet, aut necessarium judicaveris. Deinde ex A F abscindantur A B, æquales datis rectis A B. Post hæc posito Cursore supra rectam F G, & Instrumento immoto manente, promoveatur antè, vel retro, supra punctum B notatum in latere A F producto, & ducatur juxta Cursoris latus recta B C, parallela rectæ F G. Iterum posito Cursore supra rectam G H, promoveatur supra punctum C, & ducatur recta C D. Tandem posito Cursore supra lineam H I, promoveatur supra punctum D, & ducatur recta D E. Eodem modo ulteriùs operaberis, si plura adsunt latera. Demonstratio pendet ex 29 Primi, ex quarta Sexti, & ex ipsa Constructione.

ANNOTATIO.

EOdem modo minuuntur atque augentur quæcunq; alia rectilinea polygona; imo & quadrangula, atque triangula, ut jam supra vidimus.

Sine

Sine Instrumento.

EX his facilè patet, quomodo operandum sit sine Instrumento, nempe simili prorsus ratione ducendo parallelas BC, CD, DE, lateribus FG, GH, HI, ex punctis B, C, D, E.

PROBLEMA II.

Polygono dato constituere aliud simile similiterque positum, majus, vel minus, quoad aream, secundùm datam proportionem.

Utroque modo.

SIt datum, ut antea, polygonum AFGHI, eique describendum sit aliud majus, vel minus, quoad aream seu superficiem, hoc est quoad capacitatem, secundum proportionem v. g. rectæ A ad rectam B. Operare modo dicto capite secundo Probl. 2. & Cap. 3. Probl. 2 nempe quære tribus A, B, AF, quartam proportionalem C, & inter duas AF, & C, mediam proportionalem D, & ex latere AF producto polygoni dati abscinde rectam AB æqualem rectæ D, & cætera perfice ut dictum. Ratio desumitur ex dictis locis citatis. Fig. CLV. Ico. XXII.

PROBLEMA III.

Multangulo dato æquale quadratum constituere.

Utroque modo.

IDem Problema fuit propositum ac solutum capite præcedente Probl. 9. Fig. CLVI. Ico. XXII.

Sit igitur datum multangulum seu polygonum ABCDEF, cui inveniendum æquale quadratum. Resolvatur polygonum in quotquot potest triangula, ductis ex uno angulorum v. g. A, rectis ad reliquos angulos, ad quos duci possunt. Deinde per Problema 4 Cap. 2. inquire latera, quorum quadrata sint ipsis triangulis ordine æqualia. Tandem per Problema 7. Cap. 3, fiat qua-

dratum omnibus dictis quadratis æquale; & habebis quadratum quæsitum. Ratio per se patet.

ANNOTATIO.

Multa alia ad hoc caput spectantia, leges apud alios Auctores, & præcipuè apud Clavium in Geometria practica Lib. ult. & passim in Scholiis ad Elementa Euclidis.

CAPUT QUINTUM.

De transformatione circulorum in alias figuras planas, & è contrario.

Locuti sumus hactenus de transformatione figurarum planarum rectilinearum in alias figuras planas rectilineas; nunc loquemur de transformatione curvilinearum, id est, circulorum in alias tam rectilineas, quàm curvilineas; sicut & harum in illas.

PROBLEMA I.

Dato Circulo æquale triangulum rectangulum invenire.

Cum Instrumento, & sine Instrumento.

Metire circuli dati diametrum, aut semidiametrum, si potes, & per diametrum investiga circumferentiam, per dicta Lib. 3. parte 2. proposit. 9. Deinde, semidiametrum circuli, & rectam æqualem circumferentiæ, conjunge ad angulum rectum, & duc hypothenusam; eritque triangulum rectangulum constitutum quàm proximè æquale circulo dato, per dicta loc. cit. Propos. 7.

ANNOTATIO.

Qua arte construatur triangulum æquilaterum æquale dato circulo, docet Metius in Geometria pract. par. 2. cap. 7. præcepto 8.

PRO-

PROBLEMA II.

Dato circulo æquale parallelogrammum rectangulum, & quadratum invenire quàm proximè.

Vtroque modo.

COnſtitue per præcedentem dato circulo æquale triangulum rectangulum; invento triangulo inveni æquale parallelogrammum rectangulum, per Probl. 3. cap. 2. parallelogrammo conſtitue æquale quadratum, per Probl. 4. cap. 3. & habebis quod quæritur.

PROBLEMA III.

Aliter dato circulo æquale quadratum conſtituere.

Vtroque modo.

LIbro 3. par. 2. Probl. 10. diximus, quadratum diametri ad circulum habere fermè proportionem, quam 14 ad 11. Si quis igitur volet ſecundùm hanc proportionem reperire quadratum circulo æquale; dividenda erit diameter circuli in 14 partes æquales, & ex undecima parte, excitanda perpendicularis uſque ad circumferentiam; recta enim ducta à principio diametri ad punctum, in quo prædicta perpendicularis ſecat circumferentiam, erit latus quadrati circulo æqualis. Demonſtrationem vide apud Clavium lib. 7. Geometr. pract. in Appendice num. III. in fine. In appoſita figura, AC eſt diameter, AD continet partes ejus 11 ex 14, DB eſt perpendicularis, AB eſt latus quadrati æqualis circulo, cujus diameter AC. Ex qua quidem figura ſtatim cuicunque circulo inveniri poteſt æquale quadratum, ſi nimirum ex AC abſcindatur diameter circuli oblati, & circa ipſum ſemicirculus deſcribatur, reſecabit is ex AB latus quadrati circulo æqualis, ut probat Clavius loc. cit. Fig. CLVII Ico. XXII.

PROBLEMA IV.

Adhuc aliter dato circulo æquale quadratum conſtituere.

Utro-

Vtroque modo.

F. CLVIII. Ico. XXII. INveniendum sit quadratum æquale circulo, cujus semidiameter A. Quæratur recta B, æqualis semiperipheriæ dati circuli, per dicta lib. 3. par. 2. Probl. 7. & 9. & inter A & B accipiatur media proportionalis C, *per Proposit. decimam tertiam Libri Sexti Euclidis, aut per Lemma 3. Capitis primi.* Dico, quadratum rectæ C, fore æquale circulo cujus semidiameter A.

DEMONSTRATIO.

QVoniam enim, per dicta Lib. 3. par. 2. Probl 7. Coroll. 1. rectangulum comprehensum sub semidiametro A, & semiperipheria B, æquale est circulo, cujus radius A; & per Proposit. 17. Lib. 6. Euclid. *quadratum rectæ C, æquale est rectangulo eidem ex A & B; constat propositum.*

PROBLEMA V.

Dato quadrato constituere circulum quàm proximè æqualem.

Vtroque modo.

SIt datum quadratum C B A D, cui circulus æqualis sit describendus In figura Problematis 3. præcedentis, ex recta A B abscindatur recta A E, dati quadrati lateri æqualis. Et ex E ducatur ad A B, perpendicularis E F, secans A C in F. Eritque circulus diametri A F, quadrato lateris A E æqualis.

Fig. CLIX. Ico. XXII.

DEMONSTRATIO.

DVo triangula, A E F, A B C, sunt æquiangula, quia angulus A est communis, angulus A E F æqualis est angulo A B C, per 31 Tert. *cùm uterque sit rectus, utpote in semicirculo, ac proinde E F, B C parallelæ sunt,* per 28 Primi, *ideoque & duo anguli A F E, A C B æquales sunt. Vt ergo B A ad A C, ita E A ad A F: sed quadratum lateris B A est æquale circulo diametri A C, ut diximus Probl. 3. & probat Clavius loco cit. ergo &c.*

PRO-

PROBLEMA VI.

Circulum cuicunque rectilineo dato æqualem constituere.

COnstrue quadratum dato rectilineo æquale, per Probl. 3. Cap. præced. Deinde per antecedentem Propositionem describe circulum dicto quadrato æqualem.

COROLLARIUM.

Hinc colligitur, qua ratione dato parallelogrammo æqualis circulus constituatur; si nimirum parallelogrammum datum priùs convertatur in quadratum, per Probl. 4. aut 5. Capitis tertii, hujus Libri; & deinde quadrato fiat æqualis circulus, per paulò antè dicta.

PROBLEMA VII.

Pluribus circulis datis describere unum circulum æqualem.

COnverte singulos circulos in singula quadrata, per Probl. 2. aut 3, aut 4. hujus capitis; & omnibus quadratis constitue unum quadratum æquale, per Probl. 7. capitis tertii hujus Libri. Huic quadrato si circulum æqualem constitueris, per Problema quintum hujus capitis, habebis quod quærebatur, non quidem exactè, sed quàm proximè.

PROBLEMA VIII.

Dato circulo figuram rectilineam æqualem construere.

FAc dato circulo æquale quadratum, per Problema secundum, aut tertium, aut quartum hujus; quadrato autem fac rectilineum æquale, & simile alteri rectilineo dato, per 25. Sexti Euclid. eritque hæc figura rectilinea constituta circulo dato æqualis.

PROBLEMA IX.

Circulum in quavis proportione data augere, vel minuere.

Fig. CLX. Ico. XXIII. CUm circuli inter se sint, ut à diametris descripta quadrata, *per 2. Duodecimi.* circulos datos non aliter augebimus, vel minuemus, quàm ipsa diametrorum quadrata. Sit itaque datus circulus ad diametrum A B descriptus, oporteatque alium describere, ad quem idem circulus datus eandem habeat rationem, quam recta D ad rectam E. Tribus lineis D, E, & A B, inveniatur quarta proportionalis F, *per 12 Sexti, aut Lemma 5. cap. primi hujus lib.* Deinde inter A B, & E, inquiratur media proportionalis G H, *per 13 Sexti, & Lemma 3. primi hujus.* Circulus circa diametrum G H descriptus, erit is, qui quæritur; hoc est, circulus datus cujus diameter A B, habebit eandem proportionem ad circulum, cujus diameter G H, quam habet D ad E. Simili ratione minuetur circulus.

ANNOTATIO.

Quòd si circuli sector, vel sectio sit augenda, aut minuenda, compleatur circulus, & in data ratione augeatur, vel minuatur; eademque omnino erit ratio circulorum, atque eorundem similium partium. Vt autem constituantur sectiones & sectores similes, necesse est, ut ad circulorum centra anguli constituantur æquales.

PROBLEMA X.

Circulum duplicare, triplicare, vel quavis proportione æquali augere, ac minuere.

Fig. CLXI. Ico. XXIII. E Centro A descriptus sit circulus B E C D, qui sit duplicandus, triplicandus, quadruplicandus &c. Dirime circulum datum duabus diametris, orthogonaliter sese intersecantibus in centro A, in quatuor quadrantes, & diameter C B ad partes B prolongetur. Deinde recta connexa D B assumatur in diametro prolongata ab A centro usque in F, & ad intervallum A F describatur circulus. Erit is ad priorem duplus.

DE-

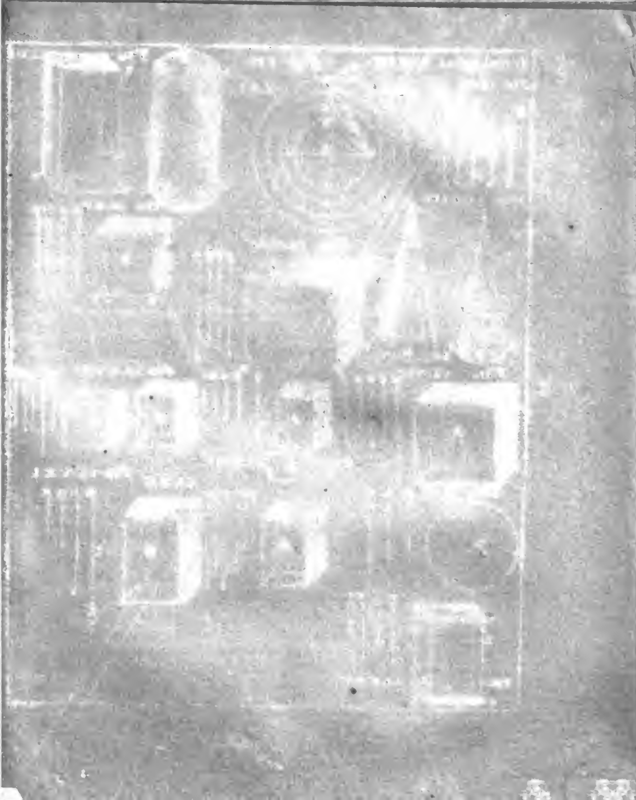
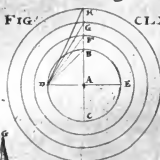
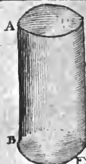
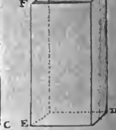
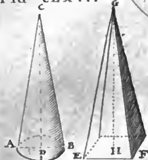


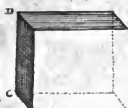

FIG CLX
B
K
A D E F G

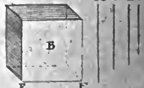

FIG CLXI
H
G
F
B
D
A
E
C

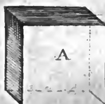

A
B
C

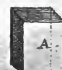

FIG CLXII
F
D
E

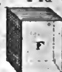

FIG CLXIII
C
G
A
D
B
E
H
F


FIG CLXIV
D
C
B
A
E F G D
C
B


FIG CLXV
A C E D
B
E
F
D
B


FIG CLXVI
A


A


FIG CLXVIII
F


G

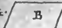
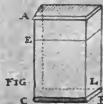

FIG B CLXVII


FIG CLIX A C D
B




A


CLXX
H
FIG CLXXI
A D G H
I


A
E
FIG
L
C
B


H G K I
CLX XII

DEMONSTRATIO.

Circuli inter se sunt, ut proximè dicebam ex secunda Duodecimi, ut à diametris quadrata, & consequenter ut quadrata à semidiametris. Sed quadratum D B duplum est quadrati D A, vel B A, per 47. Primi: *Ergo & circulus semidiametri A F duplus est circulo semidiametri A B.*

Rursus sumatur distantia F D, & transferatur è centro A in G; erit circulus ex A G descriptus priori triplus. Si rursus D G transferatur ex A in H, & circulus ad radium A H describatur; erit is priori quadruplus. Atque ita quoties idem hoc feceris, circulum semper augebis. Contraria ratione minuitur circulus. Ratio colligitur ex demonstratione facta.

CAPUT SEXTUM.

De transmutatione figurarum solidarum in alias figuras solidas.

Solidarum figurarum definitionem, saltem aliquarum, disces ex Libro quinto Stereometrico. Hîc breviter agemus de illis ad invicem transmutandis, augendis, ac minuendis.

Pantometrum nostrum tunc locum hîc habet, quando latera solidorum, hoc est, superficies, converti debent in alias figuras planas.

PROBLEMA I,

Datum cylindrum in parallelepipedum æquale ejusdem altitudinis convertere; & datum parallelepipedum in cylindrum æqualem ejusdem altitudinis.

Datus sit cylindrus A B C, in parallelepipedum æquale ejusdem altitudinis convertendus. Fiat basi circulari B C, æquale quadratum E D, per Problema secundum, aut tertium, aut quartum præcedentis capitis, erectisque super E D ad angulos rectos planis, fiat parallelepipedum D F habens eandem altitudi- F. CLXII. Ico.XXIII.

nem cum dato cylindro A C; eritque cylindro, qui ex B C circulo fit in altitudinem B A, æquale parallelepipedum, quod fit ex quadrato D E, circulo æquali, in altitudinem E F, quæ ipsi A B est æqualis.

Quòd si datum sit parallelepipedum F D, cui oporteat cylindrum æqualem in æquali altitudine constituere; fiat primò circulus B C, ipsi basi D E æqualis, per Problema quintum præcedentis capitis. Deinde erigatur cylindrus in eadem altitudine: & habebitur intentum.

DEMONSTRATIO.

Basis B C est æqualis basi E D, & altitudo B A altitudini E F, ex suppositione; & è contrario: Cùm ergo tam cylindrus, quàm parallelepipedum, producatur ex ductu basis in altitudinem, ut constat ex Libro quinto Probl. 1. fiet ex multiplicatione seu ductu B C in B A, cylindrus æqualis parallelepipedo facto ex ductu D E in E F.

COROLLARIUM.

Simili ratione convertetur cylinder & parallelepipedum in quodlibet prisma ejusdem altitudinis; & è converso: si nimirum basi cylindri vel parallelepipedi fiat æqualis basis futuri prismatis, & super ipsam exstruatur prisma eiusdem altitudinis cum cylindro aut parallelepipedo.

PROBLEMA II.

Dato cono æqualem pyramidem ejusdem altitudinis constituere; & vicissim pyramidi conum æqualem ejusdem altitudinis.

F.CLXIII. Ico.XXIII. Datus sit conus A B C, convertendus in pyramidem E F G, quotcunque laterum. Construatur planum rectilineum, sive triangulum sit, sive quadrangulum, sive multangulum, æquale basi coni dati A B, per dicta capite præcedenti: Deinde super rectilineum illud construatur pyramis, eiusdem cum cono dato altitudinis; & habebis quod quæritur.

Si pyramis convertenda sit in conum, describendus est circulus æqualis basi pyramidis, & super circulum construendus conus ejusdem cum pyramide altitudinis.

DE-

DEMONSTRATIO.

Ex ductu basis A B, in altitudinem D C, producitur cylindrus, cujus tertia pars est conus A B C: ex ductu item basis E F in altitudinem H G, producitur prædicto cylindro æquale parallelepipedum, cujus tertia quoque pars est pyramis E G F H, ut diximus in Libro quinto, Probl. IV. Ergo constat propositum.

PROBLEMA III.

Dato prismati, vel cylindro, æqualem sub eadem altitudine pyramidem vel conum construere; & è converso, data pyramidi vel cono æquale prisma, vel cylindrum ejusdem altitudinis.

Basis prismatis vel cylindri dati triplicitur, hoc est, sub ratione tripla augeatur, per ea, quæ diximus supra capite 2, 3, 4, & 5, & super eadem basi triplicata extruatur pyramis, vel conus, ad altitudinem ipsius prismatis, vel cylindri; & factum erit quod in prima parte petitur.

Vice versâ, si data pyramis, vel conus datus, in æquale prisma, vel cylindrum, eiusdem tamen cum pyramide, vel cono altitudinis, transmutandi sint, minuenda erit basis ipsius pyramidis, vel coni dati, sub præfata ratione tripla, & supra ipsam erigēdum prisma vel cylindrus, ad ipsius pyramidis, vel coni altitudinem.

DEMONSTRATIO.

Si supra basin triplo majorem, quàm sit basis prismatis, aut cylindri, erigatur prisma, aut cylindrus ejusdem altitudinis cum dato prismate, aut cylindro, consurgit prisma triplo majus priori prismate, & cylinder triplo major priori cylyndro, per Propol. 6 & 11 Lib. Duodec. Euclidis. *Cùm ergo pyramis & conus supra triplicatas illas bases constructi, sint tertia pars dicti prismatis, & cylindri triplicati:* per Corollarium Proposit. 7. Libri duodecimi Euclid. & per Proposit. 10 eiusdem: *erunt ij æquales priori prismati & cylindro,* per Propolit. 9 Libri quinti Euclid. *Contraria est ratio secundæ partis.*

COROLLARIUM I.

QVia igitur per Problema secundum & tertium hujus capitis omne prisma in cylindrum, & pyramis in conum converti potest; & contrà, cylindrus in prisma, & conus in pyramidem: Item cylindrus in conum, & prisma in pyramidem; & contrà, conus in cylindrum, & pyramis in prisma converti potest: fit ut indifferenter tam cylindrus, quàm prisma transmutari possit in pyramidem, aut conum; ac pyramis in cylindrum aut prisma æquale.

COROLLARIUM II.

EX dictis patet, quamlibet pyramidem & conum, item quodlibet prisma & cylindrum posse transmutari in parallelepipedum rectangulum, cujus basis sit quadrata. Nam si juxta præcedentia præcepta pyr, amis conus, cylinder in prisma qualecunque transmutetur, & quadratum ejusdem prismatis basi æquale construatur, & super illud in eadem altitudine parallelepipedum rectangulum extruatur; erit hoc prismati, ac proinde pyramidi, cono, vel cylindro dato æquale, per secundum Coroll. Proposit. 7 Libri duodecimi Euclidis.

PROBLEMA IV.

Datum cylindrum, vel prisma; similiter datum conum, vel pyramidem, cuiuscunque altitudinis, in æqualem cylindrum &c. sub data qualibet alia altitudine, & supra basem quotcunque angulorum revocare.

IN proportione quam data altitudo habet ad altitudinem propositi solidi, augeatur vel minuatur basis ejusdem solidi, per ea quæ diximus Capite secundo, tertio, quarto, & quinto. Nam solidum supra hanc basem auctam vel diminutam secundùm datam altitudinem constructum, erit id quod quæritur: Erit enim æquale dato solido, *per Propos. 15 & 9. Duodec. Lib. Euclidis*, quandoquidem altitudines cum basibus reciprocæ sunt.

Quòd

Quod si basi constructi solidi fiat æqualis basis quotcunque angulorum, & supra eam construatur solidum sub data altitudine; erit hoc etiam solidum proposito solido æquale.

PROBLEMA V.

Dato parallelepipedo rectangulo æqualem cubum construere.

SI datum parallelepipedum habuerit basin quadratam, tunc per Lemma IV. Capitis primi, hujus Libri, inveniantur duæ mediæ proportionales inter ipsius parallelepipedi dati altitudinem, atque ejusdem basis quadratæ latus; atque ex ea media proportionali, quæ eidem basi vicinior fuerit, fiat cubus; eritque hic parallelepipedo dato æqualis. F. CLXIV. Ic. XXIII.

Si verò datum parallelepipedum non habuerit basin quadratam, sed oblõgam, tunc per dicta Probl. 4. Capitis tertij, hujus Libri, converte basin in quadratum, hoc est, inquire latus quadrati eidem basi æqualis. Deinde inter altitudinem parallelepipedi dati, & latus quadrati inventi, quære duas medias proportionales. Tandem ex ea media proportionali, quæ vicinior est lateri quadrati inventi, cubus construatur; qui erit dato parallelepipedo æqualis.

Sit gratiâ exempli parallelepipedum datum A B C D, cujus altitudo C D, latitudo B C, longitudo A B; oporteatque ipsi parallelepipedo æqualem cubum constituere. Inveniatur basis A C latus tetragonicum sive quadratum, hoc est, linea recta, cujus quadratum æquale sit basi A C; quæ quidem linea recta sit E. Deinde inter rectas E & C D, binæ proportionales mediæ inveniantur, F, G Ajo, quòd cubus ipsius rectæ lineæ F, æqualis sit dato parallelepipedo A D.

DEMONSTRATIO.

CVm enim parallelepipedum A D æquale sit parallelepipedo, cujus basis est quadratum ex recta E, & altitudo C D, per 31, Undecimi Euclidis, *eidemque parallelepipedo sub quadrata basi recta E, & sub altitudine C D, sit,* per 34 Undecimi Euclidis, *æqualis cubus ex recta F, pro-*

propterea quòd ut basis cubi ex F (nempe quadratum rectæ F) *ad quadratum ex E, ita sit,* per corollarium Proposit. 20. Libri Sexti Euclidis, *recta C D, nempe altitudo parallelepipedi prædicti, ad F, altitudinem cubi ex recta F, (quæ quidem proportio est reciproca basibus & altitudinibus;) erunt quoque inter se æquales cubus ex recta F, & parallelepipedum A D.*

COROLLARIUM I.

Cylindro & Prismati æqualem cubum constituere.

Colligitur hinc primò, quomodo cylindro & prismati dato construatur æqualis cubus. Si enim juxta Propositionem primam hujus Capitis fiat dato Cylindro aut prismati æquale parallelepipedum, & per præsentem Propositionem facto parallelepipedo fiat æqualis cubus; erit hic æqualis cylindro dato.

COROLLARIUM II.

Cono & pyramidi æqualem cubum facere.

Colligitur secundò, quomodo cono & pyramidi datis, æqualis cubus construatur; si nimirum cono, & pyramidi fiat æquale parallelepipedum, per Corollarium secundum Propositionis tertiæ hujus; & deinde parallelepipedo fiat æqualis cubus.

PROBLEMA VI.

Dato cubo æquale parallelepipedum rectangulum construere in altitudine data, vel supra datam basem.

F. CLXV. Ic. XXIII. Sit datus cubus B, & altitudo data sit A, sub qua construendum sit parallelepipedum rectangulum æquale dato cubo B. Esto C recta linea æqualis uni lateri cubi B, fiatque ut A ad C, sic C ad D, hoc est, altitudini A datæ, & lateri C cubi propositi, Inveniatur tertia proportionalis D, per dicta hoc eodem Libro cap. 1. Lemmate. 3. atque inter C & D rectas lineas inveniatur media proportionalis E, per dicta eodem Lemmate tertio capitis primi hujus.

jus Libri. Dico, parallelepipedum, cujus basis æqualis sit quadrato ipsius E, & altitudo æqualis ipsi A, æquale esse dato cubo B.

DEMONSTRATIO.

C*Vm enim per constructionem, tres rectæ C, E, D, sint continuè proportionales, erit,* per Corollarium Proposit. 20 Libri Sexti Euclidis, *quadratum ipsius C, ad quadratum ipsius E, ut C ad D, velut A ad C (ex constructione enim est ut A ad C, ita C ad D:) hoc est, ut quadratum seu basis cubi B, ad quadratum ex E, quod volumus esse basin parallelepipedi construendi: ita erit recta A, quæ debet esse altitudo ejusdem parallelepipedi, ad C altitudinem cubi B, hoc est, bases cum altitudinibus erunt reciprocæ. Quare,* per Propositionem 34 Libri. 11. Euclidis, *parallelepipedum habens basin æqualem quadrato E, & altitudinem æqualem datæ rectæ A, æquale erit dato cubo B.*

Sit deinde data basis B D; quæ si non est parallelogrammum, revocetur ad parallelogrammum æquale, per dicta in præcedentibus Capit. 2,3,4, & 5. Et quam proportionem habet basis B D, ad basim cubi dati, eam habeat latus cubi E F ad rectam A (quod fiet si supra latus cubi E F fiat rectangulum æquale basi B D, & super alterum latus hujus rectanguli aliud rectãgulum æquale quadrato lateris cubi E F. Nam tunc erit, ut primum rectangulum, hoc est, basis B D, ad secundum rectangulum, id est, ad quadratum, vel basem cubi; ita primi rectanguli basis, videlicet E F, ad basem secundi rectanguli.) Nam si supra basem B D erigatur parallelepipedum in altitudine A, erunt parallelepipedum & cubus æqualia, quippe cùm bases & altitudines sint reciprocæ ex constructione.

Porisma.

SI fiat rectangulum sub rectis C & D, & super ipsum construatur parallelepipedum rectangulum ad altitudinem A: erit similiter hujusmodi parallelepipedum æquale cubo B, quoniam rectangulum prædictum sub C & D, æquale est quadrato sub E, *per proposit. 17. Lib. 6. Euclid.*

COROLLARIUM I.

Dato cubo æquale parallelepipedum non rectangulum invenire in data altitudine.

Hinc colligitur, qua ratione dato cubo construendum sit parallelepipedum non rectangulum æquale sub data altitudine.

COROLLARIUM II.

Colligitur præterea, quomodo cuilibet cylindro, prismati, cono, ac pyramidi construi possit æqualis cubus; si nimirum dictis solidis constituatur æquale rectangulum parallelepipedum, per dicta in præcedentibus; & huic deinde fiat æqualis cubus, & cubo æquale parallelepipedum rectangulum sub data altitudine.

PROBLEMA VII.

Dato parallelepipedo quod non sit cubus, sub data altitudine æquale parallelepipedum construere.

F. CLXVI. Ic. XXIII. Datum parallelepipedum non cubicum sit A, & data altitudo sit linea B, & linea C sit æqualis altitudini dati parallelepipedi A. Inveniatur latus quadrati æqualis basi parallelepipedi A, & sit recta D: fiatque ut B ad C, ita D ad E, hoc est, ipsis B, C, D, inveniatur quarta proportionalis, per Lemma 5 Capitis primi, hujus Libri; tandemque inter D & E inveniatur media proportionalis F, per Lemma tertium Capitis primi hujus Libri. Ajo, parallelepipedum habens altitudinem æqualem ipsi B datæ rectæ lineæ, basim verò æqualem quadrato rectæ lineæ F, esse æquale dato parallelepipedo A.

DEMONSTRATIO.

Quia enim ex constructione, ut D ad F, ita est F ad E; erit, per corollar. Proposit. 20. Libri Sexti Euclidis, *quadratum ipsius D, ad quadratum ipsius F, ut D ad E, vel ut B ad C,* per Proposit. 11 Libri Quinti Euclidis. *At quadratum ipsius D, per constructionem est æquale basi parallelepipedi A: Igitur,* per Proposit. 34 Lib. 11. Euclid. *paral-*

rallelepipedum habens altitudinem æqualem rectæ lineæ B, basim autem ipsius F quadrato æqualem, æquale erit dato parallelepipedo A, quia altitudines basibus sunt mutuæ.

PROBLEMA VIII.

Dato quocunque parallelepipedo excitare super dato plano quadrangulo, æquale parallelepipedum.

Parallelepipedum datum sit A, datumque planum quadrangulum B; sitque super B erigendum parallelepipedum æquale dato A. Inveniantur, per Propositionem ultimam Lib. 2. Euclidis, duæ rectæ C, & D, quarum quadrata sint æqualia quadrangulo B & basi parallelepipedi A, & ipsis C. D, proportionalis fiat tertia E, per dicta hoc Libro capite primo Lemmate tertio; tandemque altitudini parallelepipedi A æqualis fiat F; & ut C ad E, sic fiat F ad G. Ajo, parallelepipedum habens pro basi quadrangulum B, altitudinem autem G, æquale esse dato parallelepipedo A. Fig. CLXVII. Ic. XXIII.

DEMONSTRATIO.

Quia enim tres rectæ lineæ, C, D, E, sunt ex hypothesi continuè proportionales, erit, per Coroll. Propos. 20. lib. 6. Euclidis, *sicut quadratum ipsius C, ad quadratum ipsius D, ita C ad E, seu F ad G. Est autem per constructionem, quadratum ipsius C, æquale quadrangulo B; & quadratum ipsius D, æquale basi parallelepipedi A; atque F recta linea, æqualis altitudini parallelepipedi A. Igitur parallelepipedum habens basin B, & altitudinem æqualem ipsi G, æquale est dato parallelepipedo A,* per Proposit. 34. Libri undecimi Euclidis.

COROLLARIUM.

Ex dictis colligitur, quomodo convertendus sit cylinder, Prisma, Conus, Pyramis sub altitudine data, in rectangulum parallelepipedum. Quoniam enim, per Propositionem primam, secundam, & tertiam hujus capitis, cuilibet cylindro, prismati, cono, ac pyramidi, construi potest æquale parallelepipedum; si huic parallelepipedo, per Propositionem quintam & sextam hujus capitis, fiat æquale parallelepipedum sub data altitudine vel base data; revocatus erit cylindrus, prisma, conus, ac pyramis in parallelepipedum æquale sub data altitudine.

PROBLEMA IX.

Data sphæra æqualem cubum construere.

ARchimedes lib. 1. de sphæra & cylindro Proposit. 32. demonstrat, quòd cylindrus rectus, cujus basis est, maximus sphæræ oblatæ circulus, & altitudo diametro ejusdem sphæræ æqualis, habeat sesquialteram proportionem ad sphæram. Habet autem idem cylindrus ad cylindrum ejusdem basis, cujus altitudo contineat duas tertias diametri sphæræ, proportionem quoque sesquialteram, per Proposit. 14 Libri undecimi Euclidis. Si igitur fiat hujusmodi cylindrus, & cylindro fiat æquale parallelepipedum, per Propositionem primam hujus capitis, parallelepipedo verò æqualis cubus, per Proposit. 4 hujus ejusdem capitis; habebitur quod quæritur, *per Proposit. 9. Libri. 15. Euclidis.*

PROBLEMA X.

Dato cubo æqualem sphæram construere.

DAto cubo tanquam prismati, constituatur æqualis cylindrus, per Propositionem tertiam hujus capitis. Deinde constituatur sphæra constructo cylindro æqualis, hoc est, constituatur sphæra habens diametrum sesquialteram altitudinis cylindri, id est, sphæræ axis comprehendat in se altitudinem cylindri semel, ac insuper ejus dimidiam partem. Hæc enim sphæra cylindro, ac proinde & cubo dato coæquabitur; propterea quòd cylindrus ejusdem basis altitudinem habens æqualem diametro sphæræ, sesquialter est tam prioris cylindri, quàm datæ sphæræ, *per* 14. *Duodecimi Euclidis, & 32. Libri primi de sphæra & cylindro Archimed.*

ANNOTATIO.

QVæ diximus hac Propositione, non sunt vera præcisè & geometricè: talia enim essent, si cylindrus dato cubo factus æqualis, per Propositionem tertiam hujus capitis, haberet diametrum basis æqualem altitudini, cujus hìc semper contrarium imperatur: est enim diameter circuli minor, & altitudo lateri cubi æqualis.

PRO-

PROBLEMA XI.

Aliter data sphæra æqualem cubum constituere.

Diameter datæ sphæræ sit A, circa quam circulus in data sphæra maximus describatur, eique inveniatur æquale quadratum, per Propositionem secundam, tertiam, aut quartam Capitis quinti hujus Libri, cujus latus sit B; accipiaturque linea C æqualis duabus tertiis partibus ipsius diametri A; atque inter B & C inveniantur duæ mediæ continuè proportionales D, & E; atque super D describatur cubus F. Dico, hujus cubum esse æqualem datæ sphæræ. C LXVIII. Fig. Ico. XXIII.

DEMONSTATIO.

Fiat enim parallelogrammum G. cujus quadrata basis sit æqualis quadrato ipsius B, hoc est, area circuli maximi in proposita sphæra, habeatque altitudinem ipsi C æqualem, nempe duabus tertiis partibus diametri ejusdem data sphæra: eritque, per ea quæ demonstrat Villalpandus tom. 3. par. 2. lib. 1 cap. 4. Proposit. 6. & Clavius lib. 7. Geometr. pract. Proposit. 16. solidum G ipsi sphæra æquale. Eidem autem æqualis est cubus F. Nam quoniam quatuor lineæ, B, D, E, C, sunt continuè proportionales, erit, per Corollar. Proposit. 20. Libri Sexti Euclidis, *quadratum ipsius B, nempe basis solidi G, ad quadratum ipsius D, nempe basin cubi F, sicut B ad E. Est autem permutando, sicut B ad E, ita D altitudo cubi F, ad C altitudinem solidi G. Habent ergo solida G & F bases cum altitudinibus reciprocas, & idcirco sunt inter se æquales*, per 34 Undecimi Euclid.

PROBLEMA XII.

Aliter dato cubo æqualem sphæram invenire.

Latus dati cubi sit A, & intelligatur sphæra B, cujus diameter sit æqualis lateri A, eique inveniatur æqualis cubus, per præcedentem Propositionem, cujus latus sit C. & fiat sicut C latus cubi, ad diametrum ipsius sphæræ B, hoc est, ad A, ita ipsum latus A dati cubi ad D. Dico, sphæram circa diametrum D descriptam, æqualem esse cubo dato A. F. CLXIX. Ico. XXIII.

DEMONSTRATIO.

INtelligantur enim quatuor lineæ proportionales, C prima ad secundam A, ut diameter B, hoc est, ut A tertia ad D quartam, juxta constructionem: eruntque ipsis insistentia solida cubica similia etiam proportionalia, per 37. Libri Undecimi Euclidis. *At sphæra ad sphæram habet eandem rationem, quam cubus super diametrum primæ sphæræ ad cubum super diametrum secundæ, ut demonstrat Villalpandus loco cit. Cap. 1. Lemmate 2. quoniam demonstratum est ab Euclide Proposit.* 18. *Duodecimi, sphæras inter se esse in triplicata ratione diametrorum; qua etiam ratione se habet cubus ad cubum,* per 33. Undecimi Euclid. *Ergo sicut cubus super C, ad cubum super A descriptum; ita sphæra B, ad sphæram, quæ super D describeretur: & permutando,* per 16. Quinti Euclidis, *ut cubus super C, ad sphæram B, ita cubus super A, ad sphæram super D descriptam. Sed cubus super C, positus est æqualis sphæræ B; ergo & cubus A erit æqualis sphæræ D.*

PROBLEMA XIII.

Sphæræ datæ construere æquale solidum rectangulum supra basim quotcunque angulorum; & è contrario.

SPhæræ datæ fiat æqualis cubus, per nonam hujus; & basi cubi fiat æqualis figura quotcunque laterum, sive ea regularis sit, sive non, per 25. Sexti Euclidis, & supra hanc figuram erigatur solidum rectangulum ad altitudinem cubi; erit solidum hoc æquale cubo constructo, *per 2. Corollar. 7ᵃᵉ Duodecimi.*

PROBLEMA XIV.

Sphæræ datæ æqualem pyramidem facere.

QUia cuicunque prismati construi potest pyramis æqualis, per Probl. 3. hujus; si sphæræ fiat æqualis cubus per nonum hujus; & cubo tanquam prismati fiat æqualis pyramis; erit eadem pyramis sphæræ æqualis.

PRO-

PROBLEMA XV.

Sphæra data æqualem cylindrum facere.

ARchimedes lib. 1. de ſphæra & cylindro, Propoſit. 32. demonſtrat, cylindrum rectum, cujus baſis eſt maximus ſphæræ datæ circulus, & altitudo diametro ejuſdem ſphæræ æqualis, ſeſquialteram habere proportionem ad ſphæram, hoc eſt, eſſe ut 3 ad 2. Habet autem idem cylindrus ad cylindrum ejuſdem baſis, cujus altitudo contineat duas tertias diametri ſphæræ, proportionem quoque ſeſquialteram: Ergo poſterior hic cylindrus eſt æqualis ſphæræ.

PROBLEMA XVI.

Data ſphæra æqualem Conum facere.

QUoniam cuilibet cylindro conus fieri poteſt æqualis, per Problema tertium hujus capitis; Si cylindrus extruatur ſphæræ æqualis, per præcedens Problema, ſupra baſem videlicet maximo circulo in ſphæra æqualem, & cujus altitudo contineat duas tertias diametri; deinde huic cylindro æqualis conus fiat: conſtitutus erit conus datæ ſphæræ æqualis.

PROBLEMA XVII.

Sphæram cuilibet corpori regulari æqualem conſtruere.

CUbo æqualis ſphæra conſtruitur per dicta Problemate decimo & duodecimo.

Tetraëdro ſive Pyramidi regulari æqualis ſphæra conſtruitur, ſi Pyramidi fiat Parallelepipedum æquale, per Problema tertium hujus Capitis, & huic parallelepipedo fiat cubus æqualis, per Problema quintum hujus Capitis; & tandem huic cubo fabricetur ſphæra æqualis, per Problema 10 & 12 hujus Capitis.

Octaëdro, Dodecaëdro, & Icoſaëdro fiet æqualis ſphæra hac ratione. Omnibus baſibus cujuslibet corporis regularis ex his tribus, fiat quadratum æquale, reducendo nimirum quamlibet

bet basim in quadratum, per Problema nonum Capitis tertii hujus Libri; & deinde omnibus basibus in quadrata reductis inveniendo unum quadratum æquale omnibus quadratis, per Problema 7. Capitis tertii, hujus Libri. Deinde super hoc quadratum fiat pyramis habens altitudinem æqualem perpendiculari è centro corporis ad quamlibet basim ductæ, hoc est, altitudini unius pyramidis ex iis, in quas corpus dividitur è centro. Erit hæc pyramis, *per Sextam Duodecimi*, corpori regulari æqualis, quippe cùm, *per nonam Quinti*, ita se habeat tam pyramis hæc quadrilatera ad unam pyramidem corporis regularis, quàm omnes pyramides corporis regularis ad unam pyramidem, ut basis illius, vel bases omnium pyramidum corporis, ad unam basem; propterea quòd in Octaëdro proportio est utrobique octupla, in Dodecaëdro duodecupla, in Icosaëdro vigecupla. Quare si toti illi pyramidi construatur cubus æqualis, eo modo, quo diximus paulò antè de Tetraedro; atque huic tandem cubo sphæra æqualis fabricetur; erit eadem sphæra illi pyramidi, hoc est, corpori regulari æqualis.

PROBLEMA XVIII.

Datis duobus aut pluribus cubis, unum æqualem facere.

SI dati cubi duo, vel plures, fuerint inter se æquales, facilè in unum cubum coagmentabuntur, si duæ quævis lineæ accipiantur, quarum una alteram toties contineat, quot sunt cubi adsignati, ac mox cubus unus inveniatur, per Problema vigesimum sequens, qui habeat ad unum ex dictis cubis eam rationem, quam major linea habet ad minorem: cubus enim ejusmodi inventus æqualis erit omnibus datis.

Si dati cubi sint inæquales, construatur, *per Problema octavum hujus capitis*, supra basem superiorem primi cubi parallelepipedum rectangulum secundo cubo æquale, ut fiat unum parallelepipedum duobus cubis æquale: & supra hujus parallelepipedi basem superiorem aliud parallelepipedum æquale tertio cubo; & sic deinceps, si plures adsint cubi: his enim factis, constructum erit parallelepipedum omnibus propositis cubis æquale. Huic ergo

ergo si fiat cubus æqualis, *per Probl. 5. hujus capitis*, habebis quod quærebas.

PROBLEMA XIX.

Cubum quotlibet figuris solidis non cubis æqualem facere.

EAdem arte quotlibet figuris solidis non cubis, construetur cubus æqualis, si nimirum omnia revocentur ad unum parallelepipedum, per Problemata hujus Capitis, & hoc tandem ad æqualem cubum. Sic sphæra una invenietur, datis quotlibet sphæris inter se æqualibus, æqualis, per Problema sequens. Pluribus verò sphæris non æqualibus inter se fiet una sphæra æqualis, si singulis fiant singuli cubi æquales, *per 11. Probl. hujus*, & deinde omnibus cubis fiat unus cubus æqualis, per præcedens Problema; & tandem huic cubo fiat æqualis sphæra, *per decimum Problema hujus Capitis.*

PROBLEMA XX.

Dato solido simile solidum in data ratione majus vel minus constituere.

SIt Solidum datum A, eique constituendum sit solidum aliud simile, ad quod datum solidum A se habeat, ut B ad C. Ipsius igitur solidi A lateri cuipiam æqualis sumatur recta linea D, & ut B ad C, sic fiat D ad E; atque inter D, E, duæ rectæ inveniantur mediæ proportionales F, G, *per Lemma quartum capitis primi hujus Libri*: atque super recta linea ipsi G æquali constituatur solidum H, simile & similiter positum solido A dato, *per 27. Vndecimi.* Et quia, *per 33. Vndecimi, & ejus Corollar.* si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, sicut prima ad quartam, sic est, quod ex prima solidum, ad id quod ex secunda, simile similiterque positum. Igitur solidum A, ad solidum H, erit ut D ad E: hæc autem posita fuit, ut data B ad C. Dato ergo solido A, sub data ratione, constitutum est simile solidum H. F. CLXX. Ico. XXIII.

ANNOTATIONES.

I.

EAdem prorsus ratione augebis in data proportione sphæram, aut minues, eo tantùm excepto, quòd pro latere dati solidi accipiatur diameter sphæræ.

II. *Cylindro dato similem cylindrum in data ratione majorem vel minorem constitues, si juxta præcedentia Problemata ipsi cylindro æquale constituatur solidum, quod juxta præsens augeatur vel minuatur, eique rursus cylindrus constituatur æqualis, per eadem præcedentia Problemata. Vel certè diametro basis cylindri dati accipiatur æqualis recta, v. g. D in præcedenti diagrammate; inveniaturque ut priùs, recta G; ea enim erit diameter basis cylindri, quem oportet constituere; qui quidem tunc erit priori similis, si ei tribuatur altitudo, ad quam altitudo dati cylindri eandem habeat proportionem, quam diameter basis cylindri dati ad diametrum G inventam.*

PROBLEMA XXI.

Ex cubo majori detrahere cubum minorem; residuoque cubum æqualem facere; idemque in solidis aliis efficere.

Primus modus.

SUpra basem majoris cubi construatur parallelepipedum cubo minori æquale. Deinde ex latere cubi majoris abscindatur recta æqualis altitudini constructi parallelepipedi. Si enim per punctum abscissionis ducatur planum basibus cubi parallelum, detractum erit parallelepipedum parallelepipedo constructo (cùm habeat eandem basim, & altitudinem cum illo,) hoc est, minori cubo æquale. Si jam reliquo parallelepipedo fiat cubus æqualis, per Problema quintum hujus capitis, factum erit, quod proponitur.

Secundus modus.

ad F. CLXXI. SIt A C latus cubi majoris, D F latus cubi minoris. Fiat ut A C
ad co. XXIII. ad D F, ita D F ad tertiam lineam G, & tertia G ad quartam H.
Dein-

Deinde ex A C altitudine majoris cubi auferatur C I, ipsi H quartæ æqualis; ducaturque superficies per I punctum, basi cubi majoris parallela. Auferet hæc ex cubo majori, solidum dato cubo minori æquale. Residuum cubi majoris converte in cubum, & habebis intentum. Demonstrationem vide apud Villalpandum tomo primo par. 2. lib. 1. cap. 5. Propos. 14.

ANNOTATIO.

Non aliter procedendum in solidis rectangulis, quoad utrumque modum. Imò per primum modum idem fieri potest in quibuslibet solidis figuris, si priùs reducantur ad parallelepipeda rectangula (quando non sunt parallelepipeda) & deinde hæc ad cubos reducantur, & minores cubi à majoribus auferantur, ut dictum, residuaq; in cubos commutentur.

Simili modo ex majori sphæra minorem detrahes, & residuo sphæram æqualem exhibebis, si utramque sphæram ad cubum revoces, & ex illo minorem cubum detrahas, residuumque in sphæram convertas.

PROBLEMA XXII.

Data quavis aquæ quantitate, cubum invenire, qui ejus sit capax.

TRadit hoc Problema Villalpandus loco citato, Proposit. 15; quod quoniam non alienum est à nostra materia, quam hic tractamus, placuit non omittere:

Sciendum igitur, tunc aquæ quantitatem dari, quando vel ipsa aqua quocunque in vase, licet illud non expleat, datur; vel quando vas sine aqua, vel etiam pondus duntaxat aquæ proponitur. Quamvis enim in posterioribus duobus casibus aqua ipsa non exhibeatur, nihilominùs vase dato, vel pondere, per impletionem vasis dati, vel libratione aquæ juxta pondus præscriptum, aqua habebitur, quam dare oportebat.

Datâ igitur in hunc modum quavis aquâ, fiat primò vas aliquod A B, cujus inane formam habeat parallelepipedi rectanguli, & basis C L sit quadrata, angulique quos cum basi faciunt latera, sint recti, quoad fieri poterit; ipsumque vas saltem tantæ sit capacitatis, ut dubium non sit, quin in eo aqua proposita contineri F.CLXXII Ico.XXIII.

possit secundùm sensus æstimationem. Deinde vas eiusmodi situatur super aliquo plano, ita ut basis ipsius C L sit exactissimè ad libellam constituta; vel si vasis orificium est basi æquidistans, statuatur illud plano horizontali æquidistans. Tandem infundatur aqua vel data, vel quæ ex dato vase aut pondere fuit inventa; & ubi penitus quievit, notetur diligenter ejus altitudo, quæ sit v.g. C E, eique seorsim accipiatur æqualis recta H; recta verò G sit æqualis lateri basis B C; & inter G & H inveniantur duæ mediæ, I, & K, *per Lemma IV. Capitis primi, hujus*; cubus enim, cujus latus est I (secunda scilicet quatuor proportionalium, si prima ponatur G) æqualis erit parallelepipedo B E, atque adeo idem cubus ex recta I sat præcisè capiet aquam.

DEMONSTRATIO.

Cum enim quatuor rectæ, G, I, K, H sint continuè proportionales, erit per Corollar. 20. Sexti *quadratum ex recta G, hoc est, basis C B parallelepipedi B E, ad quadratum ex recta I, nempe ad basim cubi rectæ I, ut G ad K. Ut autem G ad K, ita est permutando recta I, altitudo cubi ex I, ad rectam H, nempe ad E C, altitudinem parallelepipedi C E. Quare cùm bases parallelepipedi C E, & cubi ex I, sint cum eorum altitudinibus I & H, reciprocæ, erit* per 34. Undecimi, *cubus ex I æqualis parallelepipedo B E, seu aquæ propositæ B E; atque adeo idem cubus I erit capax aquæ B E.*



LIBER



LIBER IX.

HYDRAGOGICUS,

ſive

De Libellatione Aquarum, totaque Libellationis natura.

PROOEMIUM.

HYdragogia, ſive aquarum perductio, earumque prævia Libratio, ut Recentiores appellant, nec tam facilis eſt, ut negligenda à Geometris ſit, ſoliſque practicis Libratoribus & Hydragogis ut plurimùm ageometris relinquenda; nec ita difficilis, ut iis ſit omnino deneganda. Licet enim non rarò hi enormes committant in librationibus errores, ſæpeque contingat, ut poſt ingentes ſumptus à Principibus & Rebuſpublicis factos aquæ minimè confluant, quò derivandæ erant; negandum tamen non eſt, nonnullos longa experientia edoctos citiſſimè hac in re præſtare, quod vel doctiſſimi

Geometræ vix longo tempore præstarent. Vidi ego simplicissimum hominem, ac prorsus idiotam, qui à parente instructus Campum ingentem chorobate penè carie corrosa facillimè librabat; & alveo facto sumptibus exiguis, per eum aquam felicissimè deducebat. Ab utrisque ergo discendum est, & utrorumque præcepta audienda, ut illorum theoria cum horum praxi conjuncta, feliciorem res sortiatur exitum.

Quoniam igitur utilissima est, summèque necessaria, aquarum libratio, eaque facillimè Pantometro nostro peragitur; de ea paulò fusiùs toto hoc Libro agere constitui. Ut verò ἐμμεθοδικῶς & majori cum ordine procedamus, disseram priùs de tota Libratione in universum, ac deinde de aquarum Librationibus disceptabo; tum quòd mutila secus esset partis explicatio, absque totius explicatione; tum quòd libratio multis etiam nunc scatet difficultatibus, quas proponere atque dissolvere non erit, in trito licet argumento, actum agere. Ad tria ergo summa capita totam hanc tractationem revocabo: in primo agam de Libratione in universum, in secunda de Libratione aquarum, in tertia de Pantometri nostri usu in hoc negotio. Addam parergi loco usum speculi in Libellationibus; fungitur enim id munere atque officio Libellæ præclarissimè

CAPUT

CAPUT PRIMUM.

Quid ſit Libellatio, & quinam de illa ſcripſerint.

Libratio, ſeu mavis Libellatio, nihil aliud eſt, niſi deſcriptio ſeu deſignatio lineæ rectæ horizonti parallelæ, ut vel iuxta illam planum aliquod dirigatur atque libretur, vel utrum libratum ſit cognoſcatur, vel loca quælibet in eadem ſupra horizontem altitudine conſtituantur, conſtitutavè dignoſcantur. Hic eſt enim finis totius libellationis. Hydragogia verò, ſeu aquarum libellatio atque perductio, eſt inquiſitio atque inventio lineæ ſupra horizontem extenſæ, juxta quam aut alveos effodere, aut aquæductus, canales, tubos, ſimileſque aquarum meatus diſponere debeant Hydragogi, (aquarum Perductores) ut per illos aqua de uno ad alium locum derivari atque deduci naturali fluxu poſſit.

De Librationis non ſolùm modo, ſed ſubſtantia quoque diſſident (quod in Mathematicis rarum eſt) viri etiam docti, nedum vulgares Libratores; præſertim ſi de aquarum Librationibus ſermo eſt, uti ex dicendis patebit. De Hydragogia porrò, totaque libellandi ratione agunt (quantum quidem mihi conſtare potuit) Vitruvius libro 8. cap. 6. & 7. ejuſque Commentatores Guilhelmus Philander; Cæſar Cæſarianus Architectus Mediolanenſis italico, ſed prorſus barbaro idiomate; Daniel Barbarus Italico atque latino idiomate; Julius idem Frontinus Libello de Aquæductibus; Plinius lib. 31. cap. 6. Leo Baptiſta Albertus lib. 10. Architect. cap. 7. Petrus Appianus in Quadrante ſuo Aſtronomico Parte 3. Propoſit. 13. & in Horoſcopio Parte 3. Probl. 13. Nicolaus Tartaglia lib 3. Scientiæ novæ Propoſit. 7. Chriſtophorus Clavius lib 3. Geometriæ practicæ, Problemate ultimo; Adrianus Metius in Geometria practica parte 2. cap. 2. Præcepto 6. in Corollar. Levinus Hulſius Tract. 1 Mechanicorum Inſtrumentorum, cap 49 & 50. Petrus Dionyſius Veglia lib. 3. Geometriæ practicæ Propoſit. 26. Petrus Cataneus in Geometria practica, verſus finem; Salomon Caus lib. 2. Hydraulicorum, Problem. ultimo; Vincentius Scammozzus Parte prima de Architectura

cap.

cap. 26. & 27; Benedictus Castellus in Libello singulari de Mensura aquarum currentium; Athanasius Kircherus lib. 3. Lucis & Umb. part. 1. cap. 4. Joannes Antonius Maginus in libro de Arte mensurandi parte penult. Nicolaus Cabæus lib. 2. in Meteora Arist. tex. 6. quæst. 4. & alibi; Joannes Baptista Ricciolus to. 1. Almagesti novi lib. 2. cap. 4. num. 9 & 10. item cap. 13. num. 7. Joannes Baptista Porta lib. 3. Spiritalium cap. ult. Hieronymus Cardanus in Practica Arithmeticæ & Geometriæ, cap. 63. n. 45. ac novissimè Scipio Claramontius in libello posthumo de usu speculi pro Libella.

CAPUT SECUNDUM.

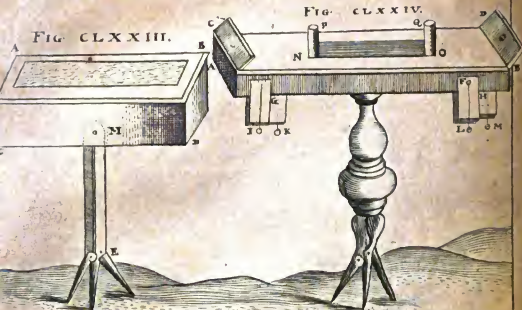
De Libellaticis Instrumentis à Vitruvio enumeratis, videlicet Dioptra, Libra aquaria, & Chorobate.

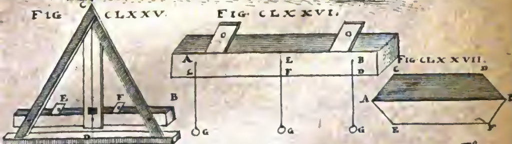
Libratur aqua, vel potiùs spatium per quod deducẽda est aqua, variis Instrumentis; quorum tamen alia aliis sunt meliora, commodioraque. Vitruvius Lib. 8. cap 6. enumerat tria, Dioptram, Libram aquariam, & Chorobatem; hanc tamen aliis præfert. *Libratur autem*, inquit, *dioptris, aut libris aquariis, aut Chorobate; sed diligentiùs efficitur per Chorobatem, quòd dioptræ, libraque fallunt.*

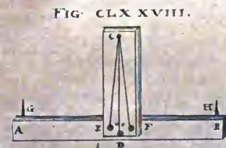
De Dioptra.

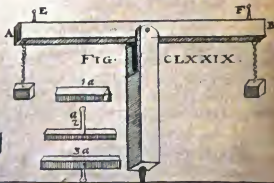
Dioptra igitur, præterquàm quòd est, teste Suida, *μηχανικὸν τεχνούργημα, δι' οὗ οἱ γεωμέτραι ἀπηκρίβουν τὰ ὕψη τῶν ἐπάλξεων ἐκ διαστήματος ἀναμετρῶντες instrumentum mechanicum, quo Geometræ ex intervallo explorant dimensionem propugnaculorum*, turrium, & universim quarumcunque distantiarum. Significat etiam, inquit Philander in citatum Vitruvii locum, Instrumentum librandis aquis accommodatum. Quale tamen, & quomodo constructum sit hujusmodi Instrumentum, non explicat, neque indicat, nisi quòd dicat, Dioptræ frequentem esse mentionem apud Ptolemæum, Theonem, Proclum, ac etiam apud Plinium lib. 2. cap. 69. Quibus videtur innuere Dioptram Hipparchi, cujus illi meminerunt; quæ tamen




FIG. CLXXIII.
FIG. CLXXIV.
A
B
C
D
E
M
N
O
P
Q
F
G
H
I
K
L
M


FIG. CLXXV.
FIG. CLXXVI.
FIG. CLXXVII.
A
B
C
D
E
F
G


FIG. CLXXVIII.
A
B
C
D
E
F
G
H


FIG. CLXXIX.
A
B
E
F
1a
2a
3a

tamen nihil habet cum Libella commune. Scipio Claramontius ait, Dioptram esse oblongam, rectamque Regulam, per quam transpicimus, sive quòd intus sit uniformi ductu excavata secundùm totam longitudinem, seu quòd habeat pinnacidia apposita per quæ transpicimus. Dicitur enim Diopra ἀπὸ τοῦ διοπτεύειν, id est, ab inspiciendo explorandoque; non verò à δύο & ὀπαὶ quòd sit Instrumentum habens duo foramina, ut ineptè putat Cæsar Cæsarianus in dictum Vitruvii caput 6: ubi etiam alias duas non minùs ineptas hujus vocabuli etymologias affert. Recentiores tamen Mathematici Dioptras appellant in Astrolabiis, Quadrantibus, Quadratis, similibusque Uranometricis, Geometricisque Instrumentis, transversas ac mobiles diametros illas (alhidadas vocant Arabes) quæ pendent ex illorum centris, & in quarum extremis erecta sunt pinnacidia perforata, per quæ fit prospectus in corpora cœlestia, aliavè objecta. Imò sola pinnacidia perforata, sive dictis diametris pensilibus affixa sint, sive ipsorummet Instrumentorum lateribus aut dorsis, aliisvè locis adhæreant, Dioptras nonnulli appellant: qua significatione nos passim usi sumus toto hoc opere, præsertim Libro primo, unde & Regulam Pantometri lateri affixam vocamus Regulam dioptricam. Ex his constat, quid sit apud Vitruvium Dioptra, omne videlicet Instrumentum quo visualis radius per foramina, pinnacidia, canaliculos transmissus dirigitur in rectam lineam.

De Libra Aquaria.

QUid Vitruvius intelligat nomine Libræ aquariæ, si à dioptricis Instrumētis fuit diversa, comperire certò non licuit, quoniam Interpretes omnes silent: nisi quòd Jocundus, antiquus Vitruvii interpres, eam explicet figurâ singulari. Scipio verò Claramontius describit illam hoc schemate, & ait esse Regulam longam A B C D, in uniformis canalis modum excavatam, & supra fulcrum M E positam ita, ut circa axem M, infra medium Regulæ, atque adeo infra centrum gravitatis, sit versatilis. Si enim canalis impleatur aquâ, & vertatur Regula circa axem, M, usquequò per se quiescit, ex neutra parte deorsum decidens; erit librata Regula, id est, instar Libræ ad horizontem parallela: qua enim Fig. CLXXIII. Ico. XXIV.

Mm hinc

hinc inde à centro æqualiter divisa erit, unde sibi mutuò æquiponderabit, ideoque habebit rationem Libræ.

De Chorobate.

Chorobates quid sit, & quomodo constructa, recitat Vitruvius lib. 8. cap. 6. his verbis. *Chorobates autem est Regula longa circiter pedum viginti. Ea habet ancones in capitibus extremis, æquali modo perfectos, inque Regulæ capitibus ad normam coagmentatos: & inter Regulam & ancones à cardinibus compacta transversaria, quæ habent lineas ad perpendiculum rectè descriptas, pendentiaq; ex Regula perpendicula, in singulis partibus singula: quæ cùm Regula fuerit collocata, eaque tangent æquè ac pariter lineas descriptionis, indicant libratam collocationem. Sin autem ventus interpellaverit, & motionibus lineæ non potuerint certam significationem facere; tunc habeat in superiore parte Canalem longum pedes quinque, latum, digitum; altum, sesquidigitum, eòque aqua infundatur. Et si æqualiter aqua canalis summa labra tanget, scietur esse libratum &c.* Ac licet ex hisce Vitruvii verbis clare colligi possit, qua ratione Chorobates constructa fuerit; tamen Scholiastæ Vitruvii tam diversis eam modis depingunt, ut nullus cum altero conveniat. Aliud enim schema proponit Cæsarianus, aliud Barbarus, aliud Jocundus, aliud Porta, aliud Claramontius, aliud alii. Genuinum schema inseruerat Vitruvius operi suo; sed id temporis injuriâ deperditum fuit. Ego puto compositam fuisse Chorobatem ut hìc apparet.

Fig. CLXXIV. Ico. XXIV. In hoc diagramate, A B, est Regula longa pedes viginti; C & D sunt ancones in capitibus extremis Regulæ ad normam seu angulum rectum erecti. E, F, G, H, sunt transversaria inter Regulam & ancones compacta à cardinibus seu clavis teretibus E, F &c. E I, F L, G K, H M, sunt lineæ perpendiculares, & perpendicula pendentia ex Regula, nempe singula in singulis transversariis. N O est canalis longus pedes quinque &c. in superiore parte Chorobatis.

Habet Chorobates hoc incommodi, quòd in ejus usu oporteat Libellatorem deferre secum aquam per campos, ut canalis N O identidem repleri de novo possit. At occurri huic incommodo potest, si supra canalem N O erigantur duo vitrei tubi P N, Q O, & tam tubi, quàm canalis operiantur, ut aqua effluere non possit,

possit, dum circumfertur Instrumentum. Si enim in dictis tubis vitreis fiant colore aliquo circuli, Regulæ B A paralleli, & æqualiter ab ipsius planitie distantes, & infusâ per apertum tubulum P N aquâ repleatur canalis N O ita, ut aqua pertingat ad coloratos circulos usque, iterumque claudatur tubulus; eadem aqua semper, vel saltem longissimo tempore, servire poterit.

CAPVT TERTIVM.

De aliis Instrumentis libellaticis, à variis Auctoribus usurpatis.

HActenus de Instrumentis libellaticis à Vitruvio enumeratis; nunc de aliis, à variis Auctoribus usurpatis breviter aliquid dicendum, cujusmodi sunt quæ sequuntur.

De Quadrante, Quadrato, Astrolabio, & Planimetro.

NIcolaus Tartaglia loco suprà citato utitur Quadrante Geometrico: Petrus Apianus locis item suprà citatis, Quadrante Astronomico, & Horoscopio in Quadrantis formam elaborato: Clavius Quadrato Geometrico stabili: Veglia & Maginus Quadrante & Quadrato: Hulsius iisdem, uti & Instrumento suo Planimetro in semicirculi formam elaborato, quod describit ipse loco citato; Metius semicirculo Astrolabii dorso inscripto, & mobili diametro ceu Dioptrâ instructo; uti & Quadrante, atque Quadrato eidem Astrolabio inscriptis: Cataneus, Porta, & alii Chorobate: alii aliis Instrumentis, quæ variis modis construi possunt.

Quomodo quadrans & quadratum construantur, sive in Astrolabio, sive extra illud, constat plerisque, & passim in multis libris est obvium. Planimetrum Hulsii conficitur è duro ligno (aliavè materia solida) ferè unius pollicis crassitie, in forma semicirculi, magnitudine libita,

De Libella ordinaria.

F.CLXXV Ico.XXIV. POssumus etiam uti Instrumento illo, quo omnes passim Architecti, Cœmentarii, Arcularii, similesque utuntur Artifices, & à Scriptoribus Italis Libella (vulgò *Livella*) appellatur. Construitur ut apposita figura monstrat, ex asserculis, quorum alter C D perpendicularis est alteri A B; & ex centro C pendet filum cum pondere D, quod, ut liberiùs pendeat filium, vel subintrat foramen in asserculo A B factum apud D, vel pendet infra dictum asserculum. Ut verò libratoribus aquarum inservire possit hæc libella, debent lateri Regulæ A B infigi pinnacidia E, F.

De Regula oblonga.

Fig. CLXXVI. Ico.XXIV. POtest quoque adhiberi ad libellandum Regula longa ac lata A B C D, in qua ad extremitates ducantur lineæ A C, B D, ad parallela latera A B, C D perpendiculares; ab ejusmodique rectarum ac perpendicularium linearum summitatibus A & B pendeant fila cum perpendiculis A G, B G: atque ita collocetur Instrumentum supra fulcrum aliquod, ut fila libero perpendiculorum motu perpendiculares ipsas lineas A C, B D, occupent: erit enim tunc Regula librata, & horizonti parallela: Unde si dioptras seu pinnicidia infigas Regulæ, & per ea dirigas radium visualem, erit ille quoque horizonti parallelus. Posset etiam in latere prædictæ Regulæ oblongæ duci per medium linea E F, perpendicularis lineis A B, C D; & in summitate E affigi filum cum perpendiculo E G, omissis perpendiculis A G & B G. Si enim Regula collocatur ut dictum, & perpendiculum E G congruit exactè lineæ E F, erit similiter Instrumentum libratum seu horizonti parallelum, ac proinde & radius per dioptras projectus, & linea secundùm hunc radium ducta, erunt eidem horizonti paralleli.

De Vase Aquario.

SOlent nonnulli Hydragogi hîc Romæ, aliisque in locis, ut ipse vidi, & fatetur Vincentius Scamozzius Parte prima Architect. lib. 3. cap. 27; confirmatque P. Athanasius Kircherus αὐτόπτης, adhibere in librandis planis, per quæ aquas deducere cogitant, se-

quens

quens artificium, & quidem optimo successu. Concham, aliudvè vas latiusculum superiùs, cujuscunque figuræ & magnitudinis proportionatæ, aquâ implent ad summum usque labrum. Deinde in duobus diametraliter oppositis conchæ locis aquæ imponunt duo lignea trigona prismata, (qualia hìc apposita figura mõstrat,) ejusdem materiæ, ejusdemque omnino densitatis, ac ponderis, ita ut superficies C D E F incumbat aquæ, angulus verò solidus A B supra aquam emineat. Demum posito supra scamnum aliquod è terra nonnihil elevatum vase, quiescenteque aquâ cum prismatibus ligneis, dirigunt radium visualem versus locum, cujus altitudinem depressionemvè explorare volunt, ita ut prædictus radius radat exactissimè supremum utriusque prismatis angulum solidum A B: hoc enim facto, statim vident utrum locus ille, quò dirigitur radius, sit altior aut humilior loco, è quo dirigitur. Ratio hujus rei est, quia aquæ suprema superficies semper, ubicunque, & quomodocunque collocetur vas, & cujuscunque illud figuræ sit, æquilibratur, hoc est, parallela est horizonti, seu Astronomico, seu Physico, tametsi mathematicè loquendo sphæricam affectet figuram, ut Archimedes demonstrat, & Sphæræ Mundialis Scriptores docent, ac nos etiam insinuavimus in Mechanica Hydro-pneumatica Parte prima Protheoria 4. cap. 1. Proprietate 2. & infrà iterum dicemus. Ergo radius visualis prædictam aquæ superficiem, vel potiùs solidos angulos A B, superficiei prædictæ parallelos contingens ac radens, similiter est horizonti parallelus; Ergo terminus ejusdem radii indicat, utrum locus alius sit hoc loco altior aut depressior, prout locus ille fuerit infra aut supra prædictum radii terminum. Hæc tamen intelligenda sunt juxta sensum dicendum infrà cap. 5. suppofit. 4.

Fig. CLXXVII Ico. XXIV.

Atque hoc Instrumentum ego jure merito appellaverim Libram aquariam seu aquaticam, quoniam aqua in eo contenta perfectissimè libratur, & mediante illâ librantur aliæ aquæ, & materia quæcunque. Utuntur eo passim Hydragogi Romani, ut dicebam, & sæpissime mihi asseruit P. Kircherus nullum se unquam expertum fuisse magis exactum, magisque ad librandum aquas commodum; tametsi nonnihil incommodum sit, ut circumferatur.

Alii tamen aliter utuntur Vase aquario. Vas enim poculi instar Instrumento cuipiam libellatico, præsertim Dioptræ suprà cap. 2. ex Claramontio descriptæ imponunt, ac ferruminant, aut ligant, poculumque seu Vas labrorum æquè altorum undique statuunt: aliqui etiam intus circulum à summa vasis ora æquè distantem delineant. Deinde elevant deprimuntque tamdiu Instrumentum libellaticum, quòusque aqua poculo infusa undique aut descriptum intus circulum, aut summa vasis labra æqualiter attingat; hoc enim facto, Instrumentum libratum dicunt, & ad libellæ usum constitutum. Transpiciunt tandem per Dioptram, aut Instrumenti pinnacidia, & reliqua peragunt, ut dicemus infrà suo loco.

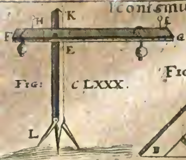
Sunt qui pro piñacidiis, aut pro foramine, rimavè ad transpiciendum, in jam memorata oblonga Regula Dioptrica utantur aquæ summitate seu suprema superficie in binis vitreis vasculis Regulæ antedictæ, alterivè tabulæ aut asseri impositis. Cùm enim aquæ quiescentis suprema superficies semper sit librata (saltem ad sensum & quantum spectat ad usum, licet revera sit sphærica;) linea visualis ipsam in utroque vasculo æquè alto contingens seu radens, est etiam librata.

De Libella extemporali.

Fig. CLXXIIX Ico. XXIV. Accidit nonnunquam, ut plani alicujus librandi, aut aquæ libellandæ occasione oblatâ, omni destituamur libellatico Instrumento. Quo casu extemporalem libellam, ac velut αὐτοσχέδιον quoddam ita construes. Accipe Regulam A B, saltem ad sensum rectam, eique affige aliam regulam C D ad angulos sensuum judicio rectos. In hujus Regulæ media planitie duc rectam lineam C D, & è puncto C suspende filum cum pondere, quod perpendiculi officium subeat. Hoc facto, colloca Instrumentum erectum, ut hìc vides, supra planum aliquod, quod sensuum judicio sit æquilibratum; & in regula C D nota lineam quam notat filum perpendiculi liberè pendens; quæ sit vel C D, vel C E. Hoc etiam facto, verte Instrumentum ita, ut A dexteram, B sinistram respiciant, quæ antea contraria respiciebant loca; & perpendiculo liberè cadente, nota iterum lineam, quam perpendiculi filum designat; quæ quidem erit vel C D, vel C F. Si filum in hoc secundo si-



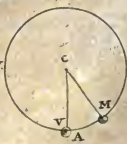
... contrariis brachiis appensis libretur,
ut in



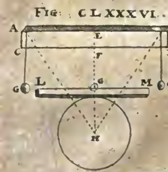


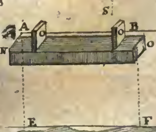




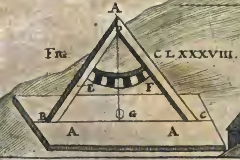


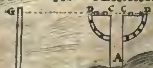














ſignat; quæ quidem erit vel C D, vel C F. Si filum in hoc ſecundo ſi-

do situ Instrumenti cadit supra lineam CD, eandem videlicet, supra quam ceciderat in primo situ; erit illa perpendicularis ad lineam AB. Si autem cadit extra lineam CD, notatque lineam CF, cùm in primo situ notasset lineam CE; divide spatium EF bifariam, in D v. g., & ex puncto C ad punctum divisionis D, duc lineam rectam CD; eritque hæc linea perpendicularis ad lineam AB, atque adeo parata erit Libella. Et si lateri regulæ AB infigas dioptras, aut erigas aculeos G & H æqualis altitudinis; habebis Libellam extemporalem, librandis planis & aquis non inutilem.

De Libra.

Libra potest etiam pro Libella deservire, illa præsertim, cujus centrum versionis est supra centrum gravitatis, modo mox explicando. Esto Libra AB, quæ lancibus & ponderibus æqualibus C, D, ex A & B appensis, sive brachiorum æqualium AG, BG, æquali gravitate, libretur; sintque pinnacidia E, F, æqualia, seu æquè alta ad Libram perpendiculariter erecta. Per quæ si transpiciamus, dum pondera Libram constituunt horizonti parallelam; erit visionis linea librata, atque adeo Libra pro Libella deserviet. Fig. CLXXIX. Ico. XXIV.

Tres porrò sunt Libræ species. Prima est, cujus centrum versionis (circa quod scilicet vertitur Libra) & centrum gravitatis sunt unum & idem, ut in prima figura. Secunda, cujus gravitatis centrum est infrà, centrum versionis suprà, ut in secunda figura. Tertia, cujus centrum gravitatis est suprà, centrum versionis infrà, ut in tertia figura. Si centrum gravitatis est infrà, versionis suprà, Libra ab æquilibrio dimota restituitur necessariò in æquilibrium: non item in aliis duabus speciebus, ut in Mechanica demonstratur. Hîc loquimur potissimùm de Libra secundæ speciei. Vide quæ dicimus in Magia par. 3. lib. 4. de Magia Statica.

De Statera.

Statera quoque potest pro Libella deservire, præsertim si centrum ejus fuerit etiam suprà, ut de Libra diximus. Sit enim statera FG, dioptris suis H & I instructa, cujus centrum suspensionis sit in E. Suspendatur è fulcro KL, & inæqualibus ponderibus M & N, sed inæqualiter ex contrariis brachiis appensis libretur, F. CLXXX Ico. XXV.

ut in

ut in figura apparet. Si visus dirigatur per dioptras H & I; erit linea visionis librata, utpote staterae F G, aequidistans; ac proinde Libellatici Instrumenti munere fungetur.

De Speculo.

PRæter dicta, aliaque similia Instrumenta, traduxit non ita pridem ad Libellandi usum, speculum, vir ingeniosissimus Scipio Claramontius Cæsenas, in Mathematico pulvere jam dudum, & cum laude summa, exercitatissimus. Quem usum, simulque libellandi praxin universam, describit ipse peculiari & eruditissimo libello, quem de usu speculi pro Libella, & de tota Libratione inscribit. Qua de re nos infrà fusiùs in fine hujus Libri agemus.

CAPUT QUARTUM.

De Libella Kircheriana, & Claviana.

PUlcherrimum est, & ad quævis plana libranda commodissimum, multaque alia perficienda aptissimum, Instrumentum illud, quod fusè describit, & explicat P. Athanasius Kircherus lib. 3. Lucis & umbræ, parte. 1. cap. 4. vocatque ob id Libellam; ideoque compositionem illius ex ipsomet Kirchero hîc inserere, atque nonnulla addere non gravabor. Addam deinde aliam Libellam ex P. Christophoro Clavio.

Libella Kircheriana.

Fig. CLXXXI. Ico. XXV. FIat seorsim ex duabus Regulis A B, A C, ejusdem latitudinis, longitudinis, & crassitiei, Gnomon B A C, è quacunque materia solida ac polita, puta ligno, orichalco, argento &c. ita ut eædem regulæ exactissimè angulum rectum constituant tam in exteriori, quàm interiori concursu A. Deinde applicatâ regulâ aliqua ad extremitates B, C, notentur in eisdem regulis duæ lineolæ, quæ designabunt duas particulas ex utraque regula resecandas, ut in figura vides. Ad hæc præparetur quadrans D E F, ejus magnitudinis, ut perpendiculum D G, quod ex ejus centro demittendum est, non attingat rectam B C, si ea ducta foret: ejusque arcus E F dividatur, juxta regulas de dividendo Quadrante, aut

aut circulo, in gradus 90, adſcriptis etiam numeris ad decimum, aut quintum quemvis gradum, ut fieri aſſolet in ſimilibus Inſtrumentis, incipiendo à radio D E; qui non debet eſſe idem cum extremo latere Quadrantis, ſed ab eodem æquidiſtare tantum, ut collocato Quadrante intra Gnomonem, uti figura indicat, & perpendiculo ſuperpoſito radio D E, plumbum perpendiculi non attingat latus Gnomonis. Quod ipſum intelligendum etiam eſt de radio D F. Unde colligitur, in fabrica hujus Quadrantis primò procurandum eſſe, ut duo latera exteriora exactiſſimè etiam angulum rectum contineant, quatenus ſcilicet congruere poſſint lateribus Gnomonis, intra quem eſt collocandus Quadrans. Deinde eiſdem duobus lateribus exterioribus ducendas eſſe duas lineas parallelas D E, D F, in debita diſtantia, habita ſcilicet ratione craſſitiei plumbi perpendiculi. Et licet eædem parallelæ neceſſariò quoque angulum rectum efficiant in concurſu D, qualem efficiunt latera exteriora; ut tamen cum majori certitudine progrediamur, examinandus erit idem angulus D, per diverſas praxes, quas Geometria præſcribit. Imò fortaſſis rectiùs fecerimus, ſi primò unam ſolùm earum duxerimus, v g. rectam D E, ac deinde ſuper eam ex aſſumpto centro D, quod æqualiter diſtet ab utroque latere exteriore, erigatur perpendicularis D F; in idem enim debet incidere operatio. Quibus diligenter obſervatis, ſi denique centro D deſcribatur arcus E F, diligenterque in gradus diſtribuatur, ut dictum eſt; confectus erit una cum Gnomone Quadrans, atque adeo Libella ipſa, quam conſtruere voluimus.

Præter ea lineamenta, de quibus hactenus facta eſt mentio, depinximus ſeorſim quandam laminulam perforatam cum ſuo perpendiculo. Quæ ſi in centro D ita infigatur, ut foramen in ſuperficie Quadrantis non jaceat; dependebit perpendiculum ex eodem foramine multò liberiùs, quàm ſi in centro D fixum fuiſſet: ſiquidem ex foramine illo deſcendit rectà, ex centro verò neceſſariò reflectitur; quæ reflexio videtur poſſe impedire motum liberum. Et hanc eandem ob cauſam reſecari poterit ſuperficies Quadrantis intra arcum E F, & latera, intercepta; ne fortè & ipſa liberum motum perpendiculi impediat, quod facilè contingit, niſi quàm exactiſſimè ſit complanata.

Præterea in Quadrante D E F, affiximus lateri D F duas pinnulas perforatas, & perpendiculariter supra lateris ejusdem planum erectas; quæ inservient, quando eodem Quadrante, relicto Gnomone, accipienda fuerit alicujus rei altitudo, & alia similia, quæ per Quadrantem, vel Quadratum Geometricum observari solent, ut in ejusmodi Instrumentorum tractatu explicari solet, & legi potest apud Clavium, Maginum, Vegliam, Apianum, Hulsium, & alios Tractatibus citatis capite primo. Quarum pinnularum constitutio hoc solùm requirit, ut quoad fieri potest, radius visualis per utrumque foramen emissus, existat parallelus lateri D F. Exactissimam, simul ac commodissimam similium pinnularum fabricationem quære in Astrolabio Clavii lib. 3. Can. 1. ubi etiam in alium quendam Quadrantem incides, qui in accuratioribus observationibus rerum Astronomicarum plurimùm habet momenti.

Postremò ad usum Libellæ convenit habere Regulam saltem non breviorem Gnomonis diametro B C. Et hæc Regula debet duo quævis latera opposita habere parallela, ita ut concursus quatuor superficierum sint, quoad fieri potest, lineæ rectæ, eædemque parallelæ: id quod vix poterit fieri rectè, nisi ex metallo conficiatur Regula, vel ligno duro & sicco, & non admodum subtili prout in apposito hîc schemate apparet.

Nota hîc primò, tametsi pinnulæ lateri Quadrantis affixæ servire possint etiam librationibus aquarum, meliùs tamen esse, si eæ affigantur lateri, aut dorso regulæ A C Gnomonis: & adhuc meliùs, si regulæ separatæ paulò antè descriptæ lateribus affigantur.

Nota secundò, loco arcus E F Quadrantis fieri posse regulam transversam E F, volubilem circa E & F, & in medio intus plicatilem, divisam similiter in 90 gradus: sic enim totus Quadrãs E D F, complicari poterit, lateribus D E, D F, circa D volubilibus.

Libella Claviana.

Pater Christophorus Clavius lib. 3. Geomet. pract. Problem. 45. aliud affert Instrumentum pro librationibus planorum, quando non sunt valde magna, percommodum: aitque illud excogi-

cogitasse Joannem Ferrerium Hispanum, nobilem Architectum & Mathematicum. Cujus hæc est constructio.

Compingantur duæ regulæ, A B, A C, ex ligno aliquo solido, ac duro, æqualium crurium, quæ longitudinem habeant satis longam, ita ut distantia inter extrema B & C contineat decem palmos præcisè, aut etiam plures. Deinde ductâ rectâ A G, ad B C perpendicularis, describatur ex A semicirculus quantuscunque I D K, cujus semidiameter A D in tot æquales partes secetur, quot palmi in distantia B C comprehenduntur. Descripto quoque circa A D semicirculo occulto A E D, transferantur ex D in ejus peripheriam omnia intervalla inter D, & puncta rectæ A D: ac tandem ex A, per singula puncta semicirculi A E D, rectæ occultæ emittantur, notenturque intersectiones earum cum peripheria D I, atque in alteram peripheriam D K transportentur. Si namque ex A filum cum perpendiculo egrediatur, & omnes partes exscindantur, relictis solùm cruribus instrumenti A B, A C, unà cum peripheria semicirculi I D K; constructum erit Instrumentum ad librationes peropportunum. Fig. CLXXXII Ico. XXV.

Aliud simile Instrumentum, sed hoc aliquantò laboriosius, reperi inter manuscripta Patris Christophori Grünbergeri, in hoc Collegio Romano olim Mathematicæ Professoris; quod tamen ob difficiliorem constructionem hîc omitto.

CAPUT QUINTUM.

Suppositiones variæ Libratorum.

HActenus de Instrumentis ad libellandum, seu mavis, librandum necessariis utilibusvè tractavimus; nunc de ipsa libellandi seu librandi praxi tractandum, idque tam ex communi Practicorum, quàm singulari Mathematicorum sententia. Quod ut majori cum fundamento præstemus, præmittere libuit varias Libratorum suppositiones, quas in praxi velut indubitatas supponunt Practici, hoc est, Libratores ordinarii & ageometræ, imò & Geometræ etiam; easque breviter examinabimus, non contradicendi studio, sed veritatis inquirendæ amore.

Suppositio Prima.

T*Erra & Aqua Terræ infusa ac circumfusa, maribusque ac lacubus præcipuè comprehensa, unicum constituunt globum, unicâ atque continuâ superficie, licet montibus ac vallibus asperatâ, contentum; quem ob id Terraqueum appellant Recentiores.* Conveniunt in hoc plerique Philosophi ac Mathematici, explodentes, ac tantùm non ridentes Antiquos, quos inter Anaximander Terram statuebat similem columnæ, Leucippus cylindro seu tympano bellico, Cleanthes cono seu turbini, Heraclitus scaphio, Democritus disco cavo, Anaximenes & Empedocles mensæ planæ, ut ex Aristotele, Plutarcho, ac Laërtio refert P. Joannes Baptista Ricciolus tomo. 1. Almag. Novi lib. 2. cap. 1. Argumenta pro Terraquei globi rotunditate vide apud Ricciolum, & Sphæræ Scriptores quos citat.

Suppositio Secunda.

T*Erra, seu Terraquei globi centrum est centrum commune omnium gravium, quo videlicet omnia gravia per se tendunt appetitu naturali, ac per lineas rectas, & quidem nisi impediantur, brevissimas, hoc est, directè & sine ambagibus ad dictum centrum tendentes. Quia igitur aqua omnis est gravis, tendit innato appetitu ad centrum Terræ, eòque fertur, nisi impediatur, per rectam ac brevissimam lineam modo dicto.* Admittitur à plerisque, etiam ab iis, qui Terram non statuunt in medio universi, nisi ad sensum; & nos etiam admisimus in Mechanica Hydraulico-Pneumatica Protheoria IV. cap. 1. Centri porrò nomine hoc loco intelligimus centrum magnitudinis, seu centrum medii; quod licet à centro gravitatis Terræ differat, tam parum tamen in hoc rerum statu ab illo abest, ut idem censeri cum illo, saltem physicè & ad sensum, possit. Vide quæ diximus in Mechanica loco citato, & alibi fusiùs dicemus. Lege præterea quæ dicimus in Magia Naturali Par. 3. lib. 1. cap. 1.

Suppositio Tertia.

A*Qua suapte natura fluit, ablatis impedimentis, ad loca decliviora, hoc est, centro Terræ viciniora. Et quidem si rectus ac perpendicularis pateat ipsi aditus, fluit eò per lineam rectam brevissimam, nempe perpendicularem, & quæ directè ad Centrum Terræ tendit: sin minus, fluit*

eò per

eò per lineam obliquam. Patet hoc experientia quotidiana, nec aliâ indiget probatione, uti diximus etiam loco citato, Propriet. 1. Notandum hîc, loca decliviora non ſumi hîc in ordine ad horizontem, ſive Aſtronomicum, ſive Phyſicum; ſed in ordine ad Centrum Univerſi, quod eſt omnium infimum in Mundo, diciturque ſimpliciter & abſolutè infimum. Sed de hac re iterum in ſuppoſitione quinta.

Suppoſitio Quarta.

A*Quæ conſiſtentis ſuprema ſuperficies, eſt æquilibrata, ſeu æquè alta.* Indiget explicatione. Conſiſtens aqua apellatur, quæ ſitum obtinet naturalem, ut explicavimus in Mechanica Hydraulico-Pneumatica loco citato. Situs autem ſeu poſitio naturalis aquæ eſt, ut ibidem diximus, quem ſponte ſua aſſumit aqua, tam in ſuperficie ſuperiore, quàm in inferiore, & in lateralibus, contenta quibuſcunque receptaculis & vaſis. Itaque ſitus aquæ, quem habet intra vaſa violenter conſtricta, non ſemper eſt aquæ naturalis, ſaltem quoad ſuperficiem ſuperiorem. Libratum ſeu æquilibratum ſumi poteſt dupliciter. Primò pro eo, quod eſt horizonti parallelum ſeu æquidiſtans, prout ſunt plana ad Libellam conſtituta, hoc eſt, quæ ex una parte non magis attolluntur aut deprimuntur, quàm ex altera, ſed inſtar Libræ æqualium brachiorum ac ponderum conſiſtunt velut in æquilibrio; unde & librata, ſeu æquilibrata dicuntur. Et in hoc ſenſu falſum eſt, Aquæ conſiſtentis ac naturaliter quieſcentis ſupremam ſuperficiem eſſe æquilibratam, ſeu æquè altam. Cùm enim ſphærica ſit, ut diximus in Mechanica loco citato, Propriet. 2. & demonſtrat Archimedes, aliique communiter; non poteſt eſſe horizonti parallela, neque ſecundùm omnes ſuas partes æquè alta, hoc eſt, æquè ſupra horizontem elevata, ut manifeſtum eſt. Secundò ſumi poteſt æquilibratum pro eo, quòd æqualiter ſecundùm omnes ſuas partes diſtat à centro Terræ. Et in hoc ſenſu veriſſimum eſt, Aquæ conſiſtentis ſupremam ſuperficiem eſſe æquilibratam, & ſecundùm omnes ſuas partes æquè altam, hoc eſt, æqualiter diſtantem à centro Terræ.

In vaſis tamen, & exiguis receptaculis, adeo exigua & inſenſibilis eſt ſphæricitas ſupremæ ſuperficiei aquæ, ut ſenſus judicet

esse planam, meritòque supponi possit esse talem, ut advertimus etiam loco citato. Et de hisce aquis vera est prædicta Libratorum suppositio quoad sensum, non quoad Mathematicam ἀκρίβειαν.

Suppositio Quinta.

AQua in plano librato non movetur, hoc est, non fluit, si natura sua relinquatur. Vnde si aqua per planum aliquod movetur, non est planum ejusmodi libratum, sed devexum, & pendens; Si verò aqua quiescit in plano, planum est libratum. Hæc etiam Suppositio indiget explicatione. Si enim plani librati nomine veniat superficies æqualiter secundùm omnes suas partes distans à centro Terraquei globi, hoc est, superficies sphærica, & dicto globo concentrica; vera est, quia tunc nulla pars plani illius est declivior quàm altera, ac proinde non est ratio cur ad unam potiùs quàm ad alteram partem fluat aqua in tali superficie extensa. Dico, in tali superficie extensa; quia si aquæ origo sit elevata supra hujusmodi superficiem, potest per illam fluere, donec ipsi coæquetur quoad distantiam à Centro Terræ. Si verò plani librati nomine intelligatur planum horizonti parrallelum (cujusmodi sunt plana ad Libellam constituta) Suppositio absolutè nō est vera; quia tale planum non distat æqualiter secundùm omnes suas partes à Centro Terræ. Ut si Terra sit B C D, ejus centrum A, horizon intelligibilis C D, planum horizontale simulque horizon sensibilis E B F: erunt puncta E & F, remotiora à centro A, quàm punctum contactus B, quod est omnium propinquissimum centro; quò verò magis receditur à puncto B, versus E aut F, eò magis receditur à centro A, quòd eò longiores fiant lineæ rectæ à centro ad lineam E F ductæ, ut ex Euclidis elementis patet. Fluet ergo aqua per planum libratum, & quidem in casu hìc posito ab E aut F versus B. Si tamen sensum spectemus, per plana horizontalia non magna, scilicet paucorum pedum aut passuum, non movetur aqua motu sensibili. Esto enim E F planum seu linea horizontalis contingens superficiem Terræ in puncto B; erit, *per 18 Tertii*, angulus A B F rectus. Ponatur B F mille passuum geometricorum, seu unius milliaris Italici, & supponatur interim semidiameter Terræ A B non major quàm 3036 milliarium (quam tamen Tycho ponit milliarium 3440, alii verò adhuc majorem) erit A F milliarium 3036

Fig. C LXXXIII. Ic. XXVIII

3036

$\frac{1}{6072}$. Etenim quadratum A B est milliarium 9217296, quadratum verò B F est unius milliaris, ac proinde duo quadrata A B, B F simul juncta, sunt milliarium 9217297; quibus æquale est quadratum A F, *per 47 Primi*. Ergo recta A F, latus illius quadrati 9217297, est proximè milliarium 3036 $\frac{1}{6072}$, ut patebit calculanti. Quocirca punctum F erit altius seu remotius à centro Terræ A, particulâ sexies millesimâ septuagesimâ secundâ unius milliaris. Quæ quidem particula continet digitos tredecim, & quintam circiter digiti partem. Nam milliare unum (cùm contineat mille passus, & singuli passus quinque pedes, & singuli pedes quatuor palmos, & singuli palmi quatuor digitos) erit 80000 digitorum; quem numerum si dividamus per 6072, exibunt digiti 13$\frac{1}{5}$ circiter, ut dicebam. Si igitur planum horizontale passuum mille, tangens Terræ superficiem, non est ex illa parte, quâ non tangit, altius quàm digitis tredecim cum una quinta digiti parte; erit planum trium passuum vix quadragesima parte unius digiti elatius in una, quàm in altera parte, in qua tangit Terræ sphæricitatem: Si autem tangit eandem in medio, vix parte octuagesimâ unius digiti elevatius erit in extremitatibus. Quare meritò censeri potest sphæricum. Terræque concentricum; ac proinde idem de tali plano dicendum est, quod diximus de plano Terræ concentrico.

ANNOTATIO.

Quando dicimus, aquam in plano Terræ concentrico non moveri, nec fluere, si naturæ suæ relinquatur; intelligendum id est, si aqua intra planum illud sit conclusa; alioquin si libera est, effluet extra margines, tendens ad partes decliviores.

Suppositio Sexta.

Si sit canalis non excedens in longitudine pedes circiter quinque (qualem Vitruvius ponit in suo Chorobate, ut vidimus suprà cap. 2) cujus erecta supra basem latera sunt æquè alta in toto circuitu; immissâque aquâ distet æqualiter à supremis labris laterum; libratus est hujusmodi Canalis, hoc est, horizonti est parallelus: si verò unâ parte aqua propior est summo labro, quàm ex altera parte; non est libratus canalis, sed ex qua parte altior est aqua, depressior est canalis; ex altera verò parte elatior. Hæc suppositio secundùm sensum, & ad usum librandi, vera est, secundùm

dùm verò conſiderationem Mathematicam falſa eſt; quoniam ſuprema aquæ ſuperficies in vaſis etiam parvis ſphærica eſt, & non plana, ut ſuprà diximus in Suppoſitione quarta. Eſt tamen differentia inter ſuperficiem illam ſphæricam aquæ in caſu poſito de canali quinque pedibus longo, & inter ſuperficiem libratam, tam exigua, etiam in rigore Mathematico, ut cenſeri poſſit omnino indiviſibilis. Eſto enim ſuperficies ſphærica aquæ in canali contentæ A D B, cujus centrum, itemque Terræ centrum, ſit C; ductaque A B horizonti parallelâ quæ tangat ſuperficiem Terræ in E, ducatur recta C E, quæ producta cadat in D, ut differentia diſtantiæ duarum ſuperficierum à centro Terræ ſit D E. Sit præterea, majoris evidentiæ gratiâ, medietas canalis E B quinque pedum, & ducatur recta C B. Ponatur ſemidiameter Terræ C E milliarium Italicorum ſolummodò 3036, ut ſuprà dicebam. Erit itaque eadem ſemidiameter pedum 15180000, ac proinde quadratum ejus erit pedum quadratorum 230432400000. Cùm verò E B ſit quinque pedum, erit ejus quadratum pedum 25 quadratorum. Quocirca quadratum rectæ C B, ſubtendentis angulum rectum, eſt pedum quadratorum 230432400000025, *per* 47. *Primi*, cujus quadrati latus, nempe C B, erit, ſi radix quadrata extrahatur, pedum ſimplicium 15180000 $\frac{25}{30360000}$, quæ minutia ad minimam denominationem reducta erit $\frac{1}{1214500}$ unius pedis. Et quoniam pes unus eſt 16 digitorum, erunt 16 digiti 1214500 dictarum particularum: ſinguli ergo digiti erunt earundem particularum 75906 circiter; tot enim provenient, ſi 1214500 partiamur per 16. Si itaque ſecetur digitus, nempe ſextadecima pars pedis, in partes 75906; una ex illis erit exceſſus, quo B C major eſt quam C E; ac proinde E D erit unius digiti pars ſeptuagies quinquies milleſima, nongenteſima, ſexta.

Fig. C L XXXIV. Ico. XXV.

Suppoſitio Septima.

SI filum cum perpendiculo ex aliqua ſtabili re appendatur, non quieſcit ſuopte nutu, niſi cùm fuerit in recta linea ab appenſionis puncto ad Terræ centrum ducta. Eſto filum C V appenſum ex puncto immobili C, cui filo annectatur perpendiculum A; centroque C, & intervallo C A (vi enim ponderis A extenditur filum) deſcribatur circulus C M V. Eſto præterea centrum Terræ S (quod diximus

ſuppo-

Suppofit. 2. effe centrum gravium) intelligaturque à puncto C ad centrum S recta linea C S, fecans circulum M V in puncto V. Dicunt, fi filum C A cum perpendiculo A appenso extendatur ad quodcunque circumferentiæ punctum diverfum à puncto V, v.g. ad punctum M, non quiefcere, fed moveri, donec ipfum filum cum perpendiculo A appenfo quiefcat in linea C S. Ratio eft, quia punctum V, eft omnium punctorum, quæ in circuli prædicti circumferentia adfignari poffunt, infimum, hoc eft, centro Terræ propinquiffimum, eò quòd linea S V fit omnium breviffima illarum, quæ à puncto S extrà affumpto ad convexam circuli peripheriam duci poffunt, *per* 8 *Tertii:* Atqui pondus quodcunque, nifi impediatur, tendit de facto vel ad ipfum centrum Terræ, vel faltem ad locum centro Terræ propinquiffimum, ibiq; quiefcit, ut experientia patet: in præfenti autem cafu pondus A non impeditur à filo, quò minùs à puncto M, vel quocunque alio, moveatur ad punctum V, ut fupponitur; Ergo eò movetur, ibique impetu ceffante quiefcit, cùm ulteriùs defcendere non poffit impeditum à filo; nec fponte poteft inde dimoveri impeditum à fua gravitate, alioquin afcenderet, quia à loco infimo verfus altiorem moveretur. Vera eft abfolutè hæc fuppofitio.

Suppofitio Octava.

SI regula rectangula, feu longa, feu brevis, dividatur bifariam lineâ ad angulos rectos latera parallela fecante, atque à fupremo puncto lineæ ejufmodi latera fecantis filum cum perpendiculo appendatur, demiffumque liberè filum lineam ipfam fecantem occupet, eft regula illa librata. Efto regula rectangula (vel potiùs unum latus hujufmodi regulæ) A B C D, quæ bifariam dividatur rectâ E F, fecante ad angulos rectos utramque rectarum A B, C D; appendaturque ex puncto E filum cum perpendiculo G, occupetque filum liberè demiffum rectam E F, & quiefcat. Dicunt, regulam A B C D effe libratam, hoc eft, horizonti parallelam. Quoniam enim, per præcedentem Suppofitionem, filum cum perpendiculo E F G, non quiefcit nifi in linea tranfeunte per punctum fufpenfionis E, & centrum Terræ; fi dictum filum E F G mente extendatur, cadet in ipfum centrum Terræ. Sit itaque dictum centrum H; ex quo fi ad intervallum H G defcribatur circulus Terraqueo globo concentricus, faciet

Fig. C LXXXVI. Ico. XXV.

Oo linea

linea HGFE cum linea LM dictum circulum tangente, adeoque ad Terræ horizontem parallelâ, angulos rectos HGM, HGL, *per* 18 *Tertii*: Sed etiam cum lineis AB, CD, facit angulos rectos HFD, HFC &c: ut supponitur; Ergo, *per* 28. *Primi*, rectæ AB, CD parallelæ sunt rectæ LM, & consequenter horizonti. Librata ergo est regula ABCD. Vera est absolutè hæc Suppositio. Et eadem est ratio, si ad latera AC, BD, ducatur perpendicularis AB, & ex puncto A suspendatur filum cum perpendiculo, demittaturque ut liberè quiescat filum, & cadat præcisè supra lineam AB Regulæ priùs inversæ.

Suppositio Nona.

SI fuerit regula, in qua ad extremitates ducantur lineæ ad parallela latera recta, & ab ejusmodi rectarum ac perpendicularium linearum summitatibus pendeant fila cum perpendiculis, atque ita collocetur regula, ut fila libero perpendiculorum motu perpendiculares ipsas lineas occupent; erit regula librata. Sit ut anteà regula ABCD, atque lineæ AC, BD, perpendiculares sint ad parallelas AB, CD, & ex punctis A & B appendantur fila cum perpendiculis G, occupentque fila liberè pendentia perpendiculares AC, BD. Dicunt, regulam esse libratam. Hæc Hypothesis in rigore mathematico implicat, quia nunquam potest accidere, ut utrumque filum cum perpendiculo cadat præcisè supra lineas perpendiculares AC, BD, in prædicto situ regulæ, sed vel supra unam solùm, vel supra neutrā. Esto enim ut antea centrum Terræ H, è quo describatur circulus Terræ concentricus, quem tangat linea LM in puncto G, & huic lineæ LM æquidistent regulæ latera AB, CD, ducaturque recta HG per punctum contactus G, secans regulam in FE; & aliæ duæ HA, HB. Erunt igitur, *per* 18 *Tertii*, anguli HGM, HGL, & *per* 29 *Primi*, anguli HEB, HEA, recti, anguli verò HAE, HBE, acuti, *per* 17. *Primi*. At fila cum perpendiculis ex punctis A & B suspensa, & liberè demissa, cadere debent supra lineas AH, BH, *per dicta Suppositione Septima*. Eadem est ratio in quocunque alio situ regulæ, in quo recta HG secat ipsam intra rectas AC, BD. Neutrum ergo filum in hoc situ regulæ cadit supra perpendiculares AC, BD. Si regula ABCD ita collocaretur, ut recta AC esset in recta HG producta versus regulam, caderet quidem filum unum

unum cum perpendiculo supra lineam A C, at alterum minimè caderet supra lineam B D, propter rationem jam dictam. Eadem est ratio, si recta H G transeat per rectam B D. Nunquam ergo poterit utrumque filum cadere supra utramque lineam A C, B D.

Si tamen sensum spectemus, vera est prædicta Suppositio, & ad praxin sufficiens. Volo dicere, fila cum perpendiculis libera dimissa in dicto situ regulæ tam parum aberrare à dictis lineis perpendicularibus A C, B D, ut censeri meritò possit supra illas præcisè cadere; ac proinde concedi sine ullo errore potest, regulam esse libratam, si fila cadant supra prædictas lineas. Demonstrationem non addo, quia necessaria non est.

Suppositio Decima.

Quæ per Instrumentum dioptricum libratum conspicimus, ea sunt æquè alta cum oculo, & inter se. Dioptrica Instrumenta, ut ex capite primo constat, sunt illa, per quæ visus transit restrictus, ut ita dicam; sive transeat restrictus per rimam, sive per canaliculum, sive per pinnacidia. Hæc suppositio, si loquatur de altitudine simpliciter & propriè accepta, quâ æquè alta dicuntur illa quæ à centro Terræ æquè distant; altiora, quæ ab eodem magis distant humiliora, quæ minùs, falsa est. Sicut enim planum horizontale non est æquè altum secundùm omnes sui partes, ut vidimus Suppositione Quinta; ita quæ sunt in eadem linea visuali æquilibrata, hoc est, plano horizontali æquidistante, non sunt omnia æquè alta, seu æquè remota à centro Terræ, sed minùs alta sunt, quæ sunt propinquiora oculo, magis alta, quæ remotiora ab oculo. Omitto demonstrationem, quia ex dictis loco citato intelligi potest. Si verò Suppositio loquatur de altitudine supra horizontem, sive sensibilem, sive rationalem, vera est, quia omnia puncta, quæ occurrunt visui per dioptricum Instrumentum libratum transpicienti, æqualiter distant ab eodem plano horizontali, secundùm lineas rectas ei plano perpendiculares; cujusmodi sunt in loco citato puncta E, B, F, respectu horizontis C A D.

Suppositio Undecima.

Quæ puncta æqualibus perpendicularibus absunt à linea visus transeunte per dioptricum Instrumentum æquilibratum, sunt æquè alta: &

quæ inæqualiter absunt, inæqualiter sunt alta; scilicet altiora, quæ longioribus absunt perpendicularibus; minùs verò alta, quæ absunt brevioribus. Sit dioptricum Instrumentum N O, linea visus per ipsum transiens A B C D, à qua æqualibus lineis perpendicularibus distent puncta E, F, G, H; longioribus I L; brevioribus K M. Dicunt, puncta E, F, G, H, esse æquè alta; puncta K, M, altiora; puncta I, L, depressiora. Hæc vera sunt in ordine ad horizontem; falsa in ordine ad centrum Terræ, ut patet per se, & ex jam dictis.

Fig. C XXXVII Ico. XXV.

Suppositio Duodecima.

Æquales, inæqualesque distantiæ punctorum infra lineam visus æquilibratam, aut supra planum horizontale, rectè mensurantur perpendiculi filo. Ut in præcedenti figura distantiæ punctorum E, F, G, H, infra lineam visus A D, aut supra horizontem, sive sensibilem, sive intelligibilem, rectè mensurantur filo cum appenso perpendiculo; & tunc dicuntur esse æquales, quando fila perpendiculorum à linea visus ad dicta puncta demissa, sunt æqualia; tunc verò sunt majores, aut minores distantiæ, quando eadem fila sunt longiora, aut breviora. Hæc Hypothesis geometricè & exactè loquendo est falsa, quia fila illa cum perpendiculis demissa non sunt perpendicularia ad horizontem, sed tendunt ad centrum Terræ, ut patet ex suppositione septima; unde unum solùm potest esse perpendiculare horizonti, illud nimirum, quod cadit in punctum contactus, in quo horizon sensibilis tangit Terræ superficiem sphæricam. Non ergo rectè sumuntur perpendiculi ope perpendiculares prædictæ in usu Libellæ, si geometricè procedamus. Secundùm sensum tamen nullus in ea re comittitur error, etiam in linea librata unius milliarii, quoniam differentia inter perpendicularem quamcunque ex illa demissam ad horizontem, & inter perpendiculum tendens ad centrum Terræ, est omnino insensibilis, ut ex dictis colligitur, & facilè demonstrari potest.

Suppositio Decima tertia.

Fig. C I. XXXIIX Ico. XXV.

SI supra regulam aliquam longam, aut supra planum, seu Instrumentum aliquod dioptricum, erigatur Norma seu Libella C A B, qualem descripsimus suprà Capite tertio, & filum cum perpendiculo liberè demissum cadat supra lineam C D; librata est regula aut planum: si cadat intra A D,

aut

aut intra B D; non est librata regula aut planum. Geometricè Suppositio vera est solùm tunc, quando punctum D Normæ congruit puncto contactus, quo regula aut planum tangit superficiem sphæricam Terræ; in reliquis casibus falsa est. Practicè tamen loquendo, & in usu librandi, vera est in omni sensu, si regula, aut planum libratum non excedant longitudinem unius milliaris, ut patet ex dictis Suppositione præcedenti. Sed de hac re iterum agetur infrà.

CAPUT SEXTUM.

De usu libellaticorum Instrumentorum in explorandis atque constituendis planis horizontalibus secundùm omnem exporrectionem.

LIbellæ, omniumque Libellaticorum Instrumentorum usus præcipuus, imò unicus, quoad propositum nostrum attinet, consistit in hoc, ut iis vel explorentur, vel constituantur plana horizontalia; hoc est, ut vel cognoscamus, utrum planum propositum, quod horizonti parallelum videtur, sit revera tale; vel ut quod scimus, tale non esse, tale constituamus. Plana autem hujusmodi vel exploranda atque constituenda sunt talia secundùm omnem exporrectionem, scilicet longitudinis ac latitudinis; vel secundùm unam tantùm, longitudinis scilicet, aut latitudinis. Nos hoc capite agemus de prioris generis planis, præsertim non adeo magnis; videbimusque qua ratione per libellatica Instrumenta hujusmodi plana explorari atque constitui possint ad horizontem parallela secundùm utramque dimensionem seu exporrectionem. Et tametsi omnia libellatica Instrumenta cap. 2. & 3. enumerata huic proposito inservire possint; commodissima tamen est præ cæteris omnibus Libella, præsertim Kircheriana & Claviana; ideo utriusque usum in proposito casu hìc breviter explicabimus. Quod autem de his duobus Instrumentis dicemus, de aliis etiam dictum volumus.

Usus Libellæ Kircherianæ.

QUando propositum fuerit aliquod planum, quod videatur ad sensum horizonti parallelum, experimentoque discere voluerimus, num ita res se habeat; sic per Libellam Kircherianam sensum adjuverimus. Sit propositum planum A, in eoque applicetur Libella primò secundùm longitudinem, prout vides in figura, ita ut perpendiculum liberè dependeat, superficiemque Quadrantis radat. Et si quidem perpendiculum ceciderit in quadragesimum quintum gradum Quadrantis, planum A in neutram partem inclinabit secundùm longitudinem, hoc est, secundùm lineam supra quam, vel ex qua, elevata est Libella; vel quod idem est, linea illa æquidistabit horizonti, ac proinde vocari poterit atque debebit linea horizontalis. Si verò perpendiculum à gradu quadragesimo quinto vel minimùm alterutram in partem deflexerit: manifestum erit, planum illud, licet sensui appareat horizonti parallelum, nequaquam tamen esse parallelum, sed inclinari ad eam partem, ad quam perpendiculum inclinat. Et tunc non erit quod ulteriùs idem planum examinemus, cùm jam constet, non esse horizonti parallelum. Si verò secundùm dictam longitudinem planum deprehendatur esse libratum, hoc est, horizonti perfectè æquidistans; tentandum erit idem secundùm latitudinem, per similem prorsus Libellæ applicationem. Et si quidem lineam etiam latitudinis libratam invenerimus, hoc est, si etjam in hac secunda applicatione Libellæ filum perpendiculi abſciderit quadragesimum quintum gradum, planum A omninò porrectum erit; perfectèque horizonti parallelum secundùm omnes partes; sin minùs, inclinabitur ad unam partē magis quàm ad alteram.

Fig. C LXXXIIX Ico. XXV.

DEMONSTRATIO.

QVoniam enim planum Libellæ in duplici illa collocatione repræsentat duo plana verticalia, hoc est, plana per filum perpendiculi ducta, quod semper rectum est ad horizontem, ut supponitur, cùm radat superficiem Quadrantis, & transeat per gradum quadragesimum quintum arcus E F; fit, ut si duo illa plana Libellæ producta se mutuò intelligantur secare, faciant communem sectionem lineam rectam, per tertiam Undecimi:

atque

atque adeo parallelam perpendiculo Libellæ: Cùm igitur perpendiculum sit perpendiculare ad utramque lineam, tam longitudinis quàm latitudinis, ut diximus, & patet ex ipsa Libellæ constructione ac collocatione; erit etiam communis illa sectio perpendicularis ad easdem lineas longitudinis & latitudinis. ac proinde eadem communis sectio, per quartam Undecimi; *imò & plana per ipsam ducta, nempe plana Libellæ, quæ repræsentant plana verticalia, erunt* per decimam octavam Undecimi, *recta ad planum A, quod per lineas illas longitudinis ac latitudinis ductum est. Horizontale igitur erit idem planum A, hoc est, libratum, siquidem ad ipsum recta sunt plana verticalia, ut monstratum est.*

Non aliter procedendum erit, si planum aliquod proponatur librandum, hoc est, si tabula aliqua vel marmor benè complanatum, constituendum foret horizontaliter. Primò enim collocabitur propositum planum ita, ut sensui appareat debitè locatum. Deinde per Libellam eadem collocatio examinabitur tam secundùm longitudinem, quàm latitudinem, ut dictum est. Et si quidem in aliquam illarum partium deprehendatur deflectere, elevandum erit ex illa parte, subjectis cuneolis, vel aliâ materiâ, donec perpendiculum cadat in quadragesimum quintum gradum. Quod ubi successerit in utraque parte plani, tunc demum collocatum erit planum, ut proponitur.

Intelligimus autem per lineam longitudinis & latitudinis, quascunque duas lineas transversales, quæ non sint parallelæ. Quamvis ad præsens negotium sint accommodatiores illæ, quæ sese, saltem ad judicium sensus, secant ad angulos rectos. Si enim ex ejusmodi duabus lineis perpendiculariter erigatur Libella, faciliùs apparebit differentia inclinationis, si fortè planum propositum non sit libratum.

Usus Libellæ Clavianæ.

IN campo aliquo, vel horto, aliovè quoque plano, ad sensum horizonti parallelo, pone puncta Instrumenti Claviani suprà capite 4 descripti in terra, seu plano illo. Et si quidem filum perpendiculi transit per D; erunt puncta B & C in plano illo ejusdem altitudinis, ita ut si spatium interjectum B C complanetur (si fortè non est complanatum) spatium illud horti, vel campi, aut plani sit libratum, hoc est, horizonti parallelum, secundùm illam dimen- CLXXXII Fig. Ico. XXV.

sio-

sionem, secundùm quam applicatum ipsi fuit Instrumentum. Si verò filum perpendiculi A H abscindet ex quadrante D I, aliquot partes, v. g. tres; erit punctum C tribus palmis altius puncto B, atque ita fodiendum erit ibi, aut deprimendum planum illud ad altitudinem trium palmorum, ut complanatum spatium inter B & infimum punctum effossum seu depressum, sit horizonti parallelum. Quòd si filum perpendiculi abscinderet ex altero quadrante D K quotcunque partes, v. g. quinque; esset punctum C depressius quinque palmis puncto B; ac proinde tunc puncto B superimponenda foret terra, aut elevandum esset ad altitudinem quinque palmorum, ut spatium inter B & supremum punctum terræ superimpositæ, aut plani elevati, æquidistaret horizonti secundùm situm Libellæ applicatæ. Complanato spatio inter B & aliud punctum prope C, sive effossum, sive elevatum, iteranda erit eadem operatio, posito crure A B in puncto invento &c. Atque ita procedendum est usque ad ultimum signum in horto vel campo propositum. Dico, in horto, vel campo; nam in plano mobili sufficit prædictam operationem instituere semel in medio plani. Complanato secundùm unam positionem plano, complanandum eodem modo erit secundùm alteram, prout diximus in usu Libellæ Kircherianæ. Demonstrationem lege apud Clavium in Geomet. pract. lib. 3. Probl. 45. num. 2.

Quando Instrumentum hoc sæpius secundùm unam dimensionem in diversis locis applicatum fuit, & diversæ fuerunt inventæ altitudines aut depressiones; quæritur autem in fine, quantò altius, depressiusvè sit primum punctum, quàm ultimum: Scietur hoc per altitudines, depressionesvè intermedias, inquit Clavius. Ut si primus locus fuerit altior quàm secundus, quinque palmis; & hic altior quàm tertius, duobus palmis; hic autem depressior quàm quartus, tribus palmis; & hic denique altior quàm ultimus locus, uno palmo; colligemus primum locum altiorem esse ultimo loco quinque palmis. Nam primus locus erat altior tertio septem palmis, cùm primus secundum quinque superet, & secundus tertium duobus: & quia tertius superatur à quarto tribus palmis, superabit primus quartum solùm quatuor palmis: cùm autem hic altior sit quàm ultimus uno palmo, erit primus altior quàm ultimus quinque palmis, & sic de cæteris. Idem sciemus, si alti-

altitudines omnes cruris C scribamus separatim, in dextra parte chartæ, & altitudines cruris B in sinistra, & initâ utrorumque numerorum summâ detrahamus minorem à majori; residuum enim indicabit, uter locus, & quantum sit altero altior. vide schema in margine positum.

Crus C.	Crus B.
5.	3
2.	
1.	
8	
8.	
5.	
5.	

COROLLARIUM.

Hinc colligitur, quomodo idem, quod hactenus præstitimus per duas dictas Libellas, præstari possit per quodcunque libellaticum Instrumentum. Et quidem si cuicunque hujusmodi Instrumento, in quo sit perpendiculum, affigatur semicirculus divisus eo modo, quo dictum fuit in Libellæ Clavianæ constructione suprà capite Quarto, ita ut centrum semicirculi correspondeat puncto suspensionis perpendiculi; habebit id eundem prorsus usum cum Claviana Libella dicta.

CAPUT SEPTIMUM.

De Vulgari Libratorum praxi in librandis locorum distantiis, ad perducendas aquas: simulque de usu libellaticorum Instrumentorum in explorandis & constituendis planis horizontalibus secundùm unam tantùm exporrectionem.

Exponam hoc capite praxim vulgarem ac ordinariam qua utuntur Libratores communiter omnes, etiam ageometræ, in librandis duorum locorum distantiis, dum ab uno ad alterum perducere volunt aquam, ut sciant uter illorum sit altior, uter depressior. Eodem autem prorsus modo explorari potest, utrum planum aliquod secundùm unam dimensionem seu exporrectionem, hoc est, secundùm extensionem ab uno loco ad alterum, sit æquilibratum, necnè; poteritque, si non est, complanari, ut dicemus iterum in fine Capitis in Corollario.

Ut sciant igitur Libratores, utrum aqua è fontis origine, aliovè ex loco, ad locum alium, ut Urbem, Arcem, Hortum &c.

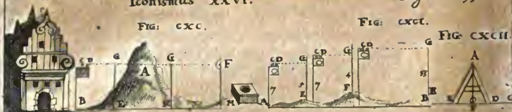
deduci poſſit naturali curſu; primùm omnium indagant, an originis locus altior ſit, quàm locus in quem deducenda eſt aqua, hoc eſt, utrum locus ille ſit magis ſupra eandem horizontalem lineam elevatus, quàm hic. Si enim inferior fuerit locus originis loco alio, aut in eodem horizontali plano cum illo; ſtatim pronuntiant, aquam naturaliter deduci eò non poſſe: ſi autem ſuperior fuerit, & planum inter utrumque locum interjectum potuerit habere ſufficientem declivitatem, ſeu ut ipſi loquuntur, pendentiam; ajunt, deduci poſſe. Videndum igitur eſt, quomodo ipſi explorent per Libellatica Inſtrumenta, quis locus ſit altior, quis humilior, quis æquè altus. Sic ergo procedunt Libratores.

Si è loco fontis, ſeu ſcaturiginis aquæ conſpici poteſt locus, ad quem deducenda eſt aqua; collocant juxta fontis locum Inſtrumentum Libellaticum, quodcunque illud ſit, è terra elevatum, hoc eſt, vel imponunt illud alicui ſuſtentaculo, vel ſuſpendunt è pertica, vel manu tenent. Deinde illud librant aliquo ex modis ſuprà dictis, nempe vel perpendiculis, vel aquâ, vel normâ ſeu Libellâ, vel aliter. Intelligunt verò libratum eſſe Inſtrumentum, cùm linea, juxta quam dirigendus eſt viſus, æquidiſtat ſecundùm omnes ſuas partes horizonti inſtar libræ æqualibus ponderibus libratæ. Hoc facto, in loco illo, ad quem derivanda eſt aqua, erigunt perpendiculariter ſignum conſpicuum tantæ altitudinis, quantum eſt à loco originis aquæ uſque ad dioptras Inſtrumenti librati. Hoc etiam facto, tranſpiciunt vel per rimam ſeu canalem Inſtrumenti, vel per pinnacidia, vel per aquæ ſupremam ſuperficiem, vel per dorſa triangulorum ſolidorum aquæ impoſitorum, prout diximus ſuprà capite ſecundo & tertio. Et ſi quidem ſignum in loco, ad quem deducenda eſt aqua, erectum occurrat in eadem linea viſionis; pronuntiant illum locum eſſe æquè altum cum loco ſcaturiginis: ſi ſupra lineam viſionis fuerit ſignum, ajunt locum eſſe altiorem: ſi infra; decliviorem: ſolùmque in hoc ultimo caſu ajunt poſſe eò deduci aquam, ſi adſit ſufficiens declivitas.

Fig. C LXXXIX. Ico. XXV. Sit exempli gratia explorandum Quadrato, aut Quadrante, aliovè quocunque Inſtrumento Libellatico, utrum ex loco A deduci poſſit aqua ad locum B, aut M. Erigunt Inſtrumentum in A, illudque librant, ita ut latus C D, in quo ſunt Dioptræ, ſit horizon-



Iconismus XXVI. Pag: 299.





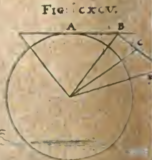
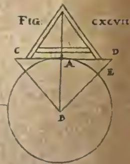
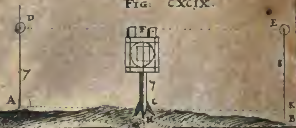




FIG. CXCVI.







zonti parallelum. Metiuntur deinde altitudinem C A, nempe distantiam loci oculi C, à loco aquæ A. Posthæc in B aut M erigunt baculum B F, aut M F, quantævis altitudinis, habentem signum aliquod conspicuum F, tantum distans à B, aut M, quantum distat C Instrumenti ab aqua A. Tandem per dioptras seu pinnacidia C D Instrumenti transpiciunt, & dirigunt lineam visualem C D G, versus B, aut M. Et si quidem linea visualis C D G cadit supra signum F, ut fit apud locum B; ajunt, aquam ex A perduci posse ad B, si adsit sufficiens pendentia, de qua postea. Si verò linea visualis C D G cadat in signum F, aut infra ipsum, ut fit apud locum M; ajunt aquam A non posse perduci ad locum M. Ratio ipsorum est, quia in primo casu locus B est demissior, hoc est, centro Terræ propinquior, quàm aqua A; & quidem tantò demissior, quantò magis F est infra lineam visualem C D G: in secundo verò casu locus M altior est, hoc est, à centro Terræ remotior, quàm aqua A; & tanto altior, quantò magis F est supra lineam visualem C D G.

In idem recidit, si dicas, tunc locum A, in exemplo posito, esse æqualis altitudinis cum loco B, aut M, si per latus C D Instrumenti æquilibrati conspici potest signum F; tunc verò locum A esse altiorem loco B, aut M, quando latus C D deprimendum est versus signum F, ut videatur: tunc denique locum A depressiorem esse loco B, aut M, quando latus C D elevandum est versus signum F, ut videri possit.

Si è loco scaturiginis aquæ non possit videri locus, ad quem deducenda est aqua, quia interjectus est mons, sylva, aliudvè simile impedimentum; ut si ex loco B deducenda esset aqua ad locum M, & interjectus esset mons A; ita procedunt. In loco B collocant Instrumentum supra suum sustentaculum, & æquilibrant. Deinde in loco M perpendiculariter erigunt perticam cum signo F conspicuo, ut antea, tantum à terra distante, quantum distat à loco aquæ latus C D Instrumenti. His factis, ex loco B dirigunt visum per latus C D Instrumenti, versus locum E in monte, & notant signum aliquod G, ad quod terminatur linea visualis C D G. In loco deinde E collocant Instrumentum æquilibratum, ut latus C D correspondeat puncto G; & respiciunt versus K, notando aliud signum G, ad quod terminatur linea visus. Post hæc collo- Fig. CXC. Ico. XXVI.

Pp 2 cant

cant Instrumentum in loco K, ut latus CD Instrumenti æquilibrati correspondeat iterum puncto G; & respiciunt versus M. Si linea visualis cadit in signum F; locus M erit æquè altus cum loco B: si cadit supra, aut infra F; erit locus M altior, aut depressior, prout antea dictum fuit.

Alii aliter procedunt in collocandis hastis seu perticis, & in Instrumento hastæ applicato elevando, aut deprimendo: sed nulla fit mutatio in substantia rei.

Fig. CXCI Ico. XXVI. Si denique è loco ejusdem scaturiginis aquæ non potest videri locus, ad quem aqua deducenda est, propter nimiam distantiam, etiamsi spatium interjectum sit planum, aut quasi planum; procedunt eodem ferè modo, quo jam diximus, quando mons est interpositus. Ut si è loco A perducenda est aqua ad locum B, distantem passibus 400 circiter. Dividunt distantiam in plures stationes, A, E, F, B, distantes à se invicem 100, aut 150 passibus; & in stationibus intermediis, ut in E, & F, erigunt hastas cum signo conspicuo mobili, quod videlicet altiori aut depressiori loco hastarum affigi possit; cujusmodi signum est v. g. charta alba, quæ cerà molli possit affigi hastis. His factis, collocant Instrumentum in A, prope scilicet locum aquæ, elevatum à terra, seu à superficie aquæ pedibus 7. Aequilibrant deinde Instrumentum, & per dioptras C D transpiciunt versus hastam E, dirigendo in ipsam hastam, visualem lineam C D G, & in puncto G jubent affigi chartam, quæ sit elevata supra terram pedes v. g. 5, quantum scilicet elevatum est punctum terminans lineam visualem. Detrahunt 5 à 7, remanent 2. Pronuntiant ergo, locum E altiorem esse loco A, pedibus duobus. Iterum collocant Instrumentum in E, æquilibratum, & elevatum ut antea, pedes 7; & projiciunt visum per dioptras in signum hastæ F, elevatum supra terram pedes 4: detrahunt 4 à 5, remanet. 1; ajunt ergo, locum F esse altiorem loco E pede uno, & consequentur loco A pedibus tribus. Tandem collocant Instrumentum in F, & dirigunt visum in hastam B, conspiciuntque signum elevatum è terra pedes 13; detrahunt 3 à 13, remanent 10; ajunt ergo, locum B esse inferiorem loco F pedibus 10, ac proinde loco E pedibus 9, loco verò A pedibus 7.

Ali-

Aliqui librationem factam à loco fontis ad locum alterum, repetunt ab altero loco ad locum fontis, ut videant num benè libraverint; quoniam modicus error in Instrumento est maximus in linea librata. Utrum rectè, nec nè agant, patebit ex capite sequenti.

COROLLARIUM.

Colligitur hinc, quomodo planum secundùm eandem lineam horizontalem pluribus librationibus modo dicto inventam complanari possit, si nimirum spatium depressius repleatur terrâ aggestâ, elatius egestâ deprimatur.

CAPUT OCTAVUM.

De praxi libellandi tradita à Patre Nicolao Cabæo.

P. Nicolaus Cabæus in Meteora Aristotelis lib. 1. tex. 62. quæst. 2. & lib. 2. tex. 6. quæst. 3. in fine, & quæst. 4. per totum, mirum in modum exagitat vulgarem Libratorum praxin in librandis locorum distantiis ad aquas deducendas; aitque illos non intelligere, quid sit Libella, nec cognoscere quam lineam, seu quas lineas per libellationes designent, nec satis percipere, quid sit libellare. Ait, dum dicunt, ad derivandas aquas, ut feliciter & satis velociter fluant, satis esse, si singulis mille passibus inclinetur cursus, seu linea cadentiæ, per uncias quatuor; illos valde errare, & hanc assertionem luculentum satis ignorantiæ testimonium præbere: Si enim, inquit, libellatio unica fieret mille passuum, si fieri posset, & libella ex uno capite milliaris constitueretur; etiamsi in altero extremo capite lineæ libellatæ sumeretur punctum sex, imò & octo unciis infra punctum visum, aquam ex puncto libellæ non motũ iri ad punctum visum per talem lineam, sed potiùs à puncto viso ad libellam cursuram. Monet proinde Principes, & Rerum publicarum Gubernatores, ut videant diligenter, dum hujusmodi Libellatores adhibent, quibus pecuniam fidant.

Ipse autem Cabæus, ut suam exponat sententiam ac praxin, supponit, Libellationem nihil aliud esse, quàm descriptionem seu

quæ inæqualiter absunt, inæqualiter sunt alta; scilicet altiora, quæ longioribus absunt perpendicularibus; minùs verò alta, quæ absunt brevioribus. Sit dioptricum Instrumentum N O, linea visus per ipsum transiens A B C D, à qua æqualibus lineis perpendicularibus distent puncta E, F, G, H; longioribus I L; brevioribus K M. Dicunt, puncta E, F, G, H, esse æquè alta; puncta K, M, altiora; puncta I, L, depressiora. Hæc vera sunt in ordine ad horizontem; falsa in ordine ad centrum Terræ, ut patet per se, & ex jam dictis.

Fig. C XXXVII Ico. XXV.

Suppositio Duodecima.

Æquales, inæqualesque distantiæ punctorum infra lineam visus æquilibratam, aut supra planum horizontale, rectè mensurantur perpendiculi filo. Ut in præcedenti figura distantiæ punctorum E, F, G, H, infra lineam visus A D, aut supra horizontem, sive sensibilem, sive intelligibilem, rectè mensurantur filo cum appenso perpendiculo; & tunc dicuntur esse æquales, quando fila perpendiculorum à linea visus ad dicta puncta demissa, sunt æqualia; tunc verò sunt majores, aut minores distantiæ, quando eadem fila sunt longiora, aut breviora. Hæc Hypothesis geometricè & exactè loquendo est falsa, quia fila illa cum perpendiculis demissa non sunt perpendicularia ad horizontem, sed tendunt ad centrum Terræ, ut patet ex suppositione septima; unde unum solùm potest esse perpendiculare horizonti, illud nimirum, quod cadit in punctum contactus, in quo horizon sensibilis tangit Terræ superficiem sphæricam. Non ergo rectè sumuntur perpendiculi ope perpendiculares prædictæ in usu Libellæ, si geometricè procedamus. Secundùm sensum tamen nullus in ea re comittitur error, etiam in linea librata unius milliarii, quoniam differentia inter perpendicularem quamcunque ex illa demissam ad horizontem, & inter perpendiculum tendens ad centrum Terræ, est omnino insensibilis, ut ex dictis colligitur, & facilè demonstrari potest.

Suppositio Decima tertia.

Fig. C LXXXIIX Ico. XXV.

Si supra regulam aliquam longam, aut supra planum, seu Instrumentum aliquod dioptricum, erigatur Norma seu Libella C A B, qualem descripsimus suprà Capite tertio, & filum cum perpendiculo liberè demissum cadat supra lineam C D; librata est regula aut planum: si cadat intra A D, aut

aut intra B D; non est librata regula aut planum. Geometricè Suppositio vera est solùm tunc, quando punctum D Normæ congruit puncto contactus, quo regula aut planum tangit superficiem sphæricam Terræ; in reliquis casibus falsa est. Practicè tamen loquendo, & in usu librandi, vera est in omni sensu, si regula, aut planum libratum non excedant longitudinem unius milliaris, ut patet ex dictis Suppositione præcedenti. Sed de hac re iterum agetur infrà.

CAPUT SEXTUM.

De usu libellaticorum Instrumentorum in explorandis atque constituendis planis horizontalibus secundùm omnem exporrectionem.

Libellæ, omniumque Libellaticorum Instrumentorum usus præcipuus, imò unicus, quoad propositum nostrum attinet, consistit in hoc, ut iis vel explorentur, vel constituantur plana horizontalia; hoc est, ut vel cognoscamus, utrum planum propositum, quod horizonti parallelum videtur, sit revera tale; vel ut quod scimus, tale non esse, tale constituamus. Plana autem hujusmodi vel exploranda atque constituenda sunt talia secundùm omnem exporrectionem, scilicet longitudinis ac latitudinis; vel secundùm unam tantùm, longitudinis scilicet, aut latitudinis. Nos hoc capite agemus de prioris generis planis, præsertim non adeo magnis; videbimusque qua ratione per libellatica Instrumenta hujusmodi plana explorari atque constitui possint ad horizontem parallela secundùm utramque dimensionem seu exporrectionem. Et tametsi omnia libellatica Instrumenta cap. 2. & 3. enumerata huic proposito inservire possint; commodissima tamen est præ cœteris omnibus Libella, præsertim Kircheriana & Claviana; ideo utriusque usum in proposito casu hìc breviter explicabimus. Quod autem de his duobus Instrumentis dicemus, de aliis etiam dictum volumus.

Usus Libellæ Kircherianæ.

QUando propositum fuerit aliquod planum, quod videatur ad sensum horizonti parallelum, experimentoque discere voluerimus, num ita res se habeat; sic per Libellam Kircherianam sensum adjuverimus. Sit propositum planum A, in eoque applicetur Libella primò secundùm longitudinem, prout vides in figura, ita ut perpendiculum liberè dependeat, superficiemque Quadrantis radat. Et si quidem perpendiculum ceciderit in quadragesimum quintum gradum Quadrantis, planum A in neutram partem inclinabit secundùm longitudinem, hoc est, secundùm lineam supra quam, vel ex qua, elevata est Libella; vel quod idem est, linea illa æquidistabit horizonti, ac proinde vocari poterit atque debebit linea horizontalis. Si verò perpendiculum à gradu quadragesimo quinto vel minimùm alterutram in partem deflexerit; manifestum erit, planum illud, licet sensui appareat horizonti parallelum, nequaquam tamen esse parallelum, sed inclinari ad eam partem, ad quam perpendiculum inclinat. Et tunc non erit quod ulteriùs idem planum examinemus, cùm jam constet, non esse horizonti parallelum. Si verò secundùm dictam longitudinem planum deprehendatur esse libratum, hoc est, horizonti perfectò æquidistans; tentandum erit idem secundùm latitudinem, per similem prorsus Libellæ applicationem. Et si quidem lineam etiam latitudinis libratam invenerimus, hoc est, si etjam in hac secunda applicatione Libellæ filum perpendiculi abscideri quadragesimum quintum gradum, planum A omninò porrectum erit; perfectèque horizonti parallelum secundùm omnes partes; sin minùs, inclinabitur ad unam partẽ magis quàm ad alteram.

Fig. C LXXXIIX Ico. XXV.

DEMONSTRATIO.

QVoniam enim planum Libellæ in duplici illa collocatione repræsentat duo plana verticalia, hoc est, plana per filum perpendiculi ducta, quod semper rectum est ad horizontem, ut supponitur, cùm radat superficiem Quadrantis, & transeat per gradum quadragesimum quintum arcus E F; fit, ut si duo illa plana Libellæ producta se mutuò intelligantur secare, faciant communem sectionem lineam rectam, per tertiam Undecimi: atque

atque adeo parallelam perpendiculo Libellæ: Cùm igitur perpendiculum sit perpendiculare ad utramque lineam, tam longitudinis quàm latitudinis, ut diximus, & patet ex ipsa Libellæ constructione ac collocatione; erit etiam communis illa sectio perpendicularis ad easdem lineas longitudinis & latitudinis, ac proinde eadem communis sectio, per quartam Undecimi; *imò & plana per ipsam ducta, nempe plana Libellæ, quæ repræsentant plana verticalia, erunt* per decimam octavam Undecimi, *recta ad planum A, quod per lineas illas longitudinis ac latitudinis ductum est. Horizontale igitur erit idem planum A, hoc est, libratum, siquidem ad ipsum recta sunt plana verticalia, ut monstratum est.*

Non aliter procedendum erit, si planum aliquod proponatur librandum, hoc est, si tabula aliqua vel marmor benè complanatum, constituendum foret horizontaliter. Primò enim collocabitur propositum planum ita, ut sensui appareat debitè locatum. Deinde per Libellam eadem collocatio examinabitur tam secundùm longitudinem, quàm latitudinem, ut dictum est. Et si quidem in aliquam illarum partium deprehendatur deflectere, elevandum erit ex illa parte, subjectis cuneolis, vel aliâ materiâ, donec perpendiculum cadat in quadragesimum quintum gradum. Quod ubi successerit in utraque parte plani, tunc demum collocatum erit planum, ut proponitur.

Intelligimus autem per lineam longitudinis & latitudinis, quascunque duas lineas transversales, quæ non sint parallelæ. Quamvis ad præsens negotium sint accommodatiores illæ, quæ sese, saltem ad judicium sensus, secant ad angulos rectos. Si enim ex ejusmodi duabus lineis perpendiculariter erigatur Libella, faciliùs apparebit differentia inclinationis, si fortè planum propositum non sit libratum.

Usus Libellæ Clavianæ.

IN campo aliquo, vel horto, aliovè quoque plano, ad sensum horizonti parallelo, pone puncta Instrumenti Claviani suprà capite 4 descripti in terra, seu plano illo. Et si quidem filum perpendiculi transit per D; erunt puncta B & C in plano illo ejusdem altitudinis, ita ut si spatium interjectum B C complanetur (si fortè non est complanatum) spatium illud horti, vel campi, aut plani sit libratum, hoc est, horizonti parallelum, secundùm illam dimen- CLXXXII Fig. Ico. XXV.

sio-

sionem, secundùm quam applicatum ipsi fuit Instrumentum. Si verò filum perpendiculi A H abscindet ex quadrante D I, aliquot partes, v. g. tres; erit punctum C tribus palmis altius puncto B, atque ita fodiendum erit ibi, aut deprimendum planum illud ad altitudinem trium palmorum, ut complanatum spatium inter B & infimum punctum effossum seu depressum, sit horizonti parallelum. Quòd si filum perpendiculi abscinderet ex altero quadrante D K quotcunque partes, v. g. quinque; esset punctum C depressius quinque palmis puncto B; ac proinde tunc puncto B superimponenda foret terra, aut elevandum esset ad altitudinem quinque palmorum, ut spatium inter B & supremum punctum terræ superimpositæ, aut plani elevati, æquidistaret horizonti secundùm situm Libellæ applicatæ. Complanato spatio inter B & aliud punctum prope C, sive effossum, sive elevatum, iteranda erit eadem operatio, posito crure A B in puncto invento &c. Atque ita procedendum est usque ad ultimum signum in horto vel campo propositum. Dico, in horto, vel campo; nam in plano mobili sufficit prædictam operationem instituere semel in medio plani. Complanato secundùm unam positionem plano, complanandum eodem modo erit secundùm alteram, prout diximus in usu Libellæ Kircherianæ. Demonstrationem lege apud Clavium in Geomet. pract. lib. 3. Probl. 45. num. 2.

Quando Instrumentum hoc sæpius secundùm unam dimensionem in diversis locis applicatum fuit, & diversæ fuerunt inventæ altitudines aut depressiones; quæritur autem in fine, quantò altius, depressiusvè sit primum punctum, quàm ultimum: Scietur hoc per altitudines, depressionesvè intermedias, inquit Clavius. Ut si primus locus fuerit altior quàm secundus, quinque palmis; & hic altior quàm tertius, duobus palmis; hic autem depressior quàm quartus, tribus palmis; & hic denique altior quàm ultimus locus, uno palmo; colligemus primum locum altiorem esse ultimo loco quinque palmis. Nam primus locus erat altior tertio septem palmis, cùm primus secundum quinque superet, & secundus tertium duobus: & quia tertius superatur à quarto tribus palmis, superabit primus quartum solùm quatuor palmis: cùm autem hic altior sit quàm ultimus uno palmo, erit primus altior quàm ultimus quinque palmis, & sic de cæteris. Idem sciemus, si alti-

altitudines omnes cruris C scribamus separatim, in dextra parte chartæ, & altitudines cruris B in sinistra, & initâ utrorumque numerorum summâ detrahamus minorem à majori; residuum enim indicabit, uter locus, & quantum sit altero altior. vide schema in margine positum.

Crus C.	Crus B.
5.	3
2.	
1.	
8	
8.	
3.	
5.	

COROLLARIUM.

Hinc colligitur, quomodo idem, quod hactenus præstitimus per duas dictas Libellas, præstari possit per quodcunque libellaticum Instrumentum. Et quidem si cuicunque hujusmodi Instrumento, in quo sit perpendiculum, affigatur semicirculus divisus eo modo, quo dictum fuit in Libella Claviana constructione suprà capite Quarto, ita ut centrum semicirculi correspondeat puncto suspensionis perpendiculi; habebit id eundem prorsus usum cum Claviana Libella dicta.

CAPUT SEPTIMUM.

De Vulgari Libratorum praxi in librandis locorum distantiis, ad perducendas aquas: simulque de usu libellaticorum Instrumentorum in explorandis & constituendis planis horizontalibus secundùm unam tantùm exporrectionem.

Exponam hoc capite praxim vulgarem ac ordinariam qua utuntur Libratores communiter omnes, etiam ageometræ, in librandis duorum locorum distantiis, dum ab uno ad alterum perducere volunt aquam, ut sciant uter illorum sit altior, uter depressior. Eodem autem prorsus modo explorari potest, utrum planum aliquod secundùm unam dimensionem seu exporrectionem, hoc est, secundùm extensionem ab uno loco ad alterum, sit æquilibratum, necnè; poteritque, si non est, complanari, ut dicemus iterum in fine Capitis in Corollario.

Ut sciant igitur Libratores, utrum aqua è fontis origine, aliovè ex loco, ad locum alium, ut Urbem, Arcem, Hortum &c.

deduci possit naturali cursu; primùm omnium indagant, an originis locus altior sit, quàm locus in quem deducenda est aqua, hoc est, utrum locus ille sit magis supra eandem horizontalem lineam elevatus, quàm hic. Si enim inferior fuerit locus originis loco alio, aut in eodem horizontali plano cum illo; statim pronuntiant, aquam naturaliter deduci eò non posse: si autem superior fuerit, & planum inter utrumque locum interjectum potuerit habere sufficientem declivitatem, seu ut ipsi loquuntur, pendentiam; ajunt, deduci posse. Videndum igitur est, quomodo ipsi explorent per Libellatica Instrumenta, quis locus sit altior, quis humilior, quis æquè altus. Sic ergo procedunt Libratores.

Si è loco fontis, seu scaturiginis aquæ conspici potest locus, ad quem deducenda est aqua; collocant juxta fontis locum Instrumentum Libellaticum, quodcunque illud sit, è terra elevatum, hoc est, vel imponunt illud alicui sustentaculo, vel suspendunt è pertica, vel manu tenent. Deinde illud librant aliquo ex modis suprà dictis, nempe vel perpendiculis, vel aquâ, vel normâ seu Libellâ, vel aliter. Intelligunt verò libratum esse Instrumentum, cùm linea, juxta quam dirigendus est visus, æquidistat secundùm omnes suas partes horizonti instar libræ æqualibus ponderibus libratæ. Hoc facto, in loco illo, ad quem derivanda est aqua, erigunt perpendiculariter signum conspicuum tantæ altitudinis, quantum est à loco originis aquæ usque ad dioptras Instrumenti librati. Hoc etiam facto, transpiciunt vel per rimam seu canalem Instrumenti, vel per pinnacidia, vel per aquæ supremam superficiem, vel per dorsa triangulorum solidorum aquæ impositorum, prout diximus suprà capite secundo & tertio. Et si quidem signum in loco, ad quem deducenda est aqua, erectum occurrat in eadem linea visionis; pronuntiant illum locum esse æquè altum cum loco scaturiginis: si supra lineam visionis fuerit signum, ajunt locum esse altiorem: si infra; decliviorem: solùmque in hoc ultimo casu ajunt posse eò deduci aquam, si adsit sufficiens declivitas.

Fig. C LXXXIX. Ico. XXV. Sit exempli gratia explorandum Quadrato, aut Quadrante, aliovè quocunque Instrumento Libellatico, utrum ex loco A deduci possit aqua ad locum B, aut M. Erigunt Instrumentum in A, illudque librant, ita ut latus C D, in quo sunt Dioptræ, sit horizon-



Iconismus XXVI. Pag: 299.

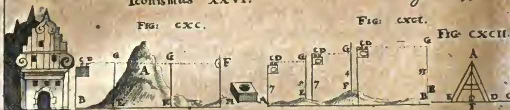
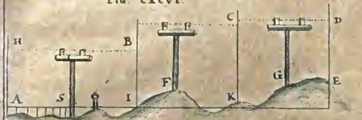
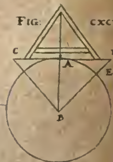


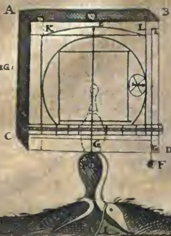


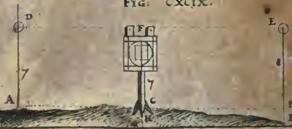
FIG: CXCV.

FIG: CXCIV.









zonti parallelum. Metiuntur deinde altitudinem C A, nempe diſtantiam loci oculi C, à loco aquæ A. Poſthæc in B aut M erigunt baculum B F, aut M F, quantævis altitudinis, habentem ſignum aliquod conſpicuum F, tantum diſtans à B, aut M, quantum diſtat C Inſtrumenti ab aqua A. Tandem per diopteras ſeu pinnacidia C D Inſtrumenti tranſpiciunt, & dirigunt lineam viſualem C D G, verſus B, aut M. Et ſi quidem linea viſualis C D G cadit ſupra ſignum F, ut fit apud locum B; ajunt, aquam ex A perduci poſſe ad B, ſi adſit ſufficiens pendentia, de qua poſtea. Si verò linea viſualis C D G cadat in ſignum F, aut infra ipſum, ut fit apud locum M; ajunt aquam A non poſſe perduci ad locum M. Ratio ipſorum eſt, quia in primo caſu locus B eſt demiſſior, hoc eſt, centro Terræ propinquior, quàm aqua A; & quidem tantò demiſſior, quantò magis F eſt infra lineam viſualem C D G: in ſecundo verò caſu locus M altior eſt, hoc eſt, à centro Terræ remotior, quàm aqua A; & tanto altior, quantò magis F eſt ſupra lineam viſualem C D G.

In idem recidit, ſi dicas, tunc locum A, in exemplo poſito, eſſe æqualis altitudinis cum loco B, aut M, ſi per latus C D Inſtrumenti æquilibrati conſpici poteſt ſignum F; tunc verò locum A eſſe altiorem loco B, aut M, quando latus C D deprimendum eſt verſus ſignum F, ut videatur: tunc denique locum A depreſſiorem eſſe loco B, aut M, quando latus C D elevandum eſt verſus ſignum F, ut videri poſſit.

Si è loco ſcaturiginis aquæ non poſſit videri locus, ad quem deducenda eſt aqua, quia interjectus eſt mons, ſylva, aliudvè ſimile impedimentum; ut ſi ex loco B deducenda eſſet aqua ad locum M, & interjectus eſſet mons A; ita procedunt. In loco B collocant Inſtrumentum ſupra ſuum ſuſtentaculum, & æquilibrant. Deinde in loco M perpendiculariter erigunt perticam cum ſigno F conſpicuo, ut antea, tantum à terra diſtante, quantum diſtat à loco aquæ latus C D Inſtrumenti. His factis, ex loco B dirigunt viſum per latus C D Inſtrumenti, verſus locum E in monte, & notant ſignum aliquod G, ad quod terminatur linea viſualis C D G. In loco deinde E collocant Inſtrumentum æquilibratum, ut latus C D correſpondeat puncto G; & reſpiciunt verſus K, notando aliud ſignum G, ad quod terminatur linea viſus. Poſt hæc collo- Fig. CXC. Ico. XXVI.

 cant

cant Instrumentum in loco K, ut latus C D Instrumenti æquilibrati correspondeat iterum puncto G; & respiciunt versus M. Si linea visualis cadit in signum F; locus M erit æquè altus cum loco B: si cadit supra, aut infra F; erit locus M altior, aut depressior, prout antea dictum fuit.

Alii aliter procedunt in collocandis hastis seu perticis, & in Instrumento hastæ applicato elevando, aut deprimendo; sed nulla fit mutatio in substantia rei.

Fig. CXCI Ico. XXVI. Si denique è loco ejusdem scaturiginis aquæ non potest videri locus, ad quem aqua deducenda est, propter nimiam distantiam, etiamsi spatium interjectum sit planum, aut quasi planum; procedunt eodem ferè modo, quo jam diximus, quando mons est interpositus. Ut si è loco A perducenda est aqua ad locum B, distantem passibus 400 circiter. Dividunt distantiam in plures stationes, A, E, F, B, distantes à se invicem 100, aut 150 passibus; & in stationibus intermediis, ut in E, & F, erigunt hastas cum signo conspicuo mobili, quod videlicet altiori aut depressiori loco hastarum affigi possit; cujusmodi signum est v. g. charta alba, quæ cerâ molli possit affigi hastis. His factis, collocant Instrumentum in A, prope scilicet locum aquæ, elevatum à terra, seu à superficie aquæ pedibus 7. Aequilibrant deinde Instrumentum, & per dioptras C D transpiciunt versus hastam E, dirigendo in ipsam hastam, visualem lineam C D G, & in puncto G jubent affigi chartam, quæ sit elevata supra terram pedes v. g. 5, quantum scilicet elevatum est punctum terminans lineam visualem. Detrahunt 5 à 7, remanent 2. Pronuntiant ergo, locum E altiorem esse loco A, pedibus duobus. Iterum collocant Instrumentum in E, æquilibratum, & elevatum ut antea, pedes 7; & projiciunt visum per dioptras in signum hastæ F, elevatum supra terram pedes 4: detrahunt 4 à 5, remanet 1; ajunt ergo, locum F esse altiorem loco E pede uno, & consequenter loco A pedibus tribus. Tandem collocant Instrumentum in F, & dirigunt visum in hastam B, conspiciuntque signum elevatum è terra pedes 13; detrahunt 3 à 13, remanent 10; ajunt ergo, locum B esse inferiorem loco F pedibus 10, ac proinde loco E pedibus 9, loco verò A pedibus 7.

Ali-

Aliqui librationem factam à loco fontis ad locum alterum, repetunt ab altero loco ad locum fontis, ut videant num benè libraverint; quoniam modicus error in Instrumento est maximus in linea librata. Utrum rectè, nec nè agant, patebit ex capite sequenti.

COROLLARIUM.

Colligitur hinc, quomodo planum secundùm eandem lineam horizontalem pluribus librationibus modo dicto inventam complanari possit, si nimirum spatium depressius repleatur terrâ aggestâ, elatius egestâ deprimatur.

CAPUT OCTAVUM.

De praxi libellandi tradita à Patre Nicolao Cabæo.

P. Nicolaus Cabæus in Meteora Aristotelis lib. 1. tex. 62. quæst. 2. & lib. 2. tex. 6. quæst. 3. in fine, & quæst. 4. per totum, mirum in modum exagitat vulgarem Libratorum praxin in librandis locorum distantiis ad aquas deducendas; aitque illos non intelligere, quid sit Libella, nec cognoscere quam lineam, seu quas lineas per libellationes designent, nec satis percipere, quid sit libellare. Ait, dum dicunt, ad derivandas aquas, ut feliciter & satis velociter fluant, satis esse, si singulis mille passibus inclinetur cursus, seu linea cadentiæ, per uncias quatuor; illos valde errare, & hanc assertionem luculentum satis ignorantiæ testimonium præbere: Si enim, inquit, libellatio unica fieret mille passuum, si fieri posset, & libella ex uno capite milliaris constitueretur; etiamsi in altero extremo capite lineæ libellatæ sumeretur punctum sex, imò & octo unciis infra punctum visum, aquam ex puncto libellæ non motũ iri ad punctum visum per talem lineam, sed potiùs à puncto viso ad libellam cursuram. Monet proinde Principes, & Rerum publicarum Gubernatores, ut videant diligenter, dum hujusmodi Libellatores adhibent, quibus pecuniam fidant.

Ipse autem Cabæus, ut suam exponat sententiam ac praxin, supponit, Libellationem nihil aliud esse, quàm descriptionem seu desi-

designationem lineæ rectæ tangentis Terram, seu circulum Terræ concentricum, in illo præcisè puncto, in quod cadit perpendi-
F.CXCII. culum Libellæ. Totum enim artificium Libellæ & Libellatio-
Ico.XXVI. nis, inquit, consistit in hoc, ut constituatur per ipsam linea recta Terram contingens, supra quam si cadat perpendiculum in puncto contactus, filum perpendiculi faciat angulos rectos hinc & inde cum illa linea. Ut si sit linea seu Regula B C, super terram extensa; ea tunc dicetur constituta ad libellam, cum ita fuerit disposita, ut si ipsi superimponatur Libella A E D, perpendiculum A F cadens super illam faciat angulos A F E, A E D, rectos. Quod quidem, ut ipse monet, & nos suprà diximus cap. 5. supposit. 9. non fit nisi in puncto contractus.

Hoc, aliisq; quæ apud ipsum leges, suppositis, Ait primò, ubi unica libellatione exploramus loci alicujus altitudinem, vel declivitatem, non esse Libellam in una loci illius extremitate collocandam, & per rimulas, vel alia ratione, dirigendam lineam rectam ad aliam extremitatem. Rationem dat, quia loca quæ per talem Libellationem inveniuntur in eadem linea æquilibrata, non sunt revera in eadem altitudine, hoc est, æqualiter remota à centro Terræ, sed altior est locus à Libella remotus, quàm libellæ proximus. Probat ratione mathematica, quam suprà adduximus cap. 5. Supposit. 5. ubi diximus, punctum F magis distare à centro Terræ A, quàm punctum B. Ex quo infert Cabæus, ad hoc ut duo loca, per libellationem in eadem linea æquilibrata inventa, dici possint esse in eadem altitudine, debere libellam collocari in medio inter duo illa loca, & dirigi visum ad utrumque
F.CXCIII. locum; ad unum quidem ex una libellæ extremitate, ad alteram
Ico.XXVI. verò ex altera: tunc enim si duo illa loca occurrant in eadem linea visuali, signum est illa esse æquè à centro Terræ distantia. Sic si inter duo loca C & D, in adjuncta figura, ponatur libella in puncto A, & uterque occurrat visui in eadem linea C D; erit uterque æquè altus, hoc est, æqualiter distans à centro B. Et ratio est, quia cum linea C D sit tangens circulum descriptum ex B, & A ponatur punctum contactus, rectæque A C, A D ponantur æquales; erunt etiam rectæ B C, B D, æquales, *per 18. Tertii, & quartam Primi Euclidis.*

Si

Si quis dicat, hanc esse speculationem mathematicam, ac proinde in physica praxi libellationis non attendendam, cum Terræ superficies sphærica, in qua libellatio fit, & linea tangens protenditur, adeo sit magna, ut elevatio lineæ tangentis post unum milliare non sit sensibiliter altior, seu remotior à centro Terræ, quàm in loco contactus. Respondet Cabæus, hoc omnino falsum esse. Si enim constitutâ libellâ in A, fiat libellatio spatii A D unius milliaris (si fieri potest) cùm linea A D sit linea recta, & superficies Terræ circularis; si describatur circulus è centro Terræ, cujus semidiameter sit A B, passuum 3500000, & linea A D sit passuum 1000; erit linea D E, (ait Cabæus) pedis unius & unciarum decem circiter, hoc est, locus D erit altior loco A, unciis 22: ac proinde aqua ex A non fluet ad D, sed potiùs ex D fluet ad A. Ex quo infert, quàm parum sit fidendum vulgaribus Libratoribus. Addit, ex hujus rei ignoratione procedere, quòd hujusmodi Libratores nunquam repetitis libellationibus in diversis ejusdem librati spatii locis eandem inveniant altitudinem, nec, ut ipsi loquuntur, claudant spatium, & quòd eò magis errent, quò fuerint illâ in re diligentiores. Si enim, inquit, constituas libellam primò in A, & dirigas lineam fiduciæ in D, ac deinde deferas libellam ad D, & convertas directionem ad A; nunquam, adhibitâ quacunque diligentiâ, revertetur directio ad A, sed supra A cadet, nempe in F; & si revertatur directio ex D ad A, signum est libellationem non fuisse legitimè peractam.

Ait secundò Cabæus, si pluribus libellationibus explorare velis regionem aliquam, v. g. A B C; non esse sic explorandam, ut positâ libellâ in A dirigas visum ab A in B; & puncto B exactè notato, ibi colloces jam libellam, & ex B invenias per aliam libellationem punctum C; & sic deinceps: sic enim non pergis in eadem altitudine seu distantia à Centro Terræ, sed semper ascendis, & elevaris eò magis, quò longiores libellationes producis ab A ad B, & à B ad C &c. ut patet ex dictis, & patebit meliùs ex dicendis sequenti Assertione. Et quamvis procedas semper per puncta exactissimè inventa, non tamen procedis per puncta æquidistantia à centro; quia, ut ostensum est, in prima Libellatione B magis distat à centro Terræ, quàm A; & C adhuc magis, quàm B; & sic deinceps; & in magna longitudine valde sensibilis est ista elongatio F.CXCIV. Ico.XXVI.

à cen-

à centro. Licet ergo non ita recedas pluribus libellationibus in eodem spatio repetitis, ac si unicâ solùm totum spatium libellasses; tamen semper sequentia puncta magis ac magis removentur à centro Terræ; & in longitudine multorum milliarium, recessus à centro Terræ erit, non jam unciarum, pedum, passuum, sed decempedarum. Et si repetas libellationem, incipiendo à fine versus principium, similiter operando ut priùs; senties enorme discrimen. Et hoc discrimen te docebit, utrum error in hujusmodi praxi sit sensibilis, nec nè.

F. CXCV. Ico. XXVI. Ait tertiò, dum pluribus libellationibus exploratur regio aliqua, vel dirigitur planum ædificii magni; illis pluribus libellationibus non constitui unam rectam lineam, nec fieri plures lineas eidem horizonti parallelas, sed semper fieri lineas se mutuò secantes, & produci polygonum circa peripheriam Terræ. Ratio est, quia singulis Libellationibus fit linea tangens circulum Terræ concentricum (non eundem, sed semper diversum, & quidem majorem; cujus lineæ extremitates hinc & inde à Libella remotæ æqualiter, distant à centro Terræ æqualiter; & omnes se mutuò intersecant, ut apparet in apposita figura, in qua linea A B, intersecat lineam B C, & linea B C lineam C D &c. Hinc si longam porticum, (subjungit Cabæus) construas, puta trecentarum aut quadringentarum decempedarum, & per exactissimam libellationem singularum columnarum peristylia, seu capitella dispoonas, & primam columnam cum secunda exactè colloces ad libellam, & secundam cum tertia, & sic deinceps; non erunt omnia capitella in eadem recta linea, ita ut si oculum in uno capite constituas, & lineam visualem in directum projicias, sint omnia capitella in eadem recta linea visuali; hoc enim non erit, sed columnæ procedent quasi circulariter, capita elevando, & rectam lineam capitella media excedent valde notabiliter, pro longitudine porticus. Hujus rei addit rationem Cabæus, quæ tamen omnino est falsa, & planè contraria iis, quæ hactenus dixit. Dum ergo (*concludit Cabæus*) porticum aut fenestratum ædificium dirigere vis, ut omnia sint in linea recta; non per libellam replicatis vicibus exactè adhibitam id consequeris, sed unica operatione in medio cõsistens hoc habebis per radium visualem.

Ait

Ait quartò, Si diversis continuatis libellationibus exactè explorare velis regionis alicujus, vel ædificii, æquilibrium: hæc esse observanda. Primò, ut semper te cum libella constituas exactè physicè in medio inter extrema cujusque libellationis, ut æqualiter distes ab utroque extremo. Secundò, ut, si per lineam visualem punctum æquilibrij investiges, distantiæ sint valde moderatæ in singulis operationibus, ut distinctè punctum visum notare possis. Hæc autem distantia non deberet esse major quàm quadraginta, aut quinquaginta decempedarum, quamvis acutâ vi polleas. Exemplum ponit tale. Sit explorandum æquilibrium F.CXCVI. duorum punctorum A & E. Sume primò spatium A I quinquaginta decempedarum, & erectis hastis A H, I B, colloca libellam in S. Tum conversus ad hastam A H nota exactè in hasta punctum H, in quod collimat libella, seu oculus per libellam transpiciens; & nota in charta ex una parte, dexterâ v. g. distantiam, quâ punctum H distat ab A. Converso deinde visu per libellam ad hastam I B, & invento puncto B, nota in eadem charta ex parte sinistra distantiam, qua punctum B distat à plano inferiori ad locum I. Sume deinde distantiam I K, si fieri potest, physicè æqualem priori distantiæ A I; & erectâ aliâ hastâ K C, constitue libellam in medio ubi F; & converso visu per libellam versus hastam I B, nota punctum, in quod collimat libella, seu oculus, sive sit punctum B, sive infra, sive supra B; & in parte chartæ dextra nota distantiam illius puncti visi à plano I. Converso deinde oculo in hastam C K, nota in ea punctum C, & describe in chartæ parte sinistra distantiam puncti C visi à puncto K plani. Iterum sume distantiam K E, prioribus æqualem, & erectâ aliâ hastâ D E, constitutâque libellâ in medio, ubi G, dirige visum primò in hastam C K, deinde in hastam D E; & visi puncti distantiam à plano K nota in charta dextera, puncti verò visi distantiam à plano E nota in charta sinistra. Eodem prorsus modo procede, si alia supersint spatia usque ad terminum ultimum destinatum, notando semper distantias dexteras in charta dextera, & distantias sinistras in charta sinistra. Finita tota libellatione, junge simul omnes distantias dexteras, & summam inito; Idemque fac cum sinistris distantiis: deinde summam minorem subduc de majori, & residuum dabit tibi differentiam distantiæ à centro Terræ primi & ultimi, seu dextri & sini- Ico.XXVI.

ſtri puncti A & E; quod enim habebit reſiduum diſtantiæ, erit demiſſius, ſeu propius centro Terræ.

Ratio hujus praxis eſt, quia cùm in prima libellatione fiat linea tangens Terram in puncto S, ſeu ipſi æquidiſtans, nempe linea B H, cujus extrema puncta H & B æqualiter diſtant à puncto contactus, ut ſupponimus; diſtabunt eadem duo puncta H & B æqualiter à centro Terræ, ut probavimus ſuprà paulò poſt initiũ hujus capitis in Aſſertione prima Cabæi.

Cognitâ ergo utriuſque puncti diſtantiâ à plano, hoc eſt, à punctis A & I, ſcietur etiam utrum ex duobus punctis A & I, ſit demiſſius, & utrum altius. Similiter propter eandem rationem ſcietur per ſecundam, tertiam, & reliquas libellationes, quomodo ſe habeant inter ſe puncta I & K, K & E, &c. quoad majorem vel minorem altitudinem ſive diſtantiam à centro Terræ. Et quamvis in ſecunda libellatione oculus non collimet in punctum B, haſtæ B I, in quod collimaverat in prima libellatione, ſed cadat ſupra, aut infra; hoc nihil refert, quia etiam punctum C in eadem ſecunda operatione cadet ſupra aut infra idem punctum B, cùm æqualiter diſtet à centro Terræ cum puncto in haſta B I notato. Idem dicendum eſt de aliis operationibus. Subductis ergo rationibus diſtantiarum dexterarum & ſiniſtrarum in charta notatarum, ſcietur præciſa habitudo primi puncti ad ultimum.

CAPUT NONUM.

Examinatur ſententia & praxis Cabæi in libellandis aquis.

HÆc Cabæi ſententia & praxis optima quidem eſt, ſi aliqua excipias in quibus errat; at non multùm differt à praxi vulgarium Libratorum, ſaltem peritiorum, & qui ſcriptis libris ſuas tradiderunt praxes. Paucis ergo illam examinabo, ut veritas eluceſcat, & quid tenendum ſit, conſtet.

Aſſerit Cabæus in prima ſua Aſſertione, ut vidimus capite præcedenti, ſi libellâ in puncto aliquo Terræ ritè diſpoſitâ projiciatur linea horizontalis, v. g. in appoſita figura linea A D, eaque extendatur in directum per unum milliare, ſeu mille paſſus, punctum

ctum extremum D esse altius atque remotius à centro Terræ B, F.CXCVII
quàm punctum A, pede uno & unciis decem, positâ Terræ semi- Ico.XXVI.
diametro passuum 3500000, seu milliariorum 3500; adeoq; vult, lineam D E continere pedem unum & uncias decem, seu uncias 22. Qua in re enormiter hallucinatur contra Geometriam, ex cujus regulis dicta linea D E non est nisi digitorum $11\frac{3}{7}$, seu unciarum $8\frac{5}{7}$, ac paulò etiam minor; quod sic ostendo. Triangulum B A D est rectangulum ad A, *per 18 Tertii*; ideoque quadratum B D æquale est, *per 47. Primi*, quadratis B A, A D. Latus B A, utpote semidiameter Terræ, est milliariorum 3500, & latus A D milliaris unius. Quadratum ergo lateris B A est milliariorum quadratorum 12250000; & quadratum lateris A D, milliaris quadrati unius; ac proinde ambo quadrata simul, hoc est, quadratum lateris B D est milliariorum quadratorum 12250001. Ex hoc numero si extrahas radicem quadratam, invenies pro latere B D milliaria simplicia $3500\frac{1}{7000}$, paulò minùs. Erit igitur recta B E, quæ æqualis est rectæ B A, milliariorum 3500; recta verò E D continebit $\frac{1}{7000}$, hoc est, unam septies millesimam unius milliaris; quam minutiam si reducas ad digitos, invenies digitos $11\frac{3}{7}$; si ad uncias, invenies uncias $8\frac{5}{7}$. Etenim unum milliare continet digitos 80000; qui si dividantur per 7000, provenient $11\frac{3000}{7000}$, seu $11\frac{3}{7}$. Iterum unum milliare continet uncias 60000; quæ si dividantur per 7000, provenient $8\frac{5000}{7000}$, seu $8\frac{5}{7}$.

Idem error Cabæi colligitur etiam ex dictis suprà cap. 5. Suppofit. 5. ubi diximus, & probavimus, si semidiametro Terræ tribuantur milliaria 3036, latus B D fore milliariorum $3036\frac{1}{6072}$, ideoque rectam D E fore $\frac{1}{6072}$ unius milliaris, hoc est, digitorum 13^{1} circiter; seu unciarum $9\frac{5352}{6072}$. Quòd si cum Tychone tribuamus semidiametro Terræ milliaria 3440, erit latus B D milliariorum $3440\frac{1}{6880}$, ideoque recta D E continebit $\frac{1}{6880}$, hoc est, unam sexies millesimam octingentesimam octogesimam unius milliaris; quæ minutia reducta ad digitos, facit digitos $11\frac{4320}{6880}$; ad uncias verò reducta facit uncias $8\frac{4960}{6880}$. Quæ omnia patebunt ritè calculanti, & radicem quadratam extrahenti. Idem Cabæi error ostendi potest ex tabulis sinuum, tangentium, atque secantium; sed nolo esse longior.

Esto igitur extremum punctum spatii unius milliaris altius sit primo puncto unciis, non viginti duabus, ut Cabæus asserit, sed octo, vel novem, si unicâ libellatione res peragatur; practici tamen ac prudentiores Libellatores nunquam extendunt lineam æquilibratam per unum milliare, si aquas deducere volunt; sed solùm per 100, aut ad summum 150 passus, ut expressè præscribit Cardanus in Arithmet. & Geomet. pract. cap. 65. num. 45. ubi agit de deducendis aquis: ait enim: *Dividenda autem est distantia inter loca, si magna sit, iterando operationem omnibus centum, aut centum quinquaginta passibus.* Idem expressè advertit Leo Baptista Albertus lib. 10. cap. 7, Petrus Cataneus in fine Geomet. pract. ubi tractat de libellatione aquarum, & alii. Et ego vidi Libellatorem, qui chorobate librabat spatium omnino ferè planum, & vix quatuor milliariorum; & tamen ad singulos 40 aut 50 passus instituebat novam operationem, dispositis per campum hastis cum affixa charta, & adhibito socio, qui chartam ad nutum ipsius elevabat aut deprimebat; perquem deinde campum felicissimè deducebatur aqua per fossam factam. Si autem repetitis operationibus libellatur spatium unius milliaris, ultimum punctum non ita recedit à centro Terræ; & tantò minùs recedit, quantò sæpius intra illud spatium repetitur operatio, ut etiam Cabæus fatetur, & patet ex dictis suprà capite præcedente in secunda Assertione Cabæi. Propter hanc autem qualemcunque elevationem linearum libratarum, dant Libratores singulis mille passibus uncias quatuor declivitatis seu pendentiæ, & ut experientia docet, aquas feliciter deducunt. Quod ergo præscribit Cabæus de repetendis libellationibus in spatio aliquo magno librando, jam antea semper fuit observatum à Libratoribus.

Quod asserit in Assertione tertia, verum est, si per repetitas libellationes exploretur magna aliqua regio multorum milliariorum; at quando dirigitur planum alicujus ædificii magni, est omnino falsum; nec unquam fuit visum, Architectos, aut Cementarios in dirigendo fenestrato ædificio, ut omnes fenestræ sint in eadem linea recta, constituere libellam in medio inter locum fenestrarum, & radium visualem hinc atque inde per libellæ dioptras projicere, & secundùm illum radium fenestrarum altitudines constituere; sed omnes, jactis fundamentis muri etiam longissimi,

ſimi,conſtituunt libellam in una muri futuri extremitate,lineamque viſualem, aut chordam, juxta libellam libratam extendunt uſque ad alterum extremum,omneſque feneſtras ad chordæ altitudinem conſtruunt: quæ deinde omnes in eadem recta linea viſuali apparent,ſive ab hoc,ſive ab illo extremo,aut in medio conſiſtas, & radium viſualem æquilibratum juxta unius feneſtræ altitudinem projicias. Longitudo Aulæ Collegii noſtri Panormitani eſt,in palmis Panormitanis,palmorum $122\frac{1}{3}$,latitudo $47\frac{1}{4}$. Aulæ Collegii Romani longitudo eſt palmorum Romanorum 138, unciarum 7, ſcrupulorum 3; latitudo palmorum 57, unciarum 3. Curritorium ſeu Ambulacrum ſupremum ſeu quintum Collegii Romani à ſeptentrione ad meridiem, demptis muris,eſt longum palmos Romanos 550,meos paſſus 177: & quia 65 palmi Romani faciunt 48 pedes Romanos antiquos (eſt enim pes Romanus antiquus ad palmum Romanum modernum, ut 65 ad 48) lõgitudo prædictiCurritorii erit pedum Romanorum antiquorum $406\frac{2}{13}$, in quibus continentur quinque pedes geometrici, ſeu paſſus geometricus, 81 (octuagies ſemel,) & ſuperſunt pes $1\frac{2}{13}$: unde conſtat, dictam longitudinem eſſe plùs quàm unam partem duodecimam unius milliarii; toties enim continetur paſſus 81 in 1000, & ſuperſunt 28. In his tamen omnibus locis,aliiſque multò longioribus, ut eſt Baſilica S. Petri in Vaticano, Bibliotheca Vaticana, & longiſſimum Ambulacrum antedictam Bibliothecam, omnes feneſtræ in eadem apparent linea viſuali æquilibrata, ubicunque libellam & oculum applicaveris.

CAPUT DECIMUM.

De alveorum atq; canalium, per quos aqua decurrit, neceſſaria declivitate in perducendis aquis.

HYdragogi,ut vidimus in præcedentibus, & ſuprà etiam capite quinto,Suppoſit. 4. innuimus,aſſerunt,aquam per lineam horizontalem, atque adeo per alveos atque canales horizonti æquidiſtantes, non moveri atque decurrere naturali fluxu, ſed requiri neceſſariò aliquam declivitatem ſeu inclinationem, vel ut

ipsi loquuntur, pendentiam. Quam quidem declivitatem alii appellant libramentum canalium & alveorum. Quæritur nunc, quanta debeat esse hujusmodi declivitas, seu quantò debeat esse altior alveus versus locum, è quo deducitur aqua, quàm versus locum, ad quem deducitur. Qua in re diversæ sunt Auctorum opiniones. Vitruvius lib. 8. cap. 7. requirit pro millenis distantiæ pedibus pedes quinq; altitudinis ex una, declivitatis ex altera parte. Ait enim: *solumque rivi libramenta habeat fastigiata, nec minùs in centenos pedes semipede.* Unde Keplerus in Astronomia Opt. pag. 135. dixit, Vitruvium requirere in aquæductibus ducentesimam decursi spatii partem in libramento, hoc est, pedem integrum in ducentos pedes, seu semipedem in pedes centenos. Andreas Palladius lib. 9. Architect. cap. 11. requirit quindecim pedes pro millenis pedibus: ait enim de canalium structura loquens: *Si per planũ veniet, inter sexagenos aut centenos pedes sensim reclinetur structura in sesquipedem, ut vim possit habere currendi.* At bene conjicit Ricciolus lib. 2. Almag. Novi. cap. 13. num. 7. legendum esse, *semipedem*; quomodo enim sensim curreret aqua, si canalis in pedes centenos haberet declivitatem sesquipedum, & in pedes millenos quindecim pedum, seu trium passuum? esset enim intolerabilis rapiditas, imò præcipitantia aquæ, inquit Ricciolus. Leo Baptista Albertus lib. 10. Architecturæ cap. 6. pro mille passuum distantia non requirit plùs quàm pedis unius declivitatem. Verba Alberti sunt: *His addunt Geometræ &c. rectam lineam quæ Terræ globum contigerit, si à puncto contactus ad mille passus in longum producatur, fore ut intervallum illud, quod inter eam & maximum Terræ ambitum sit, non plùs denos excedat digitos: eà re sulco aquario aquam non moveri, sed stagnari, ni in singulis octonis peractis stadiis*, hoc est, in singulis milliaribus, *vado sit depressiore pedem integrum, quàm fuit locus, unde incisa ripa sit.* Idem sentit Daniel Barbarus in cap. citato Vitruvii, ubi Alberti verba refert, non tamen ut apud ipsum leguntur. Cum Alberto sentit Joseph Ceredus Discursu primo, de modo elevandi aquas in altum, dicens, Geometras asserere, tum propter figuram sphæricam Terræ, quæ singulis milliaribus elevatur decem digitos circiter, tum propter libramentum ad motum aquarum, non minùs atque ad motum cæterorum gravium necessarium, requiri singulis octonis stadiis, seu singulis milliaribus, ad minimum pedem unum declivitatis. Mino-

Minorem tamen declivitatem sufficere ait Guilhelmus Philander, & Cæsar Cæsarianus in suprà dictum vitruvii locum. *Longè aliter*, inquit Philander, *nostra ætatis Libratores: nam in sexcentos pedes unum tantùm pollicem deprimunt.* Unde Cæsarianus suspicatur, locum Vitruvii, requirentis semipedem in centum passus, esse corruptum, cùm multi moderni (inquit) per longam distantiam non faciant libramentum nisi unius unciæ in centum trabuchos, ut ipse appellat.

Hieronymus Cardanus in Arithmetica & Geometria practica, cap. 63. num. 45. post medium, requirit pro mille passibus unam quartam partem unius passus, seu digitos 20. Verba ejus sunt: *His cognitis debes scire, quod ad deducendam aquam, ut docet Leo Baptista Albertus, requiritur pro omni milliari, ut locus, ad quem deducitur aqua, sit declivior decem digitis, & sunt ⅛ unius passus; nam passus continet* 80 *digitos. Sed ad majorem securitatem dico, quòd locus ad quem aqua debet deferri, debet esse ¼ passus pro milliari declivior loco, à quo educitur. Si igitur sit deducenda per milliaria* 20, *oportebit, quòd locus, à quo educitur, sit altior quinque passibus saltem, quàm locus ad quem educitur.* Hæc Cardanus. Ex quibus etiam patet, ipsum non intellexisse Albertum. Idem tamen Cardanus lib. 1. de Subtilit ait: *In singulis igitur millibus passuum locus à quo, altior palmo esse debet loco ad quem, ut in decem millibus passuum decem palmis.*

Petrus Cataneus lib. 2. Geometriæ practicæ in fine, ubi de libellatione aquarum tractat, & alii communiter jam, ajunt requiri quatuor unciarum (uncia autem est duodecima pars pedis) libramentum in singulis milliaribus, ut fiat motus aquarum physicus ac sensibilis ab uno loco ad alterum; ita ut si sit aqua stagnans, quę debeat fieri fluens, vel fieri debeat aquæ ductus, in spatio uniuscujusque milliaris ita debeat disponi aquæductus, ut quatuor unciis sit inferior, ac centro Terræ vicinior terminus ad quem, quàm terminus à quo; & iterum in altero milliari subducendæ sunt ex libellatione quatuor unciæ. Atque hoc est receptum communiter à Libratoribus tanquam Axioma, ut testatur etiam Cabæus loco suprà citato.

Nolo hìc silentio præterire ineptum Auctores Latinos interpretandi modum cujusdam Scriptoris. Is est Vincentius Scamozzi, qui cùm in Opere suo Italico de Architectura parte 1. lib. 3. cap.

cap. 17. dixisset, sufficere unum pedem pendentiæ pro singulis milliariis, seque hoc observasse in aliquibus aquæductibus antiquis; addit, Cardanum tamen lib. 1. de subtilit. & alios requirere unum passum; mirarique se valde Vitruvium, quòd lib. 8. de Architect. cap. 7. requirat 25 pedes Romanos cadentiæ pro singulis milliariis; cùm tamen ipse observaverit fluvios Polessinorum non habere nisi dimidium pedem cadentiæ, maximè si habeant aquam sequentem. Verba italica Scamozzi sunt. *Nel condur l'acque, ò sopra, ò sotto terra, è bisogno darle qualche poco di decaduta; il che basta un piede per ogni miglio, come habbiamo osservato in alcuni acquedotti antichi: se bene il Cardano & altri vorrebbono darle un passo. Anzi è da maravigliarsi non poco di Vitruvio, che voglia, ch'elle habbino di decaduta venticinque piedi Romani per ogni miglio; e noi habbiamo osservato i fiumi de' Polessini, che vanno con mezzo piede di caduta, massime se hanno sequito di acqua.*

Vides quanta sit Auctorum diversitas circa declivitatem necessariam in aquæductibus, ut naturali cursu aquæ fluant de loco in locum. Ego existimo, credendum esse Practicis, qui communiter asserunt, requiri & sufficere quatuor uncias cadentiæ pro singulis milliaribus. Addo tamen, aquam è fonte ac fluvio derivatam faciliùs currere, cæteris paribus, quàm derivatam è lacu, aliovè loco, ubi stagnavit. Hinc est, ut aliquando major declivitas requiratur, quàm practici ordinariè requirant, aliquando verò minor sufficiat; nullam enim omnino requiri, nullus hactenus dixit, nè quidem Cabæus, qui expressè ait, locum à quo aquæ, altiorem esse debere loco ad quem.

CAPUT UNDECIMUM

De usu Pantometri Kircheriani in libellandis aquis.

DUm explico usum Pantometri Kircheriani in aquis libellandis, ejusdem usum in libellandis planis, & universim in omni libellationis genere explico, ut ex dictis hactenus de usu aliorum Libellaticorum Instrumentorum patet. Brevibus ergo rem expedio, quamvis hoc præcipuum sit suscepti hujus libri Hydragogici argumentum. Sit igitur.

PRO-

PROBLEMA I.

Pantometrum Kircherianum ad usum Libellæ accommodare, & æquilibrare.

ESto Pantometri Kircheriani Quadratum A B C D, cujus lateri A B affixa sit Regula dioptrica. Ducatur vel per medium Quadrati, vel per alterum latus, nempe B D, linea recta E G, faciens tam cum latere A B, quàm cum latere C D, angulos rectos; ex puncto verò E suspendatur filum cum perpendiculo E F; eritque Pantometrum ad usum Libellæ accommodatum, ut patet ex dictis capite 2. 3. & 4. de variis libellaticis Instrumentis. Figura CXCVIII. Ico. XXVI.

Pantometrum ita accommodatum si ex pede seu fulcro suo suspendas, ut figura monstrat (& diximus lib. 2. cap. 2. ubi egimus de dimensione altitudinum verticalium) ita ut latus A B, in quo est Regula dioptrica, sit ad horizontem sensuum judicio parallelum: si perpendiculum E F congruet lineæ E G, erit Instrumentum æquilibratum.

DEMONSTRATIO.

PErpendiculum E F, ex puncto suspensionis E medio inter A & B liberè demissum, si protrahatur, cadit in centrum Terræ, per dicta suprà Cap. 5. Suppositione 7. *Esto igitur I punctum, centrum Terræ, in quod perpendiculum E F protractum cadit. Si centro I, intervallo I E, describatur circulus K E L Terræ concentricus, erunt anguli A E I, B E I, ex constructione recti, propter lineam E G, (cui congruit filum perpendiculi) lineæ A B perpendicularem. Tum sic. Duo latera, A E, E I, trianguli A E I, æqualia sunt duobus lateribus, B E, E I, trianguli B E I, & anguli ad E deinceps æquales: Ergo rectæ A I, B I, æquales sunt*, per quartam Primi; *ergo puncta A & B æqualiter distant à centro Terræ: ergo A B æquilibrata est, hoc est, nullum ejus punctum magis horizonti propinquum est, quàm alterum. Potest idem demonstrari ex 18. Tertij.*

PROBLEMA II.

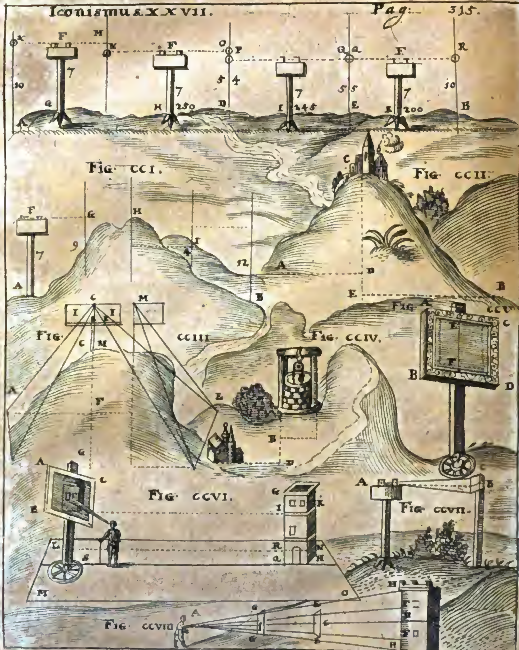
Pantometro duo loca non multùm à se invicem distantia librare, pro ducendis aquis.

P.CXCIX. Ico.XXVI. QUamvis ex dictis Capite Septimo constet, quomodo in hoc casu procedendum sit Pantometro nostro; tamen majoris claritatis gratia non gravabor praxin integram distinctè explicare.

Sint igitur oblata duo loca, A & B, non longè à se invicem distantia (scilicet non multùm ultra 200 passus) & quorum unus ex altero videri possit; sitque explorandum, uter altero sit altior, & utrum ex altiori ad humiliorem aqua deduci possit. Erige perpendiculariter in dictis locis duas hastas seu perticas longas, A D, B E, divisas in partes minutas notæ, & in ea regione, in qua fit libellatio, usitatæ mensuræ, puta in pedes, uncias, scrupula &c. Colloca Pantometrum in medio (physicè saltem & ad sensum) duorum illorum locorum, nempe in C, dispositum atque libratum juxta dicta Problemate primo; Et per dioptras respice primò in hastam A D, notando signum D in quod terminatur visualis radius F D: deinde in hastam B E, notando signum E in quod terminatur visualis radius F E. His factis, numera partes perticarum ab A usque ad D, & à B usque ad E; eritque altior ille locus, à quo pauciores reperiuntur partes à terra usque ad signum notatum; depressior verò ille, à quo reperiuntur plures partes. Ut si inter A D reperiuntur septem partes, inter B E verò octo; erit locus A altior loco B. Differentia porrò partium interceptarum dabit differentiam altitudinum dictorum locorum; ac proinde in casu posito locus A erit altior loco B, uno pede.

DEMONSTRATIO.

EX demonstratis Problemate præcedente perpendiculum Pantometri, si protrahatur, cadit in centrum Terræ, & recta D E est horizonti parallela. Sit igitur perpendiculum Pantometri recta F C, & punctum G, in quod protracta F C cadit, sit centrum Terræ. Intelligantur A C K, & B H I, parallelæ tam horizontali D E, quàm ipsi horizonti per G centrum transeunti. Quoniam igitur punctum C remotius est à centro G, quàm punctum H; erit horizontalis A K altior quàm horizontalis B I, ac proinde locus A altior quàm B; & quidem tantò altior locus A quàm B, quantum est spatium inter H & C, seu B & K, hoc est, quanta est differentia inter A D, & B E.



Iconismus XXVII.
Pag. 315.
Fig. CCI.
Fig. CCII.
Fig. CCIII
Fig. CCIV.
Fig. CCV
Fig. CCVI.
Fig. CCVII.
Fig. CCVIII

PROBLEMA III.

Pantometro librare duo loca inter se longè dissita, pro aquis perducendis.

EX dictis eodem Capite septimo constat, qua methodo in hoc quoque casu sit procedendum; nempe ut sequitur.

Sint libranda loca A & B, dissita quantumvis, in campo tamen libero, hoc est, nullis montibus inter utrumque locum interjectis impedito. Perficienda res est pluribus libellationibus, methodo tamen à præcedenti non multùm differente. Primò itaque, in locis A & C, dissitis inter se passibus v.g. 180, erige perpendiculariter duas hastas, A L, C M, divisas in partes minutas notæ alicujus mensuræ, ut diximus; & collocato Pantometro in medio in puncto G, libratoque, collima, priùs in L, deinde in M; deinde partes inter A & L nota in parte sinistra chartæ, partes verò inter C & M nota in parte dextera ejusdem chartæ; numerum denique passuum inter utramque perticam nota in medio chartæ. Fig. CC. ic. XXVII.

Secundò, in puncto D fige aliam perticam D O, & transfer eò perticam A L; & colloca Pantometrum æquilibratum in medio illarum in puncto H: deinde collima priùs in N, postea in O: tandem partes inter C N nota sub laterculo A, & partes inter D O sub laterculo B, passus verò inter C & D in medio sub laterculo C.

A	C	B
10	180	6
5	250	5
4	245	5
5	200	10
24	875	26
	26	
	24	
	2	

Tertiò, in puncto E fige perticam E Q, vel eò transfer perticam C M; Pantometrum verò colloca in medio in puncto I: deinde collima priùs in P, ac deinde in Q: tandem partes inter D P nota in laterculo A, partes inter E Q in laterculo B, passus inter D & E in laterculo C.

Quartò, colloca Pantometrum æquilibratum in K, & collima priùs in Q, deinde in R; & partes quidem E Q nota in laterculo A, partes verò B R in laterculo B, partes denique inter E B in laterculo C. Eodem prorsus modo procedes, si plures adsint perticæ inter duo extrema loca erectæ.

His factis, collige in unam summam numeros in laterculo A notatos, & in aliam summam numeros in laterculo B notatos. Si duæ summæ sunt æquales, loca A & B sunt æquè alta: si summa laterculi A est major quàm summa laterculi B, locus A est altior loco B si denique summa laterculi A, est minor quàm summa laterculi B, locus A est demissior, quàm locus B. Differentia porrò inter duas summas dat differentiam inter duorum locorum altitudines Sic in casu posito, locus A est altior loco B partibus duabus. Ex spatio inter duas quaslibet perticas interjecto colliges, quantum declinandus sit alveus, aut canalis à loco unius perticæ ad locum alterius, ut naturaliter ac facilè currat aqua.

DEMONSTRATIO.

CVm operatio seu praxis hujus Problematis nihil aliud sit, quàm praxis sæpius repetita Problematis præcedentis: erit etiam demonstratio hujus Problematis eadem cum demonstratione præcedentis Problematis. Etenim, ut ex Problemate præcedente patet, C altius est quàm A quatuor pedibus, D demissius quàm C, uno pede, ac proinde altius quàm A tribus pedibus; idem E est altius quàm B quinque pedibus, & quàm A tribus pedibus; Ergo A est altius quàm B duobus pedibus.

PROBLEMA IV.

Pantometro librare duo loca, inter quæ mons interjectus est.

SI uterque locus est ad radicem montis, hoc est, in subjecta planitie prope, ac circa montem, procede modo dicto in præcedenti Problemate tertio, figendo nimirum perticas in ipsa planitie circa montem ab uno loco ad alterum, distantes debitis intervallis, & inter duas quaslibet perticas collocando Pantometrum physicè in medio, & operando ut dictum.

Si alter locus est in latere montis ex una parte, alter in planitie ex altera parte, dubitas tamen uter sit altior; inquire primò altitudinem à loco in montis latere posito usque ad planitiem, instituendo frequentes & non multùm inter se dissitas stationes ac libellationes: deinde in planitie procede, ut dictum in præcedenti Problemate. Si de-

Si denique uterque locus est in latere montis, sed ex oppositis partibus, procede ut dictum partim capite septimo, & partim Problemate præcedente. Fig. CCI. Ic. XXVII.

Sint duo loca A & B, in diversis montis lateribus. Fige in locis C, D, E; B, non multùm inter se distantibus, perticas; & collocato primùm Pantometro in A v. g., collima in G; deinde collocato Pantometro in C, collima in D, tertiò collocato Pantometro in D; & in E, collima in E, & B. Eodem modo operare, si plures adsunt perticæ. His factis, nota in laterculo A altitudinem Pantometri à terra ad supremum latus diopticum horizonti parallelum, toties, quoties collocasti in terram pro nova statione Pantometrum, nempe in casu posito quater, quia quatuor fecisti stationes cum Pantometro, nempe in A, in C, in D, & in E. Deinde in laterculo B nota distantias perticarum à terra usque ad signum radio visuali notatum in singulis stationibus, nempe in casu posito, 9, 11, 4, 12. Demum in laterculo C colloca passus distantiarum inter loca stationum electa. Collige jam in unam summam numeros laterculi A, & in aliam numeros laterculi B; ac minorem subtrahe à majori, si non sunt æquales; indicabitque minor summa locum altiorem, major demissiorem, æqualis æqualem utriusque altitudinem. Demum ex numero laterculi C disces, quantum declivitatis habere debeat aqua inter quælibet loca notata. Ratio ex dictis patet.

A	C	B
7		9
7		11
7		4
7		12
28		36

36
28
8

PROBLEMA V.

Aliter librare Pantometro duo loca circa montem, quando ex utroque signum aliquod in montis cacumine videri potest.

Sint duo loca, A & B, in diversis montis ejusdem lateribus, ex quibus tamen montis cacumen C, aut signum aliquod monti impositum videri possit. Utere modo dicto lib. 2. cap. 2. Probl. 2. Corollario primo. Nempe primò ex loco A, per duas stationes, Fig. CCII. Ic. XXVII.

inquire altitudinem perpendicularis CD usque ad horizontalem AD. Deinde ex loco B, per duas alias stationes, inquire altitudinem perpendicularem CE, usque ad horizontalem BE. Quibus altitudinibus CD, CE inventis, subtrahe minorem à majori, & habebis differentiam altitudinum datorum locorum A & B. Si nulla est differentia, erunt duo illa loca æquè alta.

PROBLEMA VI.

Aliter ex ipso monte invenire duorum locorum circa montem positorum altitudinem, Pantometro nostro.

Fig. CCIII. Ic. XXVII. PEr dicta lib. 2. loco citato, inquire primò per duas stationes in A & D factas, diametralem AC: secundò per duas alias stationes, in B & E factas, inquire diametralem BC. Habitis diametralibus, conscende montem, & collocato Pantometro in C, fac in ejus charta perpendicularem CK; dirige Regulam dioptricam in locum A, & posito Cursore supra punctum C, duc juxta ipsius latus rectam CI in eadem charta; in quam, à C usque ad I, transfer tot particulas ex Cursore, quot invenisti pedes in diametrali CA, & ex puncto I chartæ duc perpendicularem IK ad rectam CK chartæ; dabuntque particulæ CK chartæ pedes perpendicularis CF montis, à C usque ad F, punctum scilicet horizontalis lineæ AF. Eodem modo invenies perpendicularem CG. Inventa igitur differentia, aut æqualitate perpendicularium CF, CG, habebis etiam differentiam, aut æqualitatem inter altitudines duorum locorum A & B. Rem paucis indicavi, quia suppono Lectorem exercitatum esse in dictis libro secundo.

ANNOTATIO.

QVando non potest ex uno loco montis videri uterque locus juxta aut infra montem positus, vel ex utroque loco infra posito non potest videri idem locus supra positus; possunt eligi in montis summitate, aut paulò infra, duo loca, ut C & M, & primò ex loco A investigari modis dictis perpendicularis CF, deinde ex loco B perpendicularis ML: ex harum enim æquali aut differenti altitudine colliges æqualem aut differentem altitudinem duorum locorum A & B.

PRO-

PROBLEMA VII.

Pantometro libellare aquam putei in montis latere collocati.

EST in montis latere puteus, è quo incolæ ad montis radicem habitantes hauriunt aquam; volunt perforare montem, & derivare aquam in locum subjectum; quæritur, quomodo sciri possit, utrum putei fundus, seu aquæ scaturigo sit altior loco subjecto, & quantò sit altior.

Esto puteus A B, cujus fundus, seu aquarum scaturigo est in B; locus autem ad quem derivanda est aqua, est C. Inquire modo dicto in præcedentibus Problematibus, & in lib. 2. cap. 2. Probl. 2. Coroll. 1. perpendicularem A D. Deinde demisso in puteum fune cum alligato pondere, inquire altitudinem A B. Cognitis his duabus altitudinibus, habebis intentum, si A B subtrahas ab A D. Fig. CCIV. Ic. XXVII.

CAPUT DUODECIMUM

De usu Speculi pro Libella.

SPeculum, molle primâ fronte (inquit Claramontius) ac fragile instrumentum, fæminearum scilicet deliciarum, mundique muliebris pars non exigua, philosophantium tamen curâ excultum, præstantem Catoptrices scientiam exhibuit. Nec intra cognitionis limites stetit, sed in utilitates præterea nostras descendens, in serios usus præclarosque traductum est. Ad defendendam etenim patriam Archimedes id deduxit, naves hostiles comburendo; ad dimetiēdas altitudines Euclides, aliique post ipsum; ad omnium distantiarum mēsurationem primùm Kircherus noster in Arte Lucis & Umbræ lib. 9. par. 1. cap. 2. deinde P. Gabriël Beatus Collegii nostri Romani olim Mathematicæ Professor in libello singulari ea de re edito. Alii etiam ad alios usus traduxerunt speculum, ut Avicenna ad medicinam, Plato ad mores, Kircherus ad Steganographiam. At latebat adhuc usus ejusdem admodum præclarus: munere enim & officio Libellæ præclarissimè fungitur. Quem usum, antea inauditum, primus, quod sciam, per-

perſpexit, ſcriptiſque tradidit Scipio Claramontius Inſignis Mathematicus, libello ſingulari ea de re edito; in quo poſt explicatā ac demonſtratam praxin libellationis in univerſum, explicat parte 5 uſum Speculi pro libella, eumque parte 6 fusè demonſtrat. Ego breviſſimè ex ipſo delibabo ſolam praxin; demonſtrationes qui volet, legat apud ipſum.

Eſto igitur ſpeculum planum rectangulum, & rectum ad horizontale planum, A B C D (ſive quadratum illud ſit, ſive altera parte longius, perinde eſt.) Appendatur ex haſta aut pertica terræ infixa, aliovè ex fulcro, ita ut moveri ſurſum atq; deorſum; ſeu elevari ac deprimi ad libitum poſſit. Quo facto libretur latus A C, vel perpendiculo E F è medio aut ad latus appenſo, vel libellâ vaſculovè aquario lateri A C ſuperimpoſito, vel alia ratione; eritque unà libratum latus B D, utpote lateri A C parallelum. Deinde ita elevetur ſurſum per haſtam ſpeculum, ut latus inferius B D ſit altius oculo ſtantis, aut ſedentis, jacentiſvè ante ſpeculum. Non videbit tunc oculus ſeipſum in ſpeculo, ſed tantùm videbit ea, quæ ſunt altiora oculo, ut frontem, pileum. Hoc etiam facto, vel demittatur paulatim ſpeculum, vel qui inſpicit ante ſpeculū ſtans, ſeſe paulatim attollat, uſquequò oculus ſeſe primò videat; manente interim ſemper ſpeculo æquilibrato. Signum autē quòd oculus ſe primùm videat, erit, cùm videndo ſeipſum, nullam partem faciei infra ſe, imò nec infra pupillam viderit. In hoc ſitu ſpeculi, oculique inſpicientis, apparebunt in ſpeculo omnia illa, quæ è regione illius ſunt, quorum reflexæ ſpecies ad oculum pervenire poſſunt: eritque infimus terminus eorum quæ oculo tunc ex reflexione apparebunt. æquè altus ac oculus, id eſt, æquè altè ſupra illud planum horizontale, cui inſpiciens inſiſtit, elevatus; & quidquid erit infra hujuſmodi terminum, nō videbitur, niſi adeo ſint altæ res, aut ita parvum ſpeculum, ut ſpecies ſuperiorum partium recipi, aut ſaltem reflecti ad oculum non poſſint, ob angulum reflexionis nimis acutum. Sed hoc meliùs intelligetur ex ſequenti ſchemate. Theoriam verò tradenus in Magia Catoptrica.

Fig.CCVI. Ic.XXVII. Eſto igitur ſpeculum A B C D, perpendiculare plano horizontali L M N O, & ſtantis in eodem plano oculus F, videns ſeipſum in ſpeculo per radium E F, nihilque aliud infra ſe. Per quē radium

radium cogitemus extenſum planum horizonti parallelum, ſecans objectum quodpiam viſibile ante ſpeculum conſtitutum, v. g. turrim G H, quam ſecet per lineam I K, ita ut planum ſecans efficiat rectam E F I K, horizonti parallelam. Erit pars inferior I K H occulta oculo F in ſpeculum intuenti, pars verò ſuperior I K G videbitur; niſi ſi quæ pars ob nimiam turris, & ob modicam ſpeculi altitudinem occultetur; quod ad rem noſtram hîc non facit. Oculo igitur in F exiſtente, omnium quæ reflexa viſione apparent infimi termini, æquè alti ſunt ſupra horizontem, quàm oculus F, atque adeo quàm infimus ſpeculi terminus B E D, cùm oculus F, ut ponitur, ſit in eadem altitudine ſupra horizontem, in qua ſunt puncta B E D. Quod autem dicimus de turri G H, & de punctis I K; dicendum etiam eſt de omnibus aliis objectis, & punctis, quæ ſunt in infimo termino partis cujuſvis tunc ex reflexione apparentis. Si ergo ſcopus aut charta, quæ in librando pro ſcopo objicitur, ex pertica vel arundine eatenus à ſocio attollatur, deprimaturvè, ut ipſa in infimo ſpeculi margine ab oculo F videatur, nihil verò perticæ infra chartam, nihil faciei infra oculum inſpiciatur; erit tunc ſcopus æquè altus oculo, nec non infimo ſpeculi margini B D, & conſequenter haſtæ à dicto ſpeculi margine uſque ad planum, cui & haſta & Librator inſiſtunt.

Ex his conſtat, qua ratione duorum quorumcunque locorum altitudo ex libella comparanda, & quomodo librandum quodcunque ſpatium inter duo loca interjectum. Sint enim in ſupradicto plano L M N O, duo loca ſeu puncta S, & Q. Infigatur rectus ad horizontem palus S E, cui ſpeculum A B C D affigatur, habens latera A C, B D, æquilibrata. Ex puncto deinde Q erigatur perpendiculariter pertica Q R I G, cui charta pro ſcopo ſit affixa. His ita conſtitutis, ex quocunque puncto P librator, oculo in F exiſtente, videat viſione reflexa è ſpeculo perticam Q R I G, in qua eatenus attollatur charta atque deprimatur, ut ea charta ſit infimus terminus partis conſpicuæ tunc oculo perticæ, ſitque in puncto I, adeo ut ipſius perticæ nihil infra I oculus tunc ex ſpeculo videat. Erit itaque charta, ſeu punctum I, æquè altum ac oculus F, nec non ac punctum E ſpeculi. Si ergo duæ perpendiculares, E S, I Q, ſint æquales; puncta quoque ſubjecta, S & Q, æquè alta erunt. Si perpendicularis alterutra eſt major alterâ,

v. g. si perpendicularis I Q ex puncto viso I usque ad terram est major, quàm perpendicularis E S, ut si extenderetur usque ad punctum T; erit punctum S altius puncto T. Si denique ex puncto I dicta perpendicularis extenderetur solùm usque R; erit punctum S humilius puncto R. Hac eadem ratione si procedatur ulteriùs, fiantque plures observationes ac libellationes, & altitudines perpendicularium dextrarum scribantur in charta dextera, sinistrarum in sinistra, reliquaque observentur quæ diximus suprà; librari poterit spatium, quantumvis longum, explorarique uter duorum locorum quantumvis dissitorum sit altior, quis depressior.

Aliter etiam fieri poterit libellatio per latus speculi superius, si primò speculum statuatur infra oculum, ut seipsum in speculo non videat: deinde eò usque attollatur speculum, vel demittatur oculus, ut se ipsum reflexè ex speculo videat primò; videbit autem primò, cùm se ipsum videbit, & nullam omnino partem vultus superiorem, scilicet non frontem, non supercilia, non superiorem palpebram, imò nec oculi partem ullam supra pupillam. Dum verò rerum objectarum partem inferiorem reflexè videbit, superior latebit, terminusque distinguens partem visam à latente, erit supremus terminus partis conspicuæ; qui supremus terminus, omniaque in eadem superficie per terminum illum transeunte, & horizonti æquidistante, sunt æquè alta cum oculo.

Annotatio ad facilitatem praxis.

Fugiemus laborem attollendi ac demittendi paulatim speculum seu erigendi ac demittendi nos ipsos, si dimetientes ad amussim & exactissimè altitudinem nostram oculos tenus, ita suspendamus speculum, ut æquè altum sit latus ejus seu infimum, seu supremum, atque oculus; & spacium exiguum inter nos & speculum interjectum complanemus: tunc enim accedere atque recedere poterimus, donec oculum videamus, & nihil infra, aut supra oculum.

Poterit etiam inferiori aut superiori speculi lateri affigi perpendiculariter lamella dimidij digiti longitudinem habens, & supra lamellæ extremitatem fieri dioptra; ut si in superiori figura lateri inferiori B D speculi affigeretur lamella E F; & in F fieret dioptra seu foramen rotundum exiguum. Hoc enim facto si foramini applicetur oculus, & speculum aspiciat,

ciat, erit is aquè altus ac infimum aut supremum latus, & omnium objectorum tunc in speculo apparentium infimi aut supremi termini erunt in eadem cum oculo altitudine.

CAPUT DECIMUMTERTIUM.

Documenta nonnulla pro Libratoribus aquarum.

VErissimum est, aquarum Libratores ingentia damna Principibus atque Rebuspublicis inferre posse, si munere suo non rectè fungantur. Verissimum, errari multis modis posse, etiam ab iis qui instructi scientia, nullam omittunt diligentiam, ob negotii lubricitatem. Verissimum denique errorem parvum in principio, maximum evadere posse in fine hujus negotii. Non poterit ergo non esse gratissimum Libratoribus, si nonnulla documenta in operationibus librandi observanda hîc adduxero.

DOCUMENTUM I.

DUm per dioptram libellatico Instrumento affixam, (sive pinnacidia illa sint, sive canaliculus secundùm Instrumenti longitudinem excavatus, sive extantes apices, sive cylindruli, sive aliud quodcunque) visus dirigitur in signum aliquod, notari debet punctum signi quàm potest fieri minimum, & quidem circa medium signi visi, non circa partem ejus superiorem aut inferiorem. Explico. Dum oculus positus in A Instrumenti libellatici dirigit visum in signum C B D, quæ est v. g. charta perticæ affixa, objicitur ipsi tota charta, quoniam totius illius chartæ radii seu species visibiles perveniunt ad oculum per modum coni, cujus basis est ipsa charta, vertex verò est in oculo; omnium autem hujusmodi radiorum solus medius B A, qui est axis coni radiosi, fertur perpendiculariter ad oculum, directè objectum aspicientem, & per illum solum oculus dirigitur ac fertur perpendiculariter in objectum, ac proinde solus ille est horizonti in casu posito parallelus, reliqui verò radii sunt ad horizontem inclinati. Quare solum punctum medium B est æquè altum ac ocu- F. CCVII. Ic. XXVII.

lus, reliqua verò ſunt vel altiora, vel depreſſiora. Atque ex his patet ratio Documenti, Ratio verò explicationis deſumenda eſt ex Optica. Rectiſſimè ergo facient Libratores, ſi pro ſigno perticæ affigendo ſumant chartam, cujus una medietas alba ſit, altera nigra, curentque uſque eò chartam illam à ſocio elevari ac deprimi, donec unico intuitu per dioptras directo videant confinium duorum colorum in medio, hoc eſt, tantum videant de uno colore ſupra illud confinium, quantum de altero infra.

Si tamen Inſtrumentum libellaticum ſtatuatur in medio inter duas perticas, & in utroque proſpectu per dioptras notetur in utraque pertica ſigni punctum infimum; erunt illa duo puncta æquè alta ſupra horizontem, at non æquè alta cum oculo. Si utroque proſpectu accipiatur utrobique punctum ſupremum; erunt illa ſimiliter æquè alta inter ſe, at altiora oculo. In utroque tamen caſu, hoc eſt, ſive utrobique infima, ſive utrobique ſuprema notentur puncta, obſervari debent tria, ut benè advertit Cabæus. Primò ut foramina in utroq; pinnacidio (ſi foraminibus utimur) ſint æqualia: Secundò, ut oculus in utroque proſpectu æquè applicetur ad proximum ſibi pinnacidium: tertiò ut Inſtrumentum ſtatuatur exactè in medio inter duas perticas.

Fateor tamen, ſi ſignum in quod collimatur, parvum eſt, exiguum committi errorem, ſi non in utroque tranſpectu notentur aut media, aut ſuperiora, aut inferiora puncta; quidquid dicat Cabæus; præſertim ſi diſtantia oculi à ſigno viſo exigua eſt.

DOCUMENTUM II.

INſtrumentum libellaticum ſit quàm exactiſſimè libratum; parva enim deviatio ab æquilibrata ſeu horizontali linea, magnum errorem inducere poteſt, præſertim ſi ſignum in quod collimatur, ſit remotum ab Inſtrumento. Patet hoc ex ſe, quia ſi linea viſualis per Inſtrumenti dioptras directa, non eſt horizontali lineæ per eaſdem dioptras directæ æquidiſtans, vel potiùs non coincidit penitus cum ipſa, ſed angulum facit quantumvis parvum cum illa; quò plùs producuntur iſtæ duæ lineæ, eò magis inter ſe diſtant. Librantur autem, ut ex dictis conſtat, Inſtrumenta libellatica his potiſſimùm modis. Primò, uſu perpendiculi, ſeu à medio, ſeu ab extremitatibus Inſtrumenti ſuſpenſi. Secundò, uſu aquæ, ſeu in canali Inſtrumento ad-

to adjuncto, seu in vase Instrumento superposito, seu in vase ab Instrumento separato, contentæ. Tertiò, usu normæ, seu Instrumento superpositæ, seu ab Instrumento separatæ. Quartò, usu ponderum, seu ex æquali distantia Libræ instar, seu ex inæquali instar stateræ, suspensorum ex Instrumento.

Ubicunque autem & quomodocunque adhibetur perpendiculum, curandum est primò, ut pondus filo appensum sit adeo grave, ut & filum perfectè extendat, & non facilè à vento dimoveatur: deinde ut filum sit tenue, quò facilè notari possit utrum cum linea perpendiculari Instrumenti congruat: demum ut tam linea perpendicularis, quàm filum sit, quantum fieri potest, longum, quò facilè notari possit quævis minima deviatio.

DOCUMENTUM III.

Instrumenta parva, in quibus aut canalis seu aquâ plenus, seu perforatus, brevis est, aut pinnacidia sunt sibi invicem valde vicina, fallaciora sunt, quàm magna, in quibus contraria conditiones observantur. Agnovit hoc Vitruvius, ut vidimus cap. 2, ideo Chorobatem præfert Dioptræ & Libræ aquariæ, quòd Chorobates longitudinem habeat pedum viginti. Ratio hujus documenti est, quòd radius visualis per foramina pinnacidiorum remotiorum, aut per canales perforatos longiores transiens, minùs deviare potest à linea horizontali, etiamsi negligentiùs agatur, quàm si transeat per foramina propinquiora, canalesvè breviores. Sint enim in Instrumento F. CCVIII. aliquo libellatico pinnacidiorum propinquorum foramina A B, Ic. XXVII. remotiorum verò A C. Si per centra foraminum B & C transeat radius visualis oculo posito in centro A, terminabitur is in punctum D: at si per errorem radit extremitatem E foraminis C, sive superiorem sive inferiorem; terminabitur in F: si verò radit extremitatem G foraminis B, sive superiorem, sive inferiorem; terminabitur in H. Idem continget, si Canalis perforatus fuerit largus. In his tribus casibus solum punctum D est æquè altum ac oculus A, punctum verò H est longè remotius à D, quàm punctum F. utrumque autem punctum, F & H, eò erit remotius à puncto D, quò majus erit intervallum inter Instrumentum & signum in quod collimatur.

DOCUMENTUM IV.

Alio etiam ex capite Instrumenta libellatica, quorum latera aquilibrata sunt brevia, fallaciora sunt, quàm quorum latera sunt longiora, quia nimirum in brevibus exigua deviatio à linea horizontali excrescit in majorem errorem, quàm in longioribus. Patet hoc ex dictis Documento præcedente, & ex Schemate ibi posito: magis quippe excrescit deviatio AG H à linea A B D, quàm deviatio A E F ab eadem linea A B D.

Plura Documenta dabimus in Mechanica nostra Universali, agentes de Mechanica Hydragogica, ubi de aquarum perductione fusiùs & accuratiùs disseremus.



LIBER



LIBER X.

VARIUS,

sive

Varia Problemata, Pantometri ope, ac præcipuè linearum Polymetrarum eidem inſcriptarum uſu, ſoluta.

PROOEMIUM.



Otiſſimus eſt apud Neotericos Mathematicos Circinus ille, quem ab uſu circa lineas & figuras proportionales inveniendas, deſcribendas, augendas, minuendas, dividendas, commutandas, Circinum proportionum ſeu proportionalem *appellant aliqui; alii verò ob ingentem in omni penè Mathematica, ac præſertim Geometriæ practicæ negotio, rectiùs Circinum Polymetrum, Holometrum, Pantometrumque indigitant. Conſtat is duabus æqualibus regulis planis, ex orichalco, aliavè materia ſolida fabrefactis,* *ita*

ita clavo aliquo tereti in medio duarum extremitatum connexis inter sese, ut circa ipsum, veluti centrum, possint uniformiter moveri, dilatari, atque constringi, ad instar Circini manualis, ut appellant. E dicto centro Circini, per totam dictarum planarum regularum longitudinem, ducuntur variæ lineæ rectæ, variis nominibus insignitæ, variisque usibus destinatæ, ideoque variè ex arte geometrica divisæ. Egregium sanè Instrumentum, dignumque Inventore suo, quem Belgam alii, alii Italum, alii Germanum existimant; quamquam ego putem, non cum ea, qua nunc extat, perfectione fuisse primò inventum, sed variis temporibus à diversis Mathematicæ peritis ad perfectionem majorem perductum, addentibus his uno linearum genere & usu, aliis alio; ut proinde mirum non sit, tantam esse de genesi ipsius controversiam.

Cæterùm quidquid prædicti Instrumenti ope præstari potest, ac solet, præstatur etiam commodissimè per lineas in una sola Regula plana descriptas atque divisas, ut egregiè ostendit Adrianus Metius in Opusculo, quod de Proportionali Regula indigitat, annexumque est ipsius Geometriæ practicæ. Quæ quidem lineæ commodissimè describi possunt in planis superficiebus Quadrati, nostri Instrumenti. Quare hic primùm docebo,

qua

qua ratione hujusmodi lineæ sint fabricandæ, hoc est, quomodo dividendæ sint, ac Instrumento nostro inscribendæ: Deinde Parte sequente earum usum multiplicem explicabo; aliaque addam Problemata, quæ Pantometri nostri ope solvi facillimè possunt. Interim contemplare schematismum omnium linearum hic insertum, cum earum nominibus. Has porrò lineas, quoniam eundem cum Polymetro circino usum habent, Polymetras appellare visum fuit.

Et tametsi usus Circini proportionalis minorem adjunctum habeat laborem, quam usus hujusmodi linearum rectarum in Instrumenti lateribus, ut diximus, descriptarum; tamen descriptio atque divisio earundem in Instrumento (aut in quavis alia Regula plana (est longè facilior accuratiorque, quàm in circini prædicti planis. Nam præterquàm quòd difficulter inveniantur opifices, qui dictos circinos rectè fabricari noverint; debent omnes lineæ egredi è puncto illo, tanquam è centro, in quo duæ Circini Regulæ conjunguntur, & circa quod velut circa axem volvuntur, dum aperiuntur atque clauduntur; quæ lineæ cùm multæ sint, necesse est illas adeo reddi inter se vicinas prope dictum centrum, ut vix una ab alia discerni pos-

ſit, vixque diviſiones ac nomina ſeu ſigna diſtinctionum recipere. Præterea cùm poſt egreſſum è centro dilatari ſemper magis ac magis, ſeu divaricari inter ſe ſe debeant; non poſſunt omnes totam Regularum longitudinem occupare; unde neceſſe eſt, alias reddi longas, alias breves, ideoque diviſiones in aliquibus fieri debent majores, in aliis minores; quod non admodum eſt conveniens. His igitur, aliiſque de cauſis, præferendæ ſunt lineæ polymetræ in Inſtrumento noſtro, aut alibi notatæ, circino proportionum.

PARS PRIMA
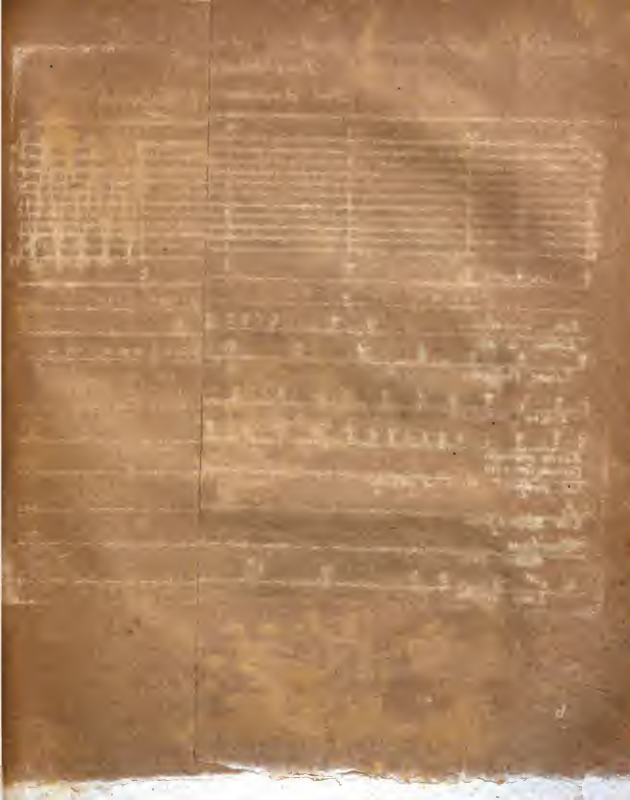
De Fabrica linearum Polymetrarum, Inſtrumento noſtro inſcribendarum.

Ut lineæ polymetræ, quas Inſtrumento noſtro inſcribere cupimus, non differunt ab illis, quas circino proportionum alii inſcribunt, ita modus eaſdem præparandi, dividendique, ab illo non eſt diverſus. Hunc ergo ſequentibus Pragmatiis tradam, non quidem quoad omnes, ſed quoad aliquas tantùm lineas.

PRAGMATIA I.

Lineam fundamentalem præparare.

vide Icon. XXVIII. IN Charta aliqua duriore, aut pergameno, vel meliùs in ligno ſolido ac benè lævigato, orichalco, aliavè quacunque materia ſolida ac lævi, duc lineam rectam, quæ adæquet in longitudine unum Quadrati latus Inſtrumenti noſtri Pantometri. Hanc lineam divide, accuratiſſima adhibita diligentia, in mille æquales particulas, tali pacto. Primò tota linea dividatur in duas partes, ita



...io Farnesiano P. Ioan. Baptist. Villalpandi

Lin...

Lin. rect. divis

Lin. Circ...

Linea

Linea ...

Linea

Linea st...

Circumfer...

Diameter.

Lin: prop...

☉ Heptag. octag. Nonag. Dodecag.

Lin. Red...

Icosaed. Dodecaed.

Tetraedru...

Red...

♃ ♂

Line...

ita ut earum unaquæque contineat quingentas partes: deinde utraque medietas dividatur in alias quinque partes æquales, ita ut tota linea sit divisa in decem partes, & quælibet earum censeatur continere centum partes: tandem unamquamque harum decem partium divide in alias centum minutissimas particulas; nempe primùm in duas, & harum utramque in quinque, & demum singulas in alias quinque. Sufficit tamen pro fundamentali linea, si sola prima centesima pars dividatur modo dicto in centum minutissimas particulas. Hanc lineam ita divisam, voco fundamentalem lineam, quia ipsâ mediante omnes reliquæ subsequentes dividuntur, ac proinde est quasi fundamentum, cui omnium aliarum constructio & fabrica innititur. Hæc linea in adjuncto schemate divisa est tantùm in partes centum. Divisioni in partes mille servit parallelogrammum A B C D.

PRAGMATIA II.

Lineam Arithmeticam Instrumento inscribere.

PEractâ prædicto modo in mille partes æquales divisione, transfer lineam divisam in Instrumentum nostrum, hoc est, duc in aliquo Instrumenti latere lineam huic æqualem, eamque simili omninò modo divide, eique adscribe has duas syllabas, *Arith.* quę significant eam appellari Arithmeticam lineam, tum quia divisa est secundùm proportionem arithmeticam, tum quia ipsius usus præter alia, in arithmeticis elucet operationibus præcipuè. vide Icon. XXVIII.

ANNOTATIONES.

I.

SI operosum tibi videtur, lineam in mille particulas divisam transferre in Instrumentum, aut aliam in eodem ductam dividere in totidem particulas; poteris lineam illam, quam in Instrumento pro Arithmetica elegisti, dividere in pauciores partes, nempe in 100, 160, 200, 300 *&c. perinde enim est; dummodo fundamentalis sit divisa in mille.*

II. *Potest etiam tam linea fundamentalis, quàm linea Arithmetica, dividi in centum particulas tantùm, sed tunc in divisione aliarum sequentium linearum ex fundamentali observanda sunt ea, quæ in singularum divisionibus dicemus in Annotationibus.*

PRAGMATIA III.

Lineam pro divisione linearum rectarum in quotlibet partes, Instrumento inscribere.

vide Icon. XXVIII. IN Instrumento duc lineam rectam secundùm Quadrati longitudinem, æqualem lineæ fundamentali, eique adscribe has syllabas, *Lin. Rect. Diu.* hoc est, Lineæ rectæ divisio; ad significandum talem lineam inservire inter alia divisioni cujuscunque lineę rectæ in quotcunque partes, & secundùm quamcunque proportionem.

Hujus lineæ accipe primò partem dimidiam, deinde tertiam, deinde quartam, quintam, sextam, &c. tali pacto. Quoniam tota linea æqualis est lineæ fundamentali, erit etiam dimidia, tertia, quarta &c. pars ipsius æqualis dimidiæ, tertiæ, quartæ &c. parti ejusdem fundamentalis. Intercipe igitur circino ordinario & bene acuminato ex linea fundamentali tot particulas, quot conveniunt dimidiæ, tertiæ, quartæ &c. parti ipsius lineæ fundamentalis, prout ostendit sequentis tabulæ columna secunda; easque transfer in lineam ductam in Instrumento, incipiendo à principio semper, imprimendo puncta, & adscribendo numeros, prout factum vides in figura superiori; & habebis lineam quæsitam.

ANNOTATIONES.

I.

SI linea fundamentalis divisa est in centum partes tantùm, intercipe circino ex ipsa partes, quas continet tabula sequentis columna tertia, easque transfer in lineam ductam in Instrumento.

II. *Sequentis tabulæ Columna prima continet numeros partium in quas dividenda est linea in Instrumento ducta: Columna secunda continet particulas lineæ fundamentalis, quæ intercipiendæ sunt circino, posito quòd fundamentalis sit divisa in mille partes: tertia columna continet easdem particulas, posito quod fundamentalis sit divisa solùm in centum partes. Vtraque composita est dividendo* 1000, *aut* 100 *per* 2, 3, 4, 5 *&c. Fractiones quæ Quotienti post divisionem adhærent, plerùmque sunt omissæ; & si superant* 5, *aut* 50 *unitates, loco earum adjecta est unitas Quotienti; si verò non superant tot unitates, nihil additum est.*

TABU-

TABULA I.

Pro divisione Lineæ Rectæ, in quotlibet partes.

I	II	III
I	1000	100
II	500	50
III	$333\frac{1}{3}$	$33\frac{1}{3}$
IV	250	25
V	200	20
VI	$166\frac{1}{2}$	$16\frac{1}{2}$
VII	143	$14\frac{1}{3}$
VIII	125	$12\frac{1}{3}$
IX	111	11
X	100	10

I	II	III
XI	91	9
XII	83	$8\frac{1}{3}$
XIII	76	$7\frac{1}{2}$
XIV	71	7
XV	67	$6\frac{2}{3}$
XVI	63	$6\frac{1}{4}$
XVII	58	$5\frac{2}{3}$
XVIII	56	$5\frac{1}{2}$
XIX	53	$5\frac{1}{3}$
XX	50	5

PRAGMATIA IV.

Lineam pro divisione circuli in quotlibet partes, Instrumento inscribere.

DUc in Instrumento lineam rectam æqualem lineæ fundamẽtali, & in ipsa nota partes æquales chordis quæ subtendunt partes circuli datas, v. g. partem sextam, septimam, octavam &c. Huic lineæ adscribe has syllabas: *Lin. circul. divi.* hoc est, Lineæ circularis divisio; quæ significant, lineam inservire divisioni circuli in quotlibet partes. vide Icon. XXVIII.

In eadem lineâ, vel meliùs in linea sequenti Graduum, notari possunt latera polygonorum, imprimendo videlicet puncta prope illos gradus, qui determinant polygonorum latera: quæ latera habebis, si 360 dividas per numerum laterum polygoni cujusque. Linea porrò ita divisa vocetur linea Polygonorum; unde prædictæ priori lineæ adscribi etiam possunt hæ syllabæ: *Lin. Polygon.*

Divisio porrò Lineæ prædictæ fit tali pacto. Imaginare circulum, cujus semidiameter æqualis sit lineæ fundamentali, seu lineæ Instrumento inscriptæ, ac prædicto modo dividendæ in mille æquales particulas; sitque circulus hîc appositus B D C. Imaginare præterea, omnibus hujusmodi circuli partibus subtensas esse chordas, ut factum vides in chorda D C, subtensa semiquadranti. Inquire tandem, quot particulas singulæ chordæ contineant ex mille, aut centum, in quas divisa censetur fundamentalis linea; & numeros inventos redige in tabulam. Sic autem prædictas chordas invenies in quocunque circulo.

Fig. CCIX Ico. XXIX.

Esto Circulus B D C, cujus centrum A, semidiameter A C, divisa in mille partes; sitque invenienda chorda subtendens octavam circuli partem, hoc est, 45 gradus (nam 45 gradus sunt octava pars totius circuli divisi in 360 partes) nempe arcum C D. Duc rectas A D, & C D, & ex D demitte in A C perpendicularem D E; deinde ex centro A, erige A F G semidiametrum ipsi A C perpendicularem; eritque D E sinus rectus arcûs C D; & D F, hoc est, A E ipsi æqualis, erit sinus complementi ejusdem arcus, & E C sinus versus ejusdem. Sinus rectus D E habetur ex tabula Sinuum 707 partium, posito sinu toto mille partium: sinus versus E C habetur, si ex sinu toto A C mille partium subtrahas sinum complementi A E, qui in posito exemplo est æqualis sinui recto, nempe 707; nam id quod remanet, scilicet 292, seu 293, est sinus versus E C. Ex sinu recto D E, & sinu verso E C, sic invenitur chorda D C. Quoniam ex constructione facta, triangulum D E C rectangulum est ad E, propter perpendicularem D E; erit quadratum D C æquale quadratis D E, E C, *per* 47. *Primi.* Duc ergo sinum rectum D E, 707 in se, proveniet quadratum 499849; iterum duc sinum versum E C, 293 in se, proveniet quadratum 85849; adde hæc duo quadrata, 499849, & 85849, proveniet numerus 581698, pro quadrato rectæ C D; ex hac summa extrahe radicem quadratam, provenient 764 ferè pro chorda C D.

Eodem modo invenies chordas reliquarum partium seu graduum circuli. Sed ut calculandi labore subleveris, apponendam censui sequentem tabulam, in qua columna prima continet partes circuli à sexta usque ad quinquagesimam primam; Secunda continet partes chordarum partibus primæ columnæ respon-

dentium, posito quòd semidiameter circuli seu linea fundamentalis nostra sit divisa in mille partes; tertia denique columna continet partes chordarum, si in centum partes divisa fuerit fundamentalis, seu semidiameter. Non producitur ulteriùs tabula, quia ex his divisionibus possunt haberi aliæ, ut alibi dicetur, & patet consideranti.

TABULA II.

Pro divisione Lineæ circularis in quotcunque partes.

I	II	III
VI	1000	100
VII	868	87
VIII	765	76
IX	684	68
X	618	61
XI	564	56
XII	518	52
XIII	479	48
XIV	445	44
XV	416	$42\frac{1}{5}$
XVI	390	39
XVII	368	37
XVIII	347	35
XIX	329	33
XX	315	31
XXI	298	29
XXII	285	28
XXIII	272	27
XXIV	261	26
XXV	251	25
XXVI	241	24
XXVII	232	23
XXVIII	224	22
XXIX	216	21
XXX	209	$20\frac{1}{2}$
XXXI	202	20
XXXII	196	$19\frac{1}{2}$
XXXIII	190	19
XXXIV	184	18
XXXV	179	$17\frac{1}{2}$
XXXVI	174	$17\frac{2}{5}$
XXXVII	170	17
XXXVIII	165	$16\frac{1}{2}$
XXXIX	161	16
XL	157	$15\frac{1}{2}$
XLI	153	15
XLII	149	$14\frac{1}{2}$
XLIII	146	$14\frac{3}{5}$

XLIV	144	14
XLV	140	$13\frac{1}{3}$
XLVI	137	$13\frac{1}{2}$
XLVII	134	$13\frac{1}{3}$
XLVIII	131	13
XLIX	128	$12\frac{2}{3}$
L	126	$12\frac{1}{3}$
LI	123	12

TABULA III.

Pro divisione lineæ circularis in latera polygonorum.

I	II	III
III	120	0
IV	90	0
V	72	0
VI	60	0
VII	51	26
VIII	45	0
IX	40	0
X	36	0
XI	32	8
XII	30	0
XIII	27	42
XIV	25	43
XV	24	0
XVI	22	30
XVII	21	11
XVIII	20	0
XIX	18	57

I	II	III
XX	18	0
XXI	17	8
XXII	16	20
XXIII	15	38
XXIV	15	0
XXV	14	24
XXVI	13	51
XXVII	13	20
XXVIII	12	51
XXIX	12	25
XXX	12	0
XXXI	11	35
XXXII	11	15
XXXIII	10	54
XXXIV	10	36
XXXV	10	17
XXXVI	10	0

IN hac tabula, prima Columna continet numerum Laterum polygonalium; Secunda Columna gradus respondentes; tertia columna minuta.

PRA-

PRAGMATIA V.

Lineam pro divisione Quadrantis circuli in gradus, Instrumento inscribere.

DUc in Instrumento lineam æqualem fundamentali lineæ, eamque divide juxta sequentem Tabulam; in qua, columna Prima continet numeros graduum Quadrantis ab 1 usque ad 90; Secunda continet numeros particularum ex fundamentali linea accipiendarum, posito quòd in mille partes sit divisa; Tertia continet eosdem numeros, facta divisione fundamentalis in centum partes. Lineæ prædictæ adscribe has syllabas: *Lin. Quadran.* seu, *Lin. Graduum.* vide Icon. XXVIII.

Porrò Tabula sequens calculatur eodem prorsus modo, quo secunda præcedens; nimirum accipitur gradus certus, v. g. 45; quæritur ejus sinus Rectus, & sinus versus; uterque quadratur, hoc est, ducitur in seipsum; quadrata adduntur in unam summam, ex eaque extrahitur radix quadrata: hæc enim radix quadrata numerum exhibet particularum dato gradui competentem. Sic gradûs 45 sinus Rectus est 707, sinus versus 293, quadratum primi 499849, quadratum secundi 85849, summa amborum 581698; radix quadrata 764, & paulò plus;

TABULA IV.

Pro Divisione Quadrantis Circuli in suos gradus, sive pro Linea Graduum.

I	II	I
I	12	1
II	25	2
III	37	$3\frac{1}{2}$
IV	50	$4\frac{2}{3}$
V	62	6
VI	74	7
VII	86	8

I	II	III
VIII	98	9
IX	111	$10\frac{1}{2}$
X	123	12
XI	136	13
XII	148	$14\frac{1}{3}$
XIII	160	16
XIV	173	17

XV	185	18
XVI	197	19
XVII	209	20½
XVIII	221	22
XIX	233	23
XX	245	24
XXI	257	25
XXII	269	26½
XXIII	282	28
XXIV	294	29
XXV	306	30
XXVI	318	31½
XXVII	330	33
XXVIII	342	34
XXIX	354	35
XXX	366	36
XXXI	378	37
XXXII	390	39
XXXIII	402	40
XXXIV	414	41
XXXV	425	42
XXXVI	437	43
XXXVII	449	44½
XXXVIII	460	46
XXXIX	472	47
XL	484	48
XLI	495	49
XLII	500	50
XLIII	507	51
XLIV	518	52½
XLV	541	54
XLVI	552	55
XLVII	564	56
XLVIII	575	57
XLIX	586	58
L	598	59
LI	609	60
LII	620	62
LIII	631	63
LIV	642	64
LV	653	65
LVI	664	66
LVII	675	67
LVIII	686	68
LIX	697	69
LX	707	70
LXI	718	71
LXII	728	72
LXIII	739	73
LXIV	750	75
LXV	760	76
LXVI	770	77
LXVII	780	78
LXVIII	790	79
LXIX	800	80
LXX	811	81
LXXI	821	82
LXXII	832	83
LXXIII	842	84
LXXIV	851	85
LXXV	861	86
LXXVI	871	87

LXXVII	881	88
LXXVIII	890	89
LXXIX	900	90
LXXX	909	90½
LXXXI	918	91
LXXXII	928	92
LXXXIII	937	93

LXXXIV	946	94
LXXXV	955	95
LXXXVI	965	96
LXXXVII	974	97
LXXXVIII	982	98
LXXXIX	991	99
LXXXX	1000	100

PRAGMATIA VI.

Lineam Geometricam Instrumento inscribere.

DUc in Instrumento lineam rectam, æqualem fundamentali, vide Icon. XXVIII. eamq; divide juxta sequẽtem tabulam, transferendo nimirũ in ipsam ex fundamentali linea pro primo puncto particulas centum, aut decem, prout illa divisa fuerit in mille aut centum partes. Hanc lineam aliqui vocãt Planimetricam, quia ipsius usus elucet maximè in Planis seu superficiebus augendis, minuendisque. Alii vocant Geometricam, ob usum ejus geometricũ in dictis figuris; vel quia divisa est secundùm geometricam proportionem. Alii lineam planorum homologorum appellant, quia ejus ope augẽtur ac minuuntur figuræ planæ homologæ. Alii denique lineam quadratorum vocant, quòd ope quadratorũ fabricetur, tam geometricè, quàm arithmeticè. Potest etiam hæc linea vocari quadratica, eò quòd contineat latera quadratorũ multiplicatorũ. Sequens verò potest vocari cubica, eò quòd contineat latera cuborum multiplicatorum. Nos cum communiori vocabimus Geometricam Lineam; ideoq; illi adscribendæ sunt hæ Syllabæ: *Lin. Geomet.*

Sequens porrò Tabula sic componitur arithmeticè. Accipe numerum quadratum quemcunque pro primo quadrato, v. g. 10000, & ex ipso extrahe radicem quadratam, quæ est 100; & habebis particulas pro primo puncto sequentis tabulæ. Pro secundo puncto, seu pro particulis secundi puncti inveniendis, duc primum quadratum 10000 in 2, provenient 20000, ex quibus extrahe radicem quadratam, & habebis 141 ferè, pro secundo puncto. Pro duodecimo v. g. puncto, multiplica primum quadratum 10000, per 12, proveniunt 120000; ex quibus si extrahas radicem quadratam, habebis 346 proximè pro duodecimo puncto. Eodem modo procedes in aliis punctis inveniendis. Vide Guldinum

in Append. ad lib. 1. de centro gravit. c. 5. Metium lib. 2. Geometriæ practicę cap. 6. Modum dividendi eandem hanc lineam geometricè vide suprà Lib. 6. Probl. X I.

Prima tabulæ columna continet numerum seu ordinem punctorum in linea notandum; Secunda particulas respondentes millenariæ; tertia centenariæ divisioni fundamentalis lineæ.

TABULA V.

Pro divisione Lineæ Geometricæ.

I	II	III
I	100	10
II	141	14
III	173	17
IV	200	20
V	224	22
VI	245	24
VII	265	26
VIII	283	28
IX	300	30
X	316	31½
XI	332	33
XII	346	34½
XIII	361	36
XIV	374	37½
XV	387	38
XVI	400	40
XVII	412	41
XVIII	424	42
XIX	436	43
XX	447	44
XXI	458	45

I	II	III
XXII	469	46½
XXIII	480	48
XXIV	490	49
XXV	500	50
XXVI	510	51
XXVII	520	52
XXVIII	529	52½
XXIX	539	53
XXX	548	54
XXXI	557	55
XXXII	566	56
XXXIII	574	57
XXXIV	583	58
XXXV	592	59
XXXVI	600	60
XXXVII	608	61
XXXVIII	616	61½
XXXIX	624	62
XL	632	63
XLI	640	64
XLII	648	64½

XLIII	656	65
XLIV	664	66
XLV	671	67
XLVI	678	67½
XLVII	688	68
XLVIII	693	69
XLIX	700	70
L	707	70½
LI	714	71
LII	721	72
LIII	728	72½
LIV	735	73
LV	742	74
LVI	748	74½
LVII	755	75
LVIII	762	76
LIX	769	76½
LX	775	77
LXIV	800	80
LXV	806	80½
LXX	837	83
LXXV	866	86
LXXX	894	89
LXXXI	900	90
LXXXV	922	92
LXXXX	949	94
LXXXXV	979	97
C	1000	100

PRAGMATIA VII.

Lineam Stereometricam Inſtrumento inſcribere.

DUc in Inſtrumento lineam rectam fundamentali æqualem, eamque divide juxta ſequentem tabulam; in qua, Columna Prima continet numerum ſeu ſeriem punctorum in linea notandorum; Secunda particulas ex fundamentali accipiendas, ſi ea cenſeatur diviſa in mille partes; Tertia eaſdem particulas, ſi fundamentalis diviſa eſt in centum partes. vide Icon. XXVIII.

Voco hanc lineam Stereometricam, ſeu ſolidometricam, quia ejus uſus elucet in augendis ac minuendis corporibus, ſeu ſolidis. Alii vocant cubimetricam, quia continet latera cubica: alii lineam homologorum corporum, quia talia corpora ipſius ope augentur & minuuntur. Sed præſtat retinere vocabulum ſtereometricæ lineæ communiter uſitatum; quare eidem adſcribendæ ſunt hæ ſyllabæ: *Lin. Stereom.*

Sequens tabula calculatur arithmeticè hac ratione. Accipe quotcunque particulas ex fundamentali, v. g. 100 pro latere ſeu radice primi cubi Lineæ ſtereometricæ inſcribendi; hunc nu-

merum 100 multiplica cubicè ducendo nimirum ipsum proximè in se, deinde in productum, & habebis 1000000: ex hoc numero cubico extrahe radicem cubicam, & habebis 100 pro primo latere, seu primo puncto lineæ, cujus duplum sunt 200. Pro secundo latere seu puncto duplica 1000000, & habebis 2000000; ex quibus extrahe radicem cubicam, & habebis 126 pro secundo latere seu puncto, cujus duplum est 252. Simili modo invenies numeros pro reliquis punctis.

Nota, numeros secundæ columnæ sequentis tabulæ esse duplos eorum, qui invenirentur ex cubica multiplicatione prædicta; quod nos cum aliis fecimus, ut habeatur radix cubica 1000 post pauciores operationes, quàm si simplices acciperentur, nempe post centesimam vigesimam quintam operationem. Poterit tamen qui vult, eosdem numeros accipere simplices, triplices, quadruplices, perinde est. Vide Metium in Geometria practica par. 2. cap. 6. Præcepto 6.

TABULA VI.

Pro divisione Lineæ Stereometricæ.

I	II	III
I	200	20
II	252	25
III	288	28
IV	317	31
V	342	34
VI	363	36
VII	382	38
VIII	400	40½
IX	416	42
X	431	43½
XI	445	44½
XII	458	45½
XIII	470	47
XIV	482	48
XV	492	49
XVI	504	50
XVII	514	51
XVIII	524	52
XIX	534	53
XX	543	54
XXI	552	55
XXII	560	56
XXIII	569	56½
XXIV	577	57

XXV	585	58
XXVI	592	59
XXVII	600	60
XXVIII	607	60½
XXIX	614	61
XXX	621	62
XXXI	628	62½
XXXII	635	63
XXXIII	641	64
XXXIV	648	64½
XXXV	654	65
XXXVI	660	66
XXXVII	666	66½
XXXVIII	672	67
XXXIX	678	67½
XL	684	68
XLI	690	69
XLII	695	69½
XLIII	701	70
XLIV	706	70½
XLV	711	71
XLVI	717	71½
XLVII	722	72
XLVIII	727	72½
XLIX	732	73
L	737	73½
LI	742	74
LII	746	74½
LIII	750	75
LIV	753	75½
LV	756	76
LVI	760	76½
LVII	765	77
LVIII	770	77½
LIX	774	78
LX	778	78½
LXI	782	79
LXIII	800	80
LXV	804	80½
LXX	824	82
LXXV	842	84
LXXX	862	86
LXXXV	880	88
LXXXX	896	89
LXXXXV	912	91
C	928	92
CV	943	94
CX	958	95
CXV	962	96
CXX	968	96½
CXXV	1000	100

PRA-

PRAGMATIA VIII.

Lineam proportionis diametri ad circumferentiam Instrumento inscribere.

Diximus suprà Lib. 3. Parte 2. Probl. 7, & seq. ex Archimedæo calculo ab omnibus admisso proportionem diametri ad circumferentiam circuli esse ferè ut 7 ad 22, & è contrà, proportionem circumferentiæ ad diametrum esse, ut 22 ad 7. Ex quo sequitur, si circuli alicujus circumferentia habeat particulas 1000, diametrum habere $318\frac{2}{11}$. Si verò circumferentia habet 100 particulas, diameter habet $31\frac{9}{11}$. Nam sicut se habent 22 ad 7, ita se habent 1000 ad $318\frac{2}{11}$, & 100 ad $31\frac{9}{11}$.

vide Icon. XXVIII. Duc ergo in Instrumento lineam æqualem fundamentali lineæ, & in ipsam transfer particulas $318\frac{2}{11}$, si divisa est fundamentalis in 1000; aut $31\frac{9}{11}$, si in 100 divisa est fundamentalis; & factâ notâ aliquâ, v. g. ✠, adscribe, *Diameter*; in fine verò lineæ scribe, *Circumferentia*.

ANNOTATIO.

Poteris etiam in linea Arithmetica, aut in quavis alia ex hactenus notatis facere signum ad intervallum prædictarum particularum, & ipsi adscribere, Diameter, & Circumferentia.

TABULA VII.

Pro proportione inter diametrum & Circumferentiam.

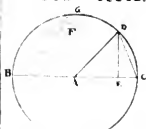
Circumferentia	1000	Diameter	$318\frac{4}{22}$ vel $\frac{2}{11}$
	100		$31\frac{18}{22}$ vel $\frac{9}{11}$
	22		7

PRAGMATIA IX.

Lineam Reductionis seu Commutationis planorum regularium Instrumento inscribere.

vide Icon. XXVIII. IN Instrumento fac lineam rectam æqualem fundamentali, eamque nota his syllabis, *Lin. Reduct. Plan.* hoc est, Linea Reductio-

Fig. CCIX.



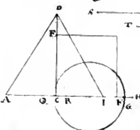


Fig. CCX.





Fig. CCXIII.

Fig. CCXI.

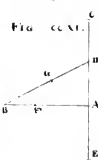


Fig. CCXII.





Fig. CCXIV.

9
13
7
19
48

CCXV

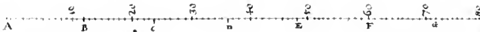


Fig. CCXVI.



Fig. CCXVII.

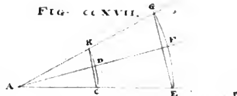


Fig. CCXVIII.

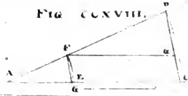


Fig. CCXIX.



ctionis planorum; vel hoc signo, Δ, ad significandum quòd inserviat reductioni planarum figurarum in alias figuras planas (loquendo semper de regularibus figuris) v. g. trianguli æquilateri in quadratum, circulum, pentagonum, hexagonum &c. & vicissim.

Hanc lineam ita divides tàm geometricè, quàm arithmeticè ex linea fundamentali, divisa in mille particulas. Concipe triangulum æquilaterum & æquiangulum D A B, descriptum ad intervallum fundamentalis lineæ, cujus proinde latus A B sit mille partium. Quære quadratum æquale huic triangulo; quod sic invenies. Divide A B bifariam in C, & ex angulo D demitte rectam D C, quæ perpendicularis erit ad basin A B, *per schol. 26 Primi, & per Corollar. tertiæ Tertii*, ac proinde parallelogrammum rectangulum ex D C, & C B, erit æquale triangulo D A B, per dicta suprà Lib. 3 Parte 2. Probl. 3. & consequenter quadratum huic parallelogrammo æquale, erit etiam æquale triangulo. Latus autem quadrati dicto rectangulo æqualis est media proportionalis inter D C, & C B, nempe recta C E, vel C F. Quam quidem invenies geometricè per Lemma 3. Lib. 8. præced; arithmeticè verò per Lemma 5. ejusdem Libri. Eandem per Sinus & Tangentes invenies esse partium 658, qualium fundamentalis est mille. Nam quia in triangulo D C B, latus B C est 500 partium, & angulus D B C 60 graduum; erit D C tangens 866 partium. Inquire jam inter C B 500, & D C 866, medium numerum proportionalem, addendo scilicet duo latera C B, D C, & ex summa inventa extrahendo radicem quadratam; invenies illam partium 658, latus videlicet C E seu C F, quadrati E F, quod erit æquale rectangulo prædicto, *per decimam septimam Sexti.* Si itaque in lineam *Red. Plan.* transferas ex fundamentali particulas 658, & facto puncto apponas hoc signum, □; habebis latus quadrati æqualis triangulo D A B. Fig. CCX Ico. XXIX.

Ad inscribendam Diametrum Circuli proximè æqualis eidem triangulo D A B, seu quadrato E F; sic procede. Quoniam quadratum diametri cujuscunque circuli se habet proximè ad circulum ipsum, ut 14 ad 11, ex Archim. libel. Dimens. circuli, Propos. 3; accipe rectam C H, quæ se habeat ad rectam C F, ut 14 ad 11, id est, cujus particulæ ad particulas 658 habeant illam propor-

tionem, quam habent 14 ad 11; deinde inter has duas lineas C F, C H, quære mediam proportionalem C G; eritque C G diameter circuli proximè æqualis quadrato E F, & consequenter triangulo A D B. Nam cùm tres rectæ C H, C G, C F, sint continuè proportionales ex hypothesi, erit, *per Corollar. vigesimæ Sexti*, ut C H ad C F, ita quadratum C G ad quadratum C F: Sed C H ad C F se habet ut 14 ad 11; Ergo & quadratum rectæ C G ad quadratum rectæ C F, erit ut 14 ad 11. Ergo C G erit diameter circuli æqualis quadrato E F, seu triangulo A D B. Reperitur autem numerus particularum diametro C G competens, si fiat, ut 11 ad 14, ita quadratum lateris C F, 658, quod est 432964, ad aliud; reperies enim 551043, cujus radix quadrata dat 742 particulas pro diametro C G. Transfer ergo in lineam prædictam *Red. Plan.* particulas 742, & punctum inventum nota hoc signo O.

Simili ratione inscribes lineæ prædictæ in Instrumento notatæ latera reliquarum figurarum planarum regularium. Ut si inscribere velis latus Pentagoni æqualis inscripto jam triangulo, aut quadrato, aut circulo; sic procedes. Describatur pentagonum æquilaterum & æquiangulum K N O cujuscunque magnitudinis; & à puncto ipsius medio I, (quod invenies per dicta Libro tertio, Parte 2, Problem. 5, in Annot.) ad quodlibet ejus latus, nempe ad latus N O, ducantur rectæ I N, I O; eritque triangulum I N O, quinta pars dicti Pentagoni, ut patet ex dictis loc. cit. Dividatur jam unum latus supradicti trianguli æquilateri A D B, v.g. latus A B, in quinque æquales partes, quarum una sit Q R; eritque, ductis rectis D Q, D R, triangulum quoque D Q R quinta pars totius trianguli A D B, *per primam Sexti.* Fiat jam ut perpendicularis I P, ad latus N O, ita perpendicularis D C ad aliam S, & inter duas, Q R, & S, accipiatur media proportionalis T. Dico, hanc esse latus Pantagoni æqualis triangulo A D B, & consequenter quadrato E F, & circulo C G. quod ita demonstro.

Sumatur V X, æqualis ipsi T, & supra ipsam fiat triangulum V X Y simile similiterque positum triangulo I N O, *per decimam octavam Sexti Euclid.* ita ut lateri N O correspondeat latus V X; & ab angulo Y demittatur in latus V X, perpendicularis Y Z. Erit igitur, propter triangulorum I N O, Y V X, similitudinem, ut I P ad N O, ita Y Z ad V X, *per quartam Sexti Euclid.* Sed ut I P ad N O, ita

O, ita facta fuit D C ad S; Ergo D C ad S erit, ut Y Z ad V X, *per undecimam Quinti Euclid.* Præterea, quia S ad T, hoc est, ad V X, quæ ipsi T æqualis est, eandem habet proportionem, quam eadem V X, hoc est, T ad Q R (est enim T media proportionalis inter S & Q R) erit ex æqualitate, *per vigesimam secundam Quinti Euclid.* D C ad V X, sicut Y Z ad Q R. Quare cùm in triangulis D Q R, V X Y, reciprocentur altitudines cum basibus, erunt illa inter se æqualia, *per decimam quintam Sexti Euclid.* ideoque quinque triangula V X Y, æqualia erunt toti triangulo D A B. Atqui quinque triangula V X Y efficiunt pentagonum æquilaterum & æquiangulum, propter similitudinem quam habet triangulum V X Y cum triangulo I N O; Ergo latus V X, quod respondet lateri NO, erit latus pentagoni, quod quærebatur, hoc est, æqualis dicto suprà triangulo, quadrato, & circulo. Quod quidem latus V X erit partium 500 circiter, qualium A B est 1000. Si igitur inventam lineam V X, aut particulas 500 lineæ fundamentalis, transferas in Lineam *Reductionis planorum* jam antea in Instrumento notatam, & apposueris puncto notato signum ⬠; habebis latus Pentagoni æqualis triangulo D A B &c.

Eodem omninò modo invenies latera reliquarum figurarum planarum regularium, nempe latus Hexagoni, Heptagoni, Octogoni &c. eaque in lineam *Reductionis Planorum* transferes. Latera Polygonorum æqualium & æquè capacium, à trigono usque ad dodecagonum, unà cum diametro circuli æquè capacis, exhibemus in sequenti tabula; in qua prima Columna continet ordinem polygonorum, secunda cōtinet latera in partibus 1000, tertia verò latera in partibus 100. Addidi in quarta columna radios, si lubeat polygona circulo inscribere.

TABULA VIII.

Pro Reductione seu commutatione planorum regularium.

Nomina	Latera	Latera	Radii
III	1000	100	58
IV	658	66	46

Nomina	Latera	Latera	Radii
V	500	50	43
VI	410	41	41

VII	340	34	40
VIII	300	30	39
IX	260	26	39

X	240	24	38
XI	220	22	38
XII	200	20	38

PRAGMATIA X.

Lineam Reductionis Corporum regularium Instrumento inscribere.

vide Icon. XXVIII. IN Instrumento fac lineam æqualem lineæ fundamentali, & extremitati ipsius appone signum tetraëdri seu pyramidis, vel syllabam *Tetra*: Deinde ex linea fundamentali transfer in hanc lineam particulas hoc ordine: 630, 608, 490, 378 249; ac primo quidem numero adscribe syllabã *Octa*: secundo *Glob*: tertio *Cub*: quarto *Icos*: quinto *Dodec*. sed hæc omnia intuere in sequenti tabula.

Significant hi numeri magnitudinem laterum corporum regularium, ac globi, æqualium & æquè capacium, posito uno latere tetraëdri seu pyramidis regularis 1000 partium. Si autem pyramidis latus ponatur 100 partium, reliquorum corporum latera exhibentur in tertia columna. Quomodo inveniantur latera reliquorum corporum dato latere tetraëdri, idque geometricè, docet ac demonstrat fusè Clavius Lib. 5. Geometriæ practicæ cap. 4. & Mutius Oddi in Fabrica circini polymetri cap. 7, quos vide.

TABULA IX.

Pro Reductione Corporum regularium.

Pyramis	1000	vel	100
Octaëdrum	630	vel	63
Globus	608	vel	61
Cubus	490	vel	49
Icosaëdrum	378	vel	38
Dodecaëdrum	249	vel	25

Quòd si quinque regularia corpora inscribere desideras globo, utere sequenti tabula

TABU-

TABULA X:

Pro inscriptione Corporum regularium in sphæra.

Globus	1000	vel	100		
Pyramis	816	vel	82	vel	81
Octaëdrum	707	vel	71	vel	70
Cubus	577	vel	58	vel	57
Icosaëdrum	526	vel	53	vel	52
Dodecaëdrum	356	vel	36	vel	35

PRAGMATIA XI.

Lineam media & extrema ratione sectam Instrumento inscribere.

IN Charta aut plano quocunque fac lineam rectam æqualem Lineæ fundamentali, eamque seca mediâ & extremâ ratione, & sic factam transfer in Instrumentum, adscriptis syllabis, *Lin. med. & extr. rat.* hoc est, Linea mediâ & extremâ ratione secta.

Censetur autem linea tunc secta esse mediâ & extremâ ratione, quando tota ad majus segmentum habet talem proportionem, qualem majus segmentum ad minus. Hæc verò sectio fit tali pacto, ex Euclid. lib. 2. Elem. Propos. 11.

Sit secanda mediâ & extremâ ratione linea A B. In puncto A erigatur A C æqualis ipsi A B, & dividatur bifariam in D, ducaturque recta D B. Hæc recta D B transferatur ex D in E lineæ D A productæ, spatium verò A E transferatur in F: eritque A B in F secta prout postulabatur. Vel breviùs, erigatur normaliter A D æqualis dimidiæ A B, & ducatur D B, in quam transferatur spatium D A usque in G, spatium verò G B transfer in A B ex A in F, & habebis intentum. Fig. CCXI. Ico. XXIX.

Non potest hæc sectio exhiberi in numeris, quia nullus numerus potest prædicta ratione secari, ut probat Clavius lib. 9. Elem. Euclid. Propos. 14.

PRAGMATIA XII.

Lineam metallicam inſcribere Inſtrumento.

COrpora regularia, ut ſphæræ, cubi, & ſimilia, diverſorum metallorum, aliarumque materiarum, comparari inter ſe poſſunt dupliciter; mole, ac pondere. Pondere comparatio fit, quando inter corpora diverſi generis mole æqualia, at inæqualia pondere (conſtat enim, corpora diverſorum generum, licet mole æqualium, non eſſe ejuſdem ponderis) quæritur quæ ſit ratio ponderis illorum, & quantò unum altero ſit gravius, aut levius. Magnitudine autem fit comparatio, cùm poſita pari gravitate eorundem, quæritur, quæ ſit ratio ſeu proportio magnitudinis eorundem, quantovè ſit unum altero majus, aut minus. Poſſunt præterea corpora ejuſdem generis, ſed molis differentis, comparari inter ſe quoad pondus, & è contrario corpora ejuſdem generis, ſed differentis molis, comparari inter ſe quoad magnitudinē. Omnibus his comparationibus inſervit ſequens linea Inſtrumento noſtro inſcribenda, quam Lineam metallicam vocabimus, quia frequentiùs fit comparatio corporum metallicorum, quàm alterius materiæ. Sic autem præparatur dicta linea.

vide Icon. XXVIII. In Inſtrumento duc lineam rectam cujuſcunque longitudinis, in eamque transfer ex linea fundamentali partes in ſequenti Tabula notatas, deſumptas vel ex prima, vel ex ſecunda, vel ex tertia columna. Punctis finalibus appone vel ſigna, vel ſyllabas, quæ ſignificent metalla & lapides, eo ordine, quo in tabula notantur. Crux appoſita ſignificat accipiendum eſſe paulò plùs; virgula verò ſeu lineola tranſverſa, paulò minùs.

TABULA XI.

Pro Linea metallica præparanda.

♃ Stannum	600	500	100
♂ Ferrum	584+	487	$97\frac{1}{3}$
♀ Cuprum	562+	468	$93\frac{2}{3}$
☽ Argentum	537--	447	$89\frac{1}{2}$
♄ Plumbum	518--	432	$86\frac{1}{2}$

☿ Argen-

☿ Argentum vivum	473+	468	79
☉ Aurum	438+	365	73

PRAGMATIA XIII.

Lineam decem librarum cujuſcunque metalli determinare.

UT oblatis quibuſcunque globis ferreis inveniatur illorum pondus, neceſſe eſt notam habere diametrum unius globi ferrei determinatum pondus habentis. Similiter ut oblatis globis plumbeis, ſtanneis &c. ſciatur illorum pondus, neceſſe eſt, unius illorum determinati ponderis diametrum habere notam. Hîc ergo docebimus, quomodo poſſimus invenire diametrum globi metallici cujuſcunque librarum decem, & ponemus exemplum in globo ferreo; cæterorum enim metallorum erit eadem ratio.

Sume igitur globum ferreum, quàm poteris maximum, eumque diligentiſſimè & exactiſſimè pondera. Sume deinde ejuſdem globi diametrum circino recurvo, & ſit A; pondus verò globi ſit 24 librarum. Divide A in partes 24, & illarum decem tranſfer in lineam B. Inter has duas lineas A & B, quære duas medias proportionales per dicta ſuprà hoc Lib. cap. 2, & Lib. 8. cap. 1; quarum illa quæ diametro A vicinior erit, nempe C, erit diameter globi ferrei decem librarum. Ratio eſt, quia ſphæræ habent triplicatam rationem ſuarum diametrorum, *per 2. Duod. Euclid.* Hanc lineam C inventam Inſcribe Inſtrumento, eique appone ſyllabas, *Lin. Metal.* Eâdem ratione invenies aliorum metallicorum globorum pondus decem librarum. F. CCXII. Ico. XXIX.

PARS SECUNDA.

De uſu Linearum polymetrarum Inſtrumento inſcriptarum.

USus linearum, quas hactenus Inſtrumento noſtro inſcribere docuimus, immenſus propè eſt, & per omnes ferè Mathematicæ ſpecies vagatur,

gatur, ut ex sequentibus patebit. Ad ipsum usum requiritur Regula exactè recta, & circinus ordinarius benè acuminatus. Docebimus earum usum in Numeris, in Lineis, in Superficiebus, in Corporibus, & aliis.

CAPUT PRIMUM.

De usu Linearum polymetrarum in Arithmeticis operationibus;

sive

Problemata Arithmetica.

QUàm ingeniosus, tam facilis est usus Polymetrarum Linearum in Arithmeticis operationibus, saltem in aliquibus, ac præsertim in quatuor vulgatis speciebus, quæ sunt ADDITIO, SUBTRACTIO, MULTIPLICATIO, DIVISIO: adeoquidem, ut intra semiquadrantis spatium quilibet, etiam nullo pænè ingenio praeditus, ac vel ipsi pueri prædictas quatuor species addiscere queant, ut patebit ex primis quatuor Sequentibus Problematibus; reliqua verò paulò plùs ingenii requirunt.

PROBLEMA I.

Addere plures numeros inter se.

AD hanc operationem inservit Linea Arithmetica in partes æquales divisa. Sic autem instituitur.

Accipe circino ex Linea Arithmetica tot particulas, quot unitates continet primus numerus addendorum, & circini aperturâ manente invariatâ pone unum pedem in termino alterius numeri addendi, alterum verò pedem extende quòusque pertingit; & habebis summam duorum numerorum. Si adsint plures numeri addendi, additis inter se duobus prioribus modo dicto, extende circinum ex ultimo termino usque ad initium Lineæ, & circino itidem invariato manente, pone unum pedem in termino tertii numeri addendi, alterum verò extende quòusque pertingit; & habebis summam trium numerorum. Eodem modo procedes in additione quotcunque aliorum numerorum.

Exem-

Exemplum. Sint addendi, seu in unam summam colligendi hi quatuor numeri, 9, 13, 7, 19. Pone unum circini pedem in principio Lineæ Arithmeticæ, nempe in A, & alterum extende usque ad nonam particulam inclusivè, nempe usque ad B: deinde manente hac apertura circini, pone unum pedem in decimam tertiam particulam Lineæ, nempe in C, & alterum extende quousque pertingit; cadetque in vigesimam secundam inclusivè, nempe in D: ab hoc puncto D extende circinum usque ad A principium Lineæ, & manente hac apertura pone unum pedem in septimo puncto divisionis, nempe in E, & alterum extende quousque pertingit; & cadet in vigesimum nonum punctum, scilicet in F: ab hoc puncto iterum extende circinum usque ad principium Lineæ, eoque sic aperto pone unum pedem in decimo nono puncto, hoc est, in G, & alterum extende quousque pertingit: cadetque in punctum 48, nempe in I. Summa igitur prædictorum numerorum erunt 48. Simili prorsus modo procedes, si adsint plures numeri addendi. Ratio operationis per se patet. F.CCXIII. Ic. XXIX.

9
13
7
19
48

PROBLEMA II.

Subtrahere unum numerum ab altero.

HUic etiam operationi inservit Linea Arithmetica, & instituitur ut sequitur.

Accipe circino ex Linea Arithmetica tot particulas, quot unitates continet numerus subtrahendus; & circino invariato manente pone unum pedem in termino numeri illius, à quo facienda subtractio, alterum verò extende versus principium Lineæ, & vide quot particulæ remaneant à secundo pede circini usque ad principium Lineæ; & habebis intentum.

Exemplum. Sint subtrahenpa 7 ex 29. Accipe circino septem puncta seu particulas, & posito uno pede circini in vigesimo nono puncto seu particula, scilicet in F, alterum extende versus principium Lineæ, cadetque in septimum punctum, nempe in G; à quo puncto G usque ad F sunt puncta viginti duo; signum ergo est, si 7 subtrahas à 29, remanere 22. Eodem modo in aliis subtractionibus procede. Ratio operationis per se patet. F.CCXIV. Ico. XXIX.

PROBLEMA III.

Multiplicare Vnum numerum per alterum.

NOtandum quòd numerus qui multiplicatur, appellatur multiplicandus; numerus verò, per quem alter multiplicatur, vocatur multiplicator. Operationi inſervit Linea Arithmetica, ut antea.

Accipe igitur circino ex Linea Arithmetica tot partes, quot unitates continet multiplicandus, & hanc circini aperturam trãſfer in eandem Lineam à principio verſus finem toties, quot unitates continet Multiplicator, & habebis ſummam quæſitam.

F. CCXV. Exemplum. Sint multiplicanda 12 per 6. Accipe diſtantiam
Ico. XXIX. duodecim particularum in Linea, nempe ab A uſque ad B, eamque transfer in eandem lineam ſexies (quia Multiplicator, 6, continet ſex unitates) nempè primò ab A in B, ſecundò, à B in C, tertiò à C in D, quartò à D in E, quintò ab E in F, ſextò ab F, in G, ubi pro ſumma invenies 72.

In idem recidit, ſi primò accipias tot particulas ex Linea, quot unitates continet Multiplicator, nempe in caſu poſito, 6, & illam diſtantiam ſeu aperturam circini transferas in Lineam toties, quot unitates continet Multiplicandus, nempe duodecies; ſicut enim ſexies duodecim efficiunt 72, ita duodecies ſex efficiunt ſimiliter 72. Ratio praxeos patet per ſe.

PROBLEMA IV.

Dividere unum numerum per alterum.

NUmerus qui dividitur, appellatur Dividendus; & numerus per quem dividitur, Diviſor. Eadem linea Arithmetica adhibetur ſic.

Accipe circino ex Linea tot particulas, quot unitates continet Diviſor, eamque diſtantiam ſeu aperturam circini toties replica in eadem Linea, donec pervenias vel ad ipſum Dividendum præciſè in Linea notatum, vel ad proximè minorem numerum; & habebis quotum cum reſiduo, ſi quod eſt.

Exem-

Exemplum. Sint dividenda 72 per 12. accipe ex Linea duodecim particulas, illamque circini aperturam, quæ est A B, transfer in eandem lineam, donec pervenias præcisè ad septuagesimam secundam particulam, & invenies te sexies replicasse dictā aperturam, ac proinde quotus erit, 6, nihilque remanebit.

Sint iterum dividenda 72 per, 10. accipe ex Linea decem particularum distantiam seu intercapedinem, eamque transfer donec pervenias ad 70, inveniesque te illam replicasse septies, & remanere duo; ac proinde quotus erit 7, & residuum 2, Ratio praxeos clara est.

ANNOTATIO.

Vides igitur, quanta facilitate peragantur prædicta quatuor Arithmeticæ operationes. Quæ quidem tantò faciliùs fient, in quantò plures & minutiores particulas divisa erit Linea, & quantò major erit circinus. Quòd si operatio facienda sit in numeris majoribus, possunt reputari singulæ particulæ Lineæ prò 2, 3, 5, 10 &c. Potest etiam multiplicatio & divisio fieri primò per medietatem, tertiam, quartam &c. partem multiplicatoris ac divisoris; deinde per reliquas partes. Ingenium & industria suggeret tibi plura compendia.

PROBLEMA V.

Tribus numeris datis, quartum proportionalem invenire, hoc est, Regulam Trium perficere.

Regula Trium est modus inveniendi ex tribus numeris datis seu cognitis, tertium ignotum, qui tamen talem habeat proportionem cum tertio dato, qualem secundus cum primo; qua de causa vocatur etiam Regula Proportionum. Et quidem tres numeri noti in operatione seu usu actuali Regulæ Trium ita disponuntur, ut ille qui annexam habet quæstionem (semper enim unus illorum annexam habet quæstionem) ponatur tertio loco; ille verò qui eandem rem cum tertio significat, ponatur primo loco. Exempli gratia, emit quis 20 aureis 15 libras certarum mercium, vult scire, quot libras emat 40 aureis? Hîc 40 aurei habent annexam quæstionem, idemque in specie significant quod 20 aurei: sic ergo stabit exemplum. Si 20 aureis emuntur 15 libræ, 40

aureis quot libræ ementur? facta autem operatione provenire debet numerus quartus, qui habeat cum tertio eandem proportionem, quam habet secundus numerus cum primo.

P.CCXVI. Ico.XXIX. Ad solvendas hujusmodi quæstiones, seu ad inveniendum quartum numerum proportionalem ex tribus datis, adhibe Lineam Arithmeticam, & sic procede. Dispone numeros tres datos modo prædicto, nempe in dato exemplo sic: 20, 15. 40? Deinde in charta, seu plano quocunque duc lineam rectam A B, & circino intercipe ex Linea Arithmetica primum numerum, scilicet viginti particulas, easque transfer in lineam A B ductam, ex A in C v. g. & simul fac arcum C D. Postea ex eadem Linea Arithmetica intercipe secundum numerum, videlicet quindecim particulas, easque transfer in arcum factum, à C usque in D v. g. & per D duc lineam rectam A D G, facientem cum linea A B angulum G A B. Tandem ex eadem linea Arithmetica intercipe circino tertium numerum, nempe quadraginta particulas, easque transfer in lineam A B, ex A usque ad E v. g. & simul fac arcum E F. His factis, intercipe circino arcum E F, seu ejus subtensam, eamque transfer in Lineam Arithmeticam; & invenies quartum numerum quæsitum: quot enim particulas comprehendet arcus seu subtensa E F, tot unitates continebit quartus numerus, nempe in casu nostro, 30.

DEMONSTRATIO.

R*ECTÆ D C, F E, sunt parallelæ*, per secundam Sexti, *quia latera A F, A E, quæ æqualia sunt*, per decimam quintam Defin. Primi, *sunt secta proportionaliter in D & C, quia A D, A C sunt similiter æqualia. Ergo*, per vigesimam nonam Primi, *anguli A C D, A D C, æquales sunt angulis A F E, A E F. Cùm ergo angulus A communis sit utrique triangulo, A D C, & A F E; erunt illa eadem triangula æquiangula, ac proinde*, per quartam Sexti, *erit ut A C 20 in casu posito, ad C D, 15, ita A E 40, ad E F*, 30.

ANNOTATIO I.

SI secundus numerus ex tribus datis est major quàm tertius, ut si exemplum stares sic: 20, 40, 15; tunc ponatur secundus tertio loco, & tertius secundo: idem enim invenitur tunc quartus numerus. Et ratio est quia in Re-

in Regula Trium perinde est, sive secundus numerus multiplicetur per tertium, sive tertius per secundum. Et ratio hujus rationis est, quia summa ex multiplicatione secundi in tertium, aut tertii in secundum, id est, duorum mediorum, est aequalis summae ex multiplicatione primi in quartum, id est, duorum extremorum, per decimam sextam Sexti, & decimam nonam Septimi.

Si primus numerus, aut omnes tres, sunt nimis magni, possunt dividi per unum communem divisorem, hoc est, omnes in duas, tres, quatuor &c. partes, & operatio institui per partes, & inventi numeri correspondentes in unam summam colligi. Possunt etiam singulae particulae Lineae Arithmeticae reputari pro duabus, tribus, &c.

ANNOATIO II.

Examen seu probatio operationis factae sic institui potest. Multiplicetur numerus primus in quartum numerum repertum, item secundus in tertium; si ambae summae sunt aequales, legitima est operatio; si inaequales, illegitima.

PROBLEMA VI.

Inter duos numeros invenire medium proportionalem.

Solvitur hoc Problema ope lineae Arithmeticae & Geometricae. F. CCXVI. Sint dati duo numeri, 4, & 16, inter quos inveniendus sit me- Ic. XXIX. dius proportionalis, ad quem scilicet se habeant 4, ut ipse ad 16. Duc rectam A B, ut in praecedenti figura, & ex Linea Geometrica Instrumenti accipe distantiam à principio usque ad 16, v. g. usque ad E, & hac intercapedine describe ex A, arcum v. g. E F. Deinde ex Linea Arithmetica accipe intervallum sedecim partium, & coapta arcui E F, ab E usque ad F, v. g. & duc rectam A F. His factis, accipe ex Linea Geometrica distantiam à principio usque ad 4, v. g. usque ad C, & hac intercapedine describe arcum C D, v. g., & fac subtensam C D. Hanc subtensam transfer in Lineam Arithmeticam, & invenies ipsam esse aequalem octo partibus. Dico itaque, 8 esse medium proportionalem inter 4 & 16. Ratio pendet ex constructione Lineae Geometricae.

PROBLEMA VII.

Inter duos numeros datos invenire duos medios proportionales.

SOlvitur per Lineam Arithmeticam & Stereometricam. Sint numeri 8, & 27; inter quos sint inveniendi duo alii in continua proportione. Facta linea A B, accipe ex Linea Stereometrica Instrumenti intervallum usque ad octavum punctum, & describe arcum C D, in eoque applica ex C in D intercapedinem octo partium ex Linea Arithmetica, & duc rectam A D in infinitum. Iterum ex Linea Stereometrica accipe intervallum usque ad vigesimum septimum punctum, & describe arcum E F, ejusque subtensam E F transfer in Lineam Arithmeticam, & invenies 12 pro primo numero intermedio.

Figura CCXVII. Ico. XXIX. Iterum ex Linea Arithmetica accipe intervallum 27 partium, illudque applica arcui E F, ab E usque ad G, & duc rectam A G, intersecantem arcum C D in H; subtensam verò C H transfer in Lineam Arithmeticam, & invenies 18 pro secundo numero intermedio. Ratio pendet ex constructione Lineæ stereometricæ.

PROBLEMA VIII.

Dati numeri radicem quadratam invenire.

FIt per Lineam Arithmeticam & Geometricam. Et quidem aliter in numeris minoribus, aliter in mediocribus, aliter in majoribus. Minores voco, qui sunt infra 1000; mediocres, qui infra 10000; majores, qui infra 100000. Incipio à mediocribus.

F. CCXVI. Ico. XXIX. Sit igitur extrahenda radix quadrata ex hoc numero: 4630. Expone in plano aliquo lineam rectam A B, uti in Problemate 5, æqualem lineæ Geometricæ; & centro A, intervallo usque ad punctum decimum sextum Lineæ Geometricæ, fac arcum C D, in eumque transfer intercapedinem 40 partium ex Linea Arithmetica circino acceptam, à C usque ad D, & duc rectam A D. Aufer deinde à numero proposito duas ultimas figuras versus dextram (quæ significant unitates & decades) nempe in casu posito 30, & residuum 46 serva. Tandem eodem centro A, intervallo

vallo usque ad quadragesimum sextum punctum Lineæ Geometricæ, fac alium arcum, qui sit v. g. E F. Hujus arcus subtensam E F transfer in Lineam Arithmeticam, & vide quot partes contineat. Invenies in casu posito continere partes 68. Ergo 68 est radix quadrata numeri propositi. Eodem modo procedes in aliis numeris mediocribus.

Notandum autem est, si duæ ultimæ figuræ ablatæ superant 50, residuo numero addendam esse unitatem; ut si extrahenda esset radix quadrata ex hoc numero: 4192; si auferantur 92, remanere deberent 41; at quia 92 superant 50, censendum est remanere 42. vide Icon. XXVIII.

Modus extrahendi radicem quadratam è numeris majoribus parum differt à præcedenti, & hic est. Expone ut antea lineam rectam A B, & centro A, usque ad punctum decimum Lineæ Geometricæ describe arcum C D, in eoque applica centum partes Lineæ Arithmeticæ, à C usque ad D; & duc rectam A D. Aufer deinde à numero oblato tres ultimas figuras, & cum residuo procede ut dictum. Sit v. g. quærenda radix quadrata numeri 32140; ablatis tribus ultimis figuris remanent 32. Ex centro igitur A, per punctum 32 Lineæ Geometricæ, describe arcum v. g. E F; ejusque subtensam E F transfer in Lineam Arithmeticam; ea indicabit tibi numerum pro radice quæsita, nempe in exemplo posito 179 pro radice proxima numeri propositi 32140.

Notandum hîc etiam est, si tres ultimæ figuræ excedunt 500, addi debere ad residuum unitatem, prout diximus paulò antè in præcedenti Regula.

Ex minoribus denique numeris sic radicem extrahes. Expone rectam A B, ut dictum; describe per punctum decimum sextum Lineæ Geometricæ arcum C D; applica in eo partes 40 Lineæ Arithmeticæ, à C usque ad D, ductâ rectâ A D; numerum propositum quære in Linea Geometrica, & ad ipsius intervallum describe ex A centro arcum, sive citra, sive ultra arcum C D, prout occasio feret. Subtensa hujus arcus translata supra Arithmeticam indicabit tibi radicem quæsitam.

PRO-

PROBLEMA IX.

Dati numeri radicem cubicam invenire.

FIt per lineam Arithmeticam & Stereometricam. Duas autem praxes præscribemus, unam pro numeris minoribus, alteram pro majoribus. Minores numeros hîc appello illos, à quibus si detrahas unitates, decades, & centenarios à dextra versus sinistram, residuum non excedit 125, numerum scilicet punctorum in Linea stereometrica notatorum. Ex his ergo numeris minoribus sic ex-
Ico.XXIX. I,CCXVII trahitur radix cubica, v.g. ex numero 16000. Duc lineam A B æqualem lineæ stereometricæ; & centro A, intervallo usque ad punctum 8 lineæ stereometricæ, fac arcum C D, in eoque applica intercapedinem 20 partium ex Linea Arithmetica acceptarum, à C usque ad D, & duc rectam A D. Deinde numerum illum ex quo extrahẽda est radix cubica, aut ejus partem millesimam (detractis tribus figuris à dextra versus sinistram) nempe in exemplo posito numerum 16, quære in linea stereometrica, & ad ejus intervallum describe ex A centro alium arcum E F. Hujus subtensa in Lineam Arithmeticam translata dabit radicem cubicam quæsitam 25 quàm proximè.

Arcus C D potest etiam describi ad intervallum sexagesimi quarti puncti Lineæ stereometricæ, eique subtendi linea C D 40 partium lineæ Arithmeticæ.

Ex majoribus numeris sic extrahes eandem radicem cubicam, v.g. ex numero 1191016. Ductâ A B, fac centro A, intervallo usque ad punctum centesimum Lineæ stereometricæ, arcum v.g. G H, in eoque applica subtensam centum partium lineæ Arithmeticæ, à G usque ad H, ductâ rectâ A H. His factis, aufer quatuor ultimas figuras propositi numeri, & remanent 119. Centro igitur eodem A, intervallo usque ad centesimum decimum nonum punctum Lineæ stereometricæ fac alium arcum, v.g. E F. Ejus subtensa in Lineam Arithmeticam translata dabit numerum radicis cubicæ desideratæ, nempe 106.

CAPUT

CAPUT SECUNDUM.

De usu linearum polymetrarum in divisione linearum rectarum;

sive

Problemata Grammodætica.

POlymetræ nostræ lineæ inserviunt inter alia divisioni linearum, superficierum, & corporum. Agemus hoc capite de divisione linearum, sequentibus de divisione superficierum, & corporum.

PROBLEMA I.

Datam lineam rectam dividere in quotlibet partes æquales: sive ex data linea auferre quamlibet partem imperatam.

PRoblema absolvitur ope lineæ, cui adscriptum est, *Linea Recta divisio.* Sit itaque data linea G, quæ sit dividenda in quatuor partes, seu ex qua sumenda sit pars quarta. Exponatur linea A C, æqualis lineæ prædictæ Instrumenti; & centro A, intervallo A C æquali Lineæ prædictæ Instrumenti, describatur arcus D C, cui applicetur data linea G, à C usque ad D, & per punctum D ducatur recta A D. His factis, eodem centro A, intervallo A 4 prædictæ Lineæ Instrumenti, fiat arcus E F, quem secet recta A D in F; eritque recta E F quarta pars lineæ G. Figura CCXVIII. Ico. XXIX.

DEMONSTRATIO.

D*Vo triangula A E F, A C D, sunt æquiangula, ut demonstravimus in præcedenti cap. Problem. 5. ergo*, per quartam Sexti, *ut A E ad E F, ita A C ad C D; & permutando*, per decimam sextam Quinti, *ut A E ad A C, ita E F ad C D: sed A E est pars quarta totius lineæ A C, ex constructione facta; ergo & E F est pars quarta totius lineæ C D, hoc est, linea G.*

ANNOTATIONES.

I.

Si data linea G dividenda sit in partes, quæ in Lineâ Instrumenti prædicta non continentur, v. g. in 40, 30, 36 &c. dividatur in illarum submultiplices, nimirum, in 20, 15, 18 &c. & harum qualibet deinde dividatur in partes duas, tres &c.

II. *Si major esset linea G data, quàm linea Instrumenti, sic procede. Divide lineam in duas, tres, quatuor &c. partes, & cum una illarum procede ut dictum, & inventam partem quartam (aut quamlibet aliam) duplica, triplica, quadruplica &c. & habebis quartam partem totius lineæ datæ.*

III. *Si pars accipienda esset nimis parva, & consequenter arcus E F fieret nimis parvus, & nimis prope A, ita ut difficulter ipsius subtensa posset duci; v. g. si accipienda esset pars vigesima, trigesima, quadragesima alicujus lineæ parvæ dividendæ in partes viginti, triginta &c. accipiatur ipsius dupla, tripla &c. & dividatur ut postulatur: deinde partis inventæ accipiatur circino quasi tentando pars dimidia, tertia &c.*

PROBLEMA II.

Idem efficere ope Lineæ Arithmeticæ.

Sit ut antea data linea G, ex eaque accipienda pars octava. Multiplica 8 per 10, ut fiant 80. Deinde duc rectam A C, productam quantumlibet, & ex linea Arithmetica intercipe circino 80 particulas, & ad ipsarum intervallum forma arcum C D, eique applica lineam G datam, à C usque ad D v. g. ductâ rectâ A D. Tandem intercapedine decem particularum lineæ Arithmeticæ fac alium arcum E F; eritque recta E F octava pars lineæ G datæ.

DEMONSTRATIO.

Triangula F A E, D A C, æquiangula sunt, ut patet: ergo ut A E ad E F, ita A C ad C D; & permutando, ut A E ad A C, ita E F ad C D: sed A E est octava pars ipsius A C, ex constructione facta; ergo &c.

ANNOTATIONES.

I.

Potest pars auferenda multiplicari per alium etiam quemcunque numerum, pro ratione lineæ datæ; nempe si linea data est magna, per magnum;

magnum; si parva, per parvum. Sic in casu posito octava pars auferenda multiplicari potest per 5, ut fiant 40, & intercapedine 40 particularum fieri unus arcus, intercapedine verò partium quinque, alius, & absolvi operatio ut dictum.

II. *Si nimis longa esset linea data, ita ut intra arcum descriptum non posset commodè applicari, eò quòd nimis obtusus fieret angulus DAC: procedi potest ut dictum in præcedenti Problemate, accipiendo videlicet secundam, tertiam &c. partem totius lineæ datæ, & procedendo cum ipsa ut cum tota linea, partemque inventam duplicando, triplicando &c.*

Potest etiam sic procedi. Accipe tertiam v. g. partem totius lineæ, quam in octo partes vis dividere, & multiplicando 8 per 10, describe ad intervallum 80 particularum arcum CD, in eoque applica partem tertiam, & fac angulum DAC. Multiplica deinde 10 per 3, ut fiant 30, & ad intervallum triginta particularum describe arcum EF, in eoque applica lineam, & habebis tertiam partem totius lineæ datæ. Ratio patet ex demonstratione facta.

III. *Si pars aliqua valde parva esset accipienda, procede ut dictum in præcedente Problemate Annotatione tertia, & dicetur in Problemate sequenti Annot. 3.*

PROBLEMA III.

Ex quavis recta linea accipere quotcunque partes decimas, ac centesimas.

Fit ope lineæ Arithmeticæ, quæ divisa est in decem partes, & harum quælibet in alias decem.

Si data linea est æqualis Lineæ Arithmeticæ, accipe partes circino ex Linea Instrumenti dicta, & transfer in lineam datam, & habebis intentum. v. g. vis accipere ex linea septem decimas: accipe ex Arithmetica linea septem partes majores. Vis accipere partes 37, accipe ex eadem 37 minores.

Si data linea est inæqualis Lineæ Arithmeticæ, duc, ut suprà, rectam AC quæ adæquet lineam totam Arithmeticam; fac arcum CD, applica lineam datam à C v. g. usque ad D, duc rectam AD. His omnibus factis, accipe circino ex Linea Arithmetica partes desideratas, v. g. 7, aut 37, & ad ipsarum intervallum duc Figura CCXVIII, Ico. XXIX.

 arcum

arcum E F; & ducta linea E F erit æqualis 7, aut 37 particulis lineæ datæ, si ea in decem, aut centum particulas divisa intelligatur.

Eodem modo procedes, si Linea Arithmetica sit divisa in mille particulas, & tu desideres ex linea data accipere partes quotcunque millesimas.

DEMONSTATIO.

Demonstratio est eadem cum præcedentibus proximè Problematibus 1, & 2.

ANNOTATIO I.

Si linea data longior est quàm Linea Arithmetica, operare contrario modo, hoc est, intercapedine lineæ datæ fac arcum C D ex A centro, in eoque adapta lineam Instrumenti à C usque ad D, & fac angulum D A C. Accipe deinde circino ex Linea Instrumenti partes desideratas, v. g. 37, & ista divaricatione circini quære duo puncta, E & F, æqualiter à centro A distantia, in duobus cruribus A D, A C; & spatium A E, aut A F, continebit partes 37 ex linea data.

DEMONSTRATIO.

Ut modus operandi inversus est, ita & demonstratio. Trianguli D A C latera A D, A C, æqualia sunt, per decimam quintam Defin. Primi *lib. Euclid. Latera item A E, A F, trianguli A E F, æqualia sunt, ex constructione: ergo proportionaliter secta sunt latera A D, A C; ergo parallelæ sunt lineæ E F, C D,* per secundam Sexti, *ac proinde æquiangula sunt duo prædicta triangula. Ut ergo E F ad C D, ita A E, ad A C; sed E F continet partes 37 totius D C; ergo & A E continebit 37 totius A C partes.*

ANNOTATIO II

Sed quia difficile est, invenire circini aperturâ immotâ duo puncta E & F æqualiter remota à centro A, operari potes sic. Ex recta C D applicata ut dictum Annotatione præcedente, abscinde partem C G 37 particularum, accipiendo illas ex Linea Arithmetice; & duc rectam G F parallelam rectæ A C, eritque F unum duorum punctorum: si itaque rectæ A F æqualem sumpseris A E, & duxeris rectam E F (quæ parallela erit rectæ D C) habebis alterum punctum, & consequenter rectam A E continentem partes 37 totius lineæ datæ.

DE-

DEMONSTRATIO.

Latera A D, C D, sunt secta proportionaliter, per 2. Sexti, *propter parallelas F G, A C; ergo ut C G continet partes 37 totius C D, ita A F 37 totius A D. Iterum F E, & D C, sunt parallelæ, quia ex operatione facta latera A D, A C, sunt secta proportionaliter in punctis E & F; ergo ut A F continet 37 totius A D, ita A E 37 totius A C.*

ANNOTATIO III.

Adhuc aliter & faciliùs ex data linea longiori accipies partes desideratas, v. g. 37, si totius lineæ datæ accipias partem dimidiam, tertiam &c. & procedas ut dictum Problemate primo Annot. 2.

ANNOTATIO IV.

Si una, duæ, tres centesimæ essent accipiendæ ex linea proposita, operare sic. Accipe dicto modo particulas lineæ propositæ v. g. triginta primò, & deinde triginta & unam, aut triginta duas, aut triginta tres &c. easque notæ impressis punctis; & differentia inter duas illas lineas seu puncta notata dabit unam, duas, tres centesimas.

PROBLEMA IV.

Ex data linea recta auferre partem, quæ vel ad totam, vel ad residuam, habeat proportionem datam.

Sit G H linea data, sitque secanda in duas partes, ita ut una ad totam sit v. g. ut 7 ad 11, (seu ut 70 ad 110.) Problema absolvitur ope lineæ Arithmeticæ. Ducatur recta A B, in eaque sumatur A C æqualis undecim particulis Arithmeticæ lineæ; item A E æqualis septem particulis ejusdem Arithmeticæ. Deinde centro F.CCXIX. A, intervallis A E, & A C, fiant duo arcus D C, & F E; & in arcu D Ico.XXIX. C aptetur linea data G H, à C scilicet usque ad D, ducaturque recta A D, secans arcum F E in F. Dico, si circino accipiatur distantia E F, & transferatur in datam ab H in I, datam G H esse sectam modo desiderato, hoc est, H I ad H G esse ut 7 ad 11.

DEMONSTRATIO.

Patet ex similitudine triangulorum E A F, C A D, in quibus est ut A E ad A C, hoc est, ut 7 ad 11, ita E F ad C D, hoc est, H I ad H G.

Atque hac ratione secta est recta ita, ut pars ad totam habeat rationem datam. Si secanda sit ita, ut pars ad partem habeat rationem datam, v. g. ut 7 ad 4; sumatur ex recta A B primò particulæ septem, v. g. A E, deinde particulæ quatuor, v. g. E C, & procedatur ut dictum; eritque G I ad I H, ut 4 ad 7.

ANNOTATIONES.

I.

Loco partium 7 & 11, accipi possunt ex Linea Arithmetica, & transferri in A B; earum multiplices, nempe duplæ, triplæ &c. & procedi ut dictum. Et hoc expedit facere, quando data est nimis parva.

II. *Si data linea est nimis longa, ita ut in arcu C D non possit applicari; dividatur in duas, aut tres partes, & cum una parte procedatur modo dicto, & partes G I, I H repertæ sumantur toties, in quot partes fuit divisa tota linea data. Vide dicta Problemate primo Annot. 2.*

PROBLEMA V.

Datam rectam terminatam secare, ut secta est alia data.

F. CCXX. Icon. XXX. Sit data recta N O, secta in P & Q: sitque data recta I K secanda in L & M similiter. In rectam A B transferantur partes N P, N Q, N O, (aut earum multiplices, aut etiam submultiplices) & ad ipsarum intercapedines è centro A describantur arcus H G, F E, D C. Arcui D C adaptetur recta I K, à C usque ad D. v. g. & ducatur recta A D, secans reliquos arcus in H & F. Dico, si intelligantur ductæ rectæ G H, & E F, & transferantur in I K ab I in L & M; totam I K esse sectam in L & M, ut secta est N O in P & Q.

DEMONSTRATIO.

Ut A C ad A E, hoc est, ut N O ad N Q, ita C D ad E F, hoc est, I K ad I M. Iterum ut A C ad A G, hoc est, ut N O ad N P, ita est C D ad G H, hoc est, I K ad I L. Ergo &c.

CO-

FIG. CCXX.

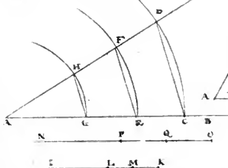


FIG. CCXXI.

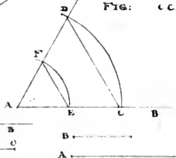


FIG. CCXXII.

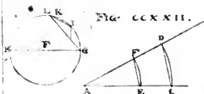


FIG. CCXXIII.

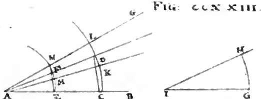


FIG. CCXXIV.

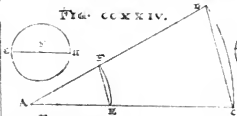


FIG. CCXXVI.

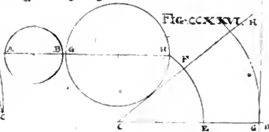


FIG. CCXXV.

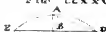


FIG. CCXXVII.

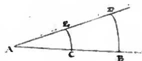


FIG. CCXXVIII.

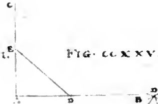
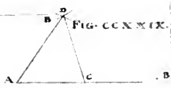


FIG. CCXXIX.



COROLLARIUM.

Hinc colligitur, quomodo secanda sit recta data secundùm illam proportionem, quam habent duæ aut tres aliæ datæ inter se. Sint enim duæ lineæ N R, & Q O, quæ habeant rationem quamcunque, & dividenda sit I K similiter. In rectam A B transferantur N Q, & Q O, fiantque ipsis æquales A E, & E C. Deinde fiant arcus C D, & E F, & in arcu C D applicetur I K, ducaturque recta A D, secans arcum E F in F, & ducatur recta E F; quæ si transferatur in I K ab I in M, erit hac secta in M ita, ut I M ad M K habeat eam proportionem, quam habet N Q ad Q O.

PROBLEMA VI.

Datam rectam dividere in proportionē datam, quando numeri proportionis sunt majores quàm numerus particularum Lineæ Arithmeticæ.

Linea Arithmetica divisa est, ut suppono, in centum particulas, uterque verò proportionis terminus, hoc est, tam antecedens, quàm consequens, est major quàm centum, vel saltem unus ipsorum, nempe antecedens; sic procede.

Quando solùm antecedens terminus est major quàm 100, v. g. quando in exemplo præcedentis Problematis quarti dividenda est G H ita, ut tota G H ad partem G I sit, ut 1140 ad 87: divide majorem numerum 1140 per numerum quemcunque (dummodò quotus resultans non sit major quàm 100) v. g per 12, ita ut quotus fiat 95: similiter divide lineam G H datam in duodecim partes. His factis expone lineam A B, & intervallo 95 particularum describe arcum D C, in eoque applica duodecimam partem lineæ G H; & ductâ rectâ A D, describe alium arcum E F ad intervallum 87 particularum. Dico, rectam E F, si intelligatur ducta, habere ad totam G H proportionem, quam habent 87 ad 1140. F.CCXIX. Ico.XXIX.

DEMONSTRATIO.

Quia si ad intervallum 1140 particularum descriptus fuisset arcus C D, in eoque applicata tota linea G H: angulus D A C non esset major aut minor quàm nunc sit: Ergo nec arcus E F, descriptus ad intervallum 87 particularum, major esset aut minor quàm nunc. ergo &c.

Quan-

Quando verò tam antecedens, quàm consequens proportionis terminus major est quàm 100, procede cum antecedente ut dictum, & consequentem divide per numerum quemcunque, v.g. per 5, & ad intervallum particularum æqualium quoto reperto describe arcum E F, repertamque lineam EF replica quinquies in tota G H usque ad I v.g. eritque G H divisa in I, prout desiderabatur. Ratio patet ex dictis in præcedentibus, & ex demonstratione proximè facta.

PROBLEMA VII.

Dividere lineam rectam datam in plures partes, quæ habeant inter se rationem datam.

F. CCXX. Lco. XXX. SIt in figura Problem. V. linea N O, dividenda in tres partes, quarum prima sit ad mediam, ut 10 ad 4; & media ad tertiam, ut 4 ad 8. Collige tres numeros, 10, 4, 8, in unam summam, ut fiant 22; item duos priores, 10, 4, in unam, ut fiant 14. Expone deinde lineam A B indeterminatæ longitudinis, & ad intervallum 22 particularum ex Arithmetica linea desumptarum describe arcum C D: item ad intervallum quatuordecim particularum arcum E F: demum ad intervallum decem particularum arcum G H. In arcu C D applica totam lineam N O, à C usque ad D. v.g. & duc rectam A D, quæ secet reliquos arcus in F & H; duc que rectas H G, F E; quas deinde transferes in rectam N O, usque ad puncta P, Q. Dico, rectam N O in punctis P & Q esse sectam secundùm proportionem desideratam; hoc est, N P ad P Q esse ut 10 ad 4, & P Q ad Q O ut 4 ad 8.

DEMONSTRATIO.

UT A G ad A E, & A C, ita G H ad E F, & C D: sed A G est 10, quarum A E est 14, & A C 22; ergo & G H erit 10, quarum E F 14, & C D 22. Ergo E F, hoc est, N Q, superat G H, hoc est, N P, in 4; & C D, hoc est, N O, superat E F, seu N Q, in 8. ergo &c.

PRO-

PROBLEMA VIII.

Datis duabus, quarum una in quotcunque partes sit, aut intelligatur divisa, quot talium partium altera contineat, inquirere.

DEntur duæ rectæ, A & B, & A sit divisa in partes 75 v. g. quæritur in quot sit divisa B? Ducta à A B, sume ex Arithmetica Linea 75 particulas, & ad intercapedinem ipsarum fac ex centro A arcum D C, eique applica rectam A, à C usque ad D, & fac angulum D A C. Intercipe deinde circino rectam B, & quære inter duo trianguli D A C crura, duo puncta, E & F, æqualiter à centro A distantia; dabitque A E in Arithmeticam translata partes desideratas ipsius B. F. CCXXI. Ico. XXX.

DEMONSTRATIO.

Ratio est, quia sicut A C est æqualis ipsi C D, quo ad partium numerum, ita A E ipsi E F, hoc est, ipsi B; ergo &c.

ANNOTATIO.

Lege etiam quæ diximus suprà Problemate tertio.

PROBLEMA IX.

Datam rectam lineam mediâ & extremâ ratione secare.

DOcet hoc Euclides lib. 2. Elem. Propos. 11, & lib. 6 Propos. 30. Auxilio verò Linearum nostrarum ita fit. Sit data linea G H, secanda in duas partes inæquales ita, ut quam proportionem habet tota linea ad majus segmentum, eandem habeat majus segmentum ad minus; seu, quod idem est, ut quadratum ex majori segmento, æquale sit rectangulo ex toto in residuum. Extat in Instrumento linea æqualis Lineæ Arithmeticæ, secta mediâ & extremâ ratione. Ad hujus lineæ intercapedinem describatur super A B, ex centro A, arcus C D, in quo coaptetur segmentum vel F. CCXIX. Ico. XXIX.

majus, vel minus prædictæ lineæ Instrumenti sectæ prædicta ratione, & ducatur recta A D. His factis, secundùm longitudinem lineæ G H datæ, ex centro A describatur arcus E F, citra aut ultra arcum C D, & ejus subtensa E F dabit segmentum ipsius GH, vel majus, vel minus, prout arcui C D coaptasti vel majus vel minus segmentum Lineæ Instrumenti. Ratio ex dictis colligitur; ubi etiam disces, quid faciendum, si linea data est nimis longa.

PROBLEMA X.

Inter duas datas mediam proportionalem invenire.

SInt datæ duæ, A & B, præcedentis figuræ Problematis 8. inter quas invenienda sit media, ad quam sit A, sicut ipsa ad B. Fit hoc auxilio Linearum Arithmeticæ & Geometricæ sic. Lineas datas transfer in Lineam Arithmeticam, ut fiant notæ in numeris, sitque B 4, A 16 partium. Quibus factis, operare ut dictum suprà cap. 1. Problem. 6. nempe ductâ rectâ A B, ad intervallum puncti decimi sexti Lineæ Geometricæ, describe arcum D C ex centro A, in eoque applica lineam majorem datam, & fac subtensam C D ipsi æqualem. Iterum ad intervallum puncti quarti ejusdem Lineæ Geometricæ describe arcum E F ex eodem centro A, ejusque subtensam E F transfer in Lineam Arithmeticam, & invenies octo partes pro media proportionali: sic ergo stabit exemplum. 4. 8. 16. ubi vides, quòd sicut primus numerus seu prima linea est dimidium secundæ; ità secunda est dimidium tertiæ.

PROBLEMA XI.

Inter duas datas, duas medias proportionales invenire.

DAtas duas lineas transfer in Lineam Arithmeticam, ut fiant notæ in numeris; deinde auxilio Linearum Arithmeticæ & Stereometricæ operare, ut dictum suprà de numeris cap. 1. Problem. 7.

CAPUT

CAPUT TERTIUM.

De divisione Circulorum in suas partes; *sive* Problemata Cyclometrica.

INter reliquas lineas Instrumento inscriptas habetur una pro divisione Lineæ circularis, altera pro divisione quadrantis. Harum ope perficientur sequentia Problemata.

Posthac autem omittimus ferè Demonstrationes, quia vix à prædictis differunt.

PROBLEMA I.

Circulum in quotlibet partes dividere.

FIt hoc ope Lineæ, cui adscriptum est, *Linea circularis divisio*, sic. Sit datus circulus F G I, cujus pars decima sit accipienda. Duc rectam A C, & centro A, intervallo totius prædictæ Lineæ Instrumenti fac arcum C D, in eoque coapta semidiametrum F G circuli dati, à C usque in D, & duc rectam A D. Deinde sume circino ex eadem Linea Instrumenti intervallum inter principium & 10, & ex centro A describe arcum E F; eritque subtensa E F decima pars circuli dati inter G & I. Figura CCXXII. Icô. XXX.

COROLLARIUM.

Polygona qualibet cuilibet circulo inscribere.

Hinc patet, quomodo dato cuicunque circulo inscribenda sit quæcunque figura polygona regularis, v. g. hexagona, heptagona, octogona &c. Si enim præsenti circulo inscribenda esset figura decagona, seu decem laterum & angulorum æqualium, transferendum esset intervallum E F, seu G I, decies per circumferentiam circuli, & puncta inventa rectis lineis connectenda. Eodemque modo procedendum est in aliis figuris inscribendis. Sed de his plura Capite V. sequenti.

ANNOTATIONES.

I.

SI magnus aliquis circulus esset dividendus in partes, aut eidem inscribenda figura polygona regularis; describe intra ipsum ex centro ejus circulum minorem, eumque divide modo prædicto, & ex centro per puncta in minori circulo inventa educ ad circumferentiam majoris lineas, seu fila recta, & nota puncta, eaque rectis deinde lineis connecte.

II. *Si circulus datus esset dividendus in 3, 4, 5 partes, quæ in Linea Instrumenti non sunt notatæ; aut si eidem circulo inscribendæ forent figuræ regulares trilateræ, quadrilateræ, quinquelateræ; divide ipsum modo jam dicto in 6, 8, 10 partes, & spatium inventum duplica, & subtensa duarum hujusmodi partium erit pars aut latus desideratum. v. g. si dividendus esset præsens circulus F G I, in quinque partes, aut ipsi inscribenda figura quinque laterum æqualium: divide ipsum priùs in decem partes, quærendo partem ipsius decimam G I, eamque transfer in K; eritque spatium inter G & K quinta pars circuli dati, latusque pentagoni.*

III. *E contrario si circulus esset dividendus in partes minores, quarum numeri non essent notati in Linea Instrumenti; v. g. est notatum punctum 5, non verò punctum 10; sic operare. Quære partem quintam circuli, nempe G K, & arcum G K divide bifariam in I, eritque G I, vel K I, pars decima. Idem judicium esto de aliis similibus partibus.*

PROBLEMA II.

Quadrantem, aut Circulum in quotlibet gradus dividere.

PRæcedens praxis divisionis circuli dat solùm partes, quæ sint latera polygonorum æquilaterûm & æquiangulorum. Nunc videndum, quomodo dividendus idem circulus, aut quadrans circuli in gradus & partes quotcunque, sive deinde latera dictorum polygonorum sint quærenda, sive non. Fit hoc ope Lineæ, cui adscriptum est, *Quadrantis divisio*, sic:

Supra dictam A B præcedentis figuræ describatur ex A arcus C D ad intervallum à principio usque ad punctum sexagesimum prædictæ lineæ Instrumenti; atque in hoc arcu applicetur semidiameter quadrantis aut circuli dati, & ducatur recta A D. Hoc

Hoc facto, ex eodem A, ad intervallum propositi gradus notati in Linea, describe alium arcum E F, ejusque subtensam transfer in peripheriam propositi quadrantis aut circuli; & habebis gradus quæsitos. Ratio ex dictis patet.

ANNOTATIONES.

I.

Si numerus graduum quæsitorum major est quàm 90 (qui solùm in Linea Instrumenti sunt notati) quære primò 90 gradus, & deinde reliquos supra 90, eosque adde ad 90 priùs inventos. v. g. sint accipiendi gradus 130: quære primò gradus 90, & deinde reliquos 40, eosque adde ad 90 in circulo proposito inventos.

II. *Si circulus, aut quadrans propositus esset nimis magnus, procede ut dictum Annot. I. præcedentis Problematis.*

PROBLEMA III.

Partem quamcunque ex circulo, aut Quadrante, accipere.

EX dictis præcedenti Problemate colligitur, quomodo pars quæcunque ex circulo, aut quadrante sit accipienda beneficio Lineæ Quadrantis. Sit enim accipienda pars trigesima ex toto circulo. Divide totum circulum, hoc est, 360, per 30, & provenient in quoto 12. Accipe ergo 12 gradus, & habebis trigesimam partem circuli. Si trigesimam partem quadrantis vis accipere, divide 90 per 30, provenient 3; eruntque tres gradus accipiendi pro parte trigesima quadrantis.

PROBLEMA IV.

Unum, duos, tres, quatuor &c. gradus ex circulo, aut quadrante, accipere.

LIcet hoc possit fieri modo dicto in præcedenti Problemate, quia tamen arcus E F, descriptus ex centro A præcedentis figuræ, est nimis vicinus centro A, ac proinde nimis parvus, ideoque subtensa ipsius difficulter potest accipi; sic operare. Accipe

priùs modo prædicto gradus quotcunque, v. g. triginta; eosque nota in circumferentia inter G & K: deinde accipe gradus 31, eosque similiter nota ex eodem puncto G, inter G & L. Distantia inter K & L dabit unum gradum. Simili ratione invenies duos, tres, quatuor &c.

PROBLEMA V.

Data Circuli, seu peripheriæ portione, invenire quot contineat gradus.

Figura CCXXIII. Icon. XXX. SIt data peripheria G H. Ductâ rectâ A B, accipe circino ex linea Quadrantis intervallum sexaginta graduum, id est, semidiametri circuli, & describe arcum C D ex centro A: iterum ex eodem centro A, intervallo I G, describe arcum E F, in eumque transfer amplitudinem G H arcus dati ab E usque in F, & duc rectam A F D: tandem distantiam C D circino interceptam transfer in Lineam Quadrantis, posito uno circini pede in principio Lineæ; alter enim pes ostendet tibi numerum graduum arcus C D, & consequenter arcus E F, id est, arcus G H dati.

COROLLARIUM.

Circini aperturæ quantitatem reperire.

EX his facilè cognoscitur, quot graduum sit apertura circini alicujus, si nimirum in linea A B sumatur portio A E æqualis cruri circini, & fiat arcus E F æqualis aperturæ circini; & ducta recta A F D, fiat alius arcus C D intercapedine sexaginta graduum Lineæ Quadrantis, indageturque modo dicto quantitas arcus C D. Sed de hac re, uti & de angulorum quorumcunque amplitudine cognoscenda, dicentur plura paulò post in capite sequenti.

PROBLEMA VI.

Datum circuli arcum imperatis gradibus augere, vel minuere.

SIt præcedentis schematis arcus G H augendus, vel minuendus 20 gradibus. Auge, vel minue arcum C D viginti gradibus, us-

que

que ad punctum L, vel K; & ex A per L aut K duc rectas A N L, A M K; eritque arcus F N, & F M, viginti graduum. Ratio ex dictis patet.

PROBLEMA VII.

Circumferentiæ circuli dati lineam rectam æqualem invenire.

Fieri hoc poteft beneficio Lineæ Arithmeticæ, & Lineæ Proportionis Diametri ad circumferentiam.

Per Lineam proportionis Diametri ad Circumferentiam sic. Sit datus circulus F G H, cujus diameter G H. Duc lineam A C, & ad intervallum totius prædictæ Lineæ fac arcum C D centro A, ad intervallum verò figni + ejusdem Lineæ fac alium arcum E F; in hoc arcu applica diametrum G H circuli dati, ab E usque ad F, & duc rectam A D, fecantem arcum C D in puncto D; eritque intervallum C D æquale Lineæ circulari circuli dati; quod intervallum si transferas in lineam Arithmeticam, invenies eandem circumferentiam in numeris. Figura CCXXIV. Ico. XXX.

Per Lineam verò Arithmeticam sic idem assequeris. Ductâ rectâ A C, ad intervallum totius Lineæ Arithmeticæ, fac arcum C D, ad intervallum verò particularum $31\frac{4}{10}$ (si in centum divisa est Linea) fac arcum E F, & proced ut dictum. Ratio hujus utriusque operationis est facilis.

COROLLARIA.

I.

Hinc patet, quomodo data diametro circuli, inveniatur circumferentia circuli in linea recta.

II. *Patet præterea, quomodo data circumferentia circuli reperiatur diameter, si nimirum circumferentia applicetur arcui C D, & ductâ rectâ A D fiat arcus E F modo dicto.*

ANNOTATIO.

Aliter etiam ex Linea Arithmetica reperies circumferentiam ex diametro data, si ad intervallum septem, aut quatuordecim, aut viginti unius, aut viginti octo punctorum describas arcum E F, eique applices diametrum datam, & ducas rectam A F D; & deinde ad intervallum 22,

aut

aut 44, 66, 88 &c. punctorum describas arcum C D: nam intervallum C D dabit circumferentiam. Datâ verò circumferentiâ invenies diametrum contrariâ ratione.

PROBLEMA VIII.

Dato Circuli arcu, reperire diametrum circuli cujus est arcus.

F.CCXXV Ico. XXX. AD dati arcus terminos subtende rectam, eamque biseca, & ex puncto bisectionis erige perpendicularem in arcum datum, quæ arcum secabit bifariam; subtensa semiarcus erit media proportionalis inter diametrum & interceptam. Sit datus arcus E A D, & sit quærenda diameter circuli, cujus est arcus. Ductâ rectâ E D per arcus dati extremos terminos E & D, seca illam bifariam in B, & erige perpendicularem B A; semiarcui verò A D subtende rectam A D. Dico, hanc esse mediam proportionalem inter erectam B A, & diametrum quæsitam. Quære ergo rectis A B, A D, tertiam proportionalem, per undecimam libr. Sexti Euclidis, & habebis intentum. Ratio est, quia duo triangula A B D, A E D, sunt æquiangula: nam anguli A B D, A D E, sunt recti, ille per constructionem, hic per trigesimam primam Tertii; angulus verò E A D communis est utrique triangulo, & reliqui æquales sunt, *per 32. Primi.* Ergo, *per quartam Sexti*, ut B A ad A D, ita D A ad A E.

ANNOTATIO.

SI A B & A D nota sint in numeris, duc A D in seipsum, & productum divide per A B, prodibitque A E; quoniam qui à medio A D efficitur numerus, æqualis est ei qui sub extremis A B, A E continetur, per vigesimam Septimi.

PROBLEMA IX.

Datum circulum in data proportione augere, vel minuere.

INter terminos datæ proportionis quære mediam proportionalem, per Problema decimum Capitis secundi præcedentis. Fac deinde, ut primus terminus proportionis ad mediam proportionalem

nalem inventam, ita circuli data diameter ad aliam; ex hac enim circulus descriptus eandem habebit proportionem, quam termini dati. Esto circuli data diameter 7, & circulus faciendus novies major. Igitur termini proportionis datæ sunt 1 & 9, interque eos medius proportionalis est 3. Dic ergo, ut 1 ad 3, ita 7 ad 21; eritque circulus cujus diameter est 21, novies major circulo dato, cujus diameter est 7. Demonstratio patet ex dictis Lib. 8. Capite V. Problem. 9. & 10.

PROBLEMA X.

Aliter datum circulum in data proportione augere, vel minuere.

Fit hoc ope Lineæ Arithmeticæ & Tabulæ sequentis, quam desumpsimus ex Amussi Ferdinandea Decade 2 Problem. 7.

Tabula pro augendis ac minuendis circulis in data proportione.

In hac sequenti Tabula proportio est expressa numeris Romanis; termini verò respondentes, sive radices quadratorum, expressi sunt numeris vulgaribus.

I	10	XIII	36	XXV	50
II	14	XIV	37	XXVI	51
III	17	XV	39	XXVII	52
IV	20	XVI	40	XXVIII	53
V	22	XVII	41	XXIX	54
VI	25	XVIII	42	XXX	55
VII	26	XIX	44	XXXI	56
VIII	28	XX	45	XXXII	$56\frac{1}{2}$
IX	30	XXI	46	XXXIII	57
X	32	XXII	47	XXXIV	58
XI	33	XXIII	48	XXXV	59
XII	35	XXIV	49	XXXVI	60

XXXVII	61
XXXVIII	$61\frac{1}{2}$
XXXIX	62
XL	63
XLI	64
XLII	65
XLIII	$65\frac{1}{2}$
XLIV	66

XLV	67
XLVI	$67\frac{1}{2}$
XLVII	68
XLVIII	69
XLIX	70
L	71
LV	74
LX	78

LXV	81
LXX	84
LXXV	87
LXXX	89
LXXXV	92
XC	95
XCV	97
C	100

Figura CCXXVI. Ico. XXX. Uſus hujus tabulæ hic eſt. Sit augendus circulus A B in proportione quadrupla. Duc rectam C D, & centro C, intervallo decem particularum lineæ Arithmeticæ, fac arcum E F, in eoque applica diametrum A B circuli dati, ab E uſque ad F, & duc rectam C F indeterminatam. Et quia ad numerum IV (in quem data magnitudo multiplicanda eſt) adſcriptus eſt numerus 20, ideo eodem centro C, intervallo viginti particularum Lineæ Arithmeticæ, fac alium arcum G H, ſecantem rectam C F productam in puncto H. Recta G H, ſubtendens arcum G H, eſt diameter circuli, ex quo deſcriptus circulus quadruplus eſt prioris.

Eſto iterum circulus G H diminuendus in proportione ſubquadrupla, hoc eſt, dandus ſit circulus, qui ſit quater minor circulo dato. Expone lineam, ut antea, C D, & centro C ad intervallum viginti particularum Lineæ Arithmeticæ fac arcum G H (eò quòd in tabula præmiſſa numero IV adſcriptus eſt numerus 20) in eoque applica diametrum G H, ducta recta C H. Deinde ad intervallum decem particularum Lineæ Arithmeticæ fac alium arcum E F. Recta E F huic arcui ſubtenſa, eſt diameter circuli quæſiti.

ANNOTATIO.

Quod dixi de Diametro, dicendum etiam eſt de radio circuli dati & quæſiti, eſt enim eadem proportio diametri ad ſemidiametrum, quæ diametri ad diametrum. Ratio porrò hujus praxis fundatur in dictis ſuprà lib. 8. cap. V. De tranſmutatione circuli in alias figuras planas æqualis capacitatis, dicemus poſtea

CAPUT

CAPUT QUARTUM.

De usu Linearum Polymetrarum in angulis, atque triangulis;

sive

Problemata Trigonometrica.

PROBLEMA I.

Angulum rectilineum ad desideratam mensuram construere.

COnstruendus sit angulus rectilineus triginta graduum. Ducta A B æquali lineæ fundamentali, & facto arcu B D indeterminatæ magnitudinis, accipe ex linea Graduum intercapedinem triginta graduum, eamque transfer in arcum B D, ex B in D, & duc rectam A D; eritque angulus B A D triginta graduum. Figura CCXXVII Ico. XXX.

PROBLEMA II.

Amplitudinem anguli rectilinei dati cognoscere.

SIt datus angulus rectilineus G F H, cujus amplitudo quæritur. Ductâ rectâ A B, fundamentali lineæ æquali, & arcu B D quantocunque, describe ex angulo F dato arcum G H ad quodcunque intervallum. Deinde ad intercapedinem F H describe ex puncto A, arcum C E indeterminatæ magnitudinis, accipeque circino transversam H G, eamque transfer in arcum C E, ex C in E, & duc rectam A E D, quæ secet arcum B D in D. Tandem transversæ B D magnitudinem circino acceptam applica ad lineam graduum, & dabit tibi amplitudinem anguli A, & consequenter anguli F.

PROBLEMA III.

Dato crure utroque trianguli rectanguli, invenire basin, & utrumque angulum acutum.

Sint crura data partium 8 & 6. Constitue in plano aliquo angulum rectangulum C A B, cujus utrumque crus æquale sit lineæ fundamentali. Deinde ex linea Arithmetica sume circino partes 8, easque transfer ex A in D; item partes 6, easque transfer ex A in E, & duc basim E D. Tandem intercipe hanc basin circino, eamque transfer in lineam Arithmeticam; & quot particularum erit hæc basis, tot particularum erit basis trianguli dati.

Figura CCXXVIII. Ico. XXX.

Angulorum acutorum amplitudinem invenies per præcedens Problema.

ANNOTATIO.

Pro numeris 8 & 6, accipi possunt eorum multiplices 80 & 60. Si numeri dati sint nimis magni, ut 800, & 600, sumi possunt eorum loco submultiplices 80 & 60, vel 8 & 6, aut alii quicunque. Vel partes lineæ Arithmeticæ sunt æstimandæ multiplices, tribuendo uni decem, aut centum particulas.

PROBLEMA IV.

Datis basi & crure uno trianguli rectanguli, crus alterum, & angulos acutos invenire.

Sit basis data decem partium, & crus datum octo partium. Fac angulum rectum, ut antea, C A B, & acceptâ circino in linea A B intercapedine 8 partium ab A ad D, accipe eodem circino intercapedinem decem partium, & posito uno circini pede in D, altero invariato manente nota punctum in A C, nempe E v. g. & duc rectam E D. Quot jam partibus Lineæ Arithmeticæ æqualis erit Linea A E, tot partium erit alterum crus trianguli dati. Angulos mensurabis per præcedens Problema II.

PRO-

PROBLEMA V.

Data basi cum angulo acuto, invenire crura trianguli rectanguli dati.

SIt basis data partium decem, & angulus datus graduum triginta; erit reliquus angulus graduum sexaginta, utpote complementum prioris ad rectum. Duc jam rectam D E æqualem partibus decem lineæ Arithmeticæ, & ad punctum D constitue angulum triginta graduum, per præcedens Problema I; ad punctum verò E angulum sexaginta graduum, ductis rectis E A, D A; quos si mensurabis, ut dictum in præcedentibus, habebis latera seu crura quæsita cognita.

PROBLEMA VI.

Dato Crure cum angulis acutis, reliquum crus, & basin trianguli rectanguli invenire.

CRus datum sit octo partium, anguli sint triginta, & sexaginta. Fiat angulus rectus C A B, ut dictum in Problemate III, numerenturque ab A ad D partes octo, & ad punctum D fiat angulus triginta graduum, & ducatur recta E D protracta, donec intersecet rectam A C in puncto E. Dabit A E in partibus Lineæ Arithmeticæ partes cruris quæsiti; & D E basin.

PROBLEMA VII.

Datis tribus trianguli obliquanguli lateribus, tres ejusdem angulos invenire.

LAtus primum datum sit 8, secundum 9, tertium 10. Ducatur recta A B æqualis lineæ fundamentali seu Arithmeticæ, in eaque ab A ad C sumantur circino partes octo. Deinde in eadem Linea Arithmetica sumantur circino partes novem, & posito uno circini pede in C, fiat arcus D. Tandem sumantur partes decem, & posito uno pede in A, fiat alius arcus D, secans priorem in puncto D. Si jam ducas rectas D A, D C, erit triangulum A C D æ- Figura CCXXIX. Ico. XXX.

 qui-

quiangulum triangulo dato. Si ergo invenias angulos hujus trianguli, per præcedens Problema II, habebis etiam angulos trianguli dati.

PROBLEMA VIII.

Datis duobus trianguli obliquanguli lateribus, cum angulo ab eis comprehenso, latus tertium & angulos reliquos concludere.

SIt crus unum 8, alterum 9, angulus graduum 30. Ex linea A B accipe partes octo ab A ad C, constitueq; ad punctum A angulum triginta graduum, per Problema primum præcedens, & duc rectam A D. In A D transfer partes 9 ex Linea Arithmetica, ab A ad D, & duc rectam D C; habebisque triangulum æquiangulum triangulo dato, cujus latus tertium & angulos reliquos invenies per dicta in præcedentibus.

PROBLEMA IX.

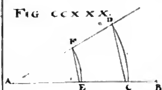
Datis trianguli obliquanguli uno latere, cum duobus angulis eidem adjacentibus, angulum tertium, & reliqua latera investigare.

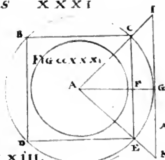
ANgulus tertius invenitur, si angulos duos datos subducas ex semicirculo, nempe ex gradibus 180; residuum enim est angulus reliquus. Latera sic invenies. Ductâ A B æquali fundamentali seu Arithmeticæ Lineæ, intercipe circino partes lateris dati ab A usque ad C; & ex puncto A constitue angulum alterutrum lateri dato adjacentium, ducta recta A D. Similiter ex puncto C constitue alterum angulum, ductâ rectâ C D. Fiet enim triangulum, cujus latera, per præcedentia Problemata inventa, dabunt latera desiderata.

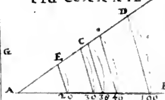
PROBLEMA X.

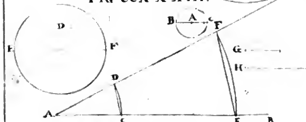
Datis trianguli rectilinei tribus angulis, invenire proportionem laterum.

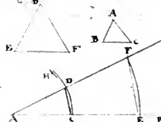
Angu-

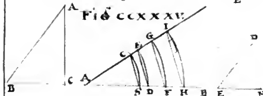

Fig. CCXXX.

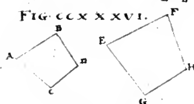

Fig. CCXXXI.

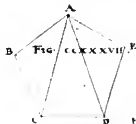

Fig. CCXXXII.


Fig. CCXXXIII.


Fig. CCXXXIV.


Fig. CCXXXV.


Fig. CCXXXVI.


Fig. CCXXXVII.

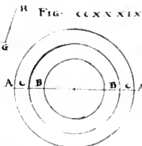

Fig. CCXXXIX.


Fig. CCXXXVIII.

ANgulis datis subtende lineas rectas, easque intercipe in Linea Graduum; ut habeas angulorum datorum proportionem: quâ habitâ, habebis etiam proportionem laterum, cùm eadem sit horum, atque illorum proportio.

CAPUT QUINTUM.

De usu linearum Polymetrarum in Polygonis regularibus describendis;

sive

Problemata Polygonographica.

PROBLEMA I.

In dato circulo Polygonum æquiangulum & æ[illegible]aterum quodcunque describere.

FIt hoc auxilio Lineæ Polygonorum sic. Expone lineam rectam A B æqualem Lineæ Polygonorum, & centro A, intervallo A VI. dictæ lineæ, describe arcum C D, in eoque applica radium dati circuli, ab A usque ad D. Deinde eodem centro A, intervallo usque ad numerum laterum Polygoni describendi fac alium arcum E F. v. g. Recta E F erit latus Polygoni quæsiti dato circulo inscribendi. Exemplum. Esto datus circuli radius v. g. centum particularum lineæ Arithmeticæ, & in eo circulo describendum sit Polygonum novem laterum. Factâ lineâ A B, & centro A, intervallo A VI, facto arcu C D, applica in illo ex C in D radium datum centum particularum, & duc rectam A D. Deinde eodem centro A, intervallo A IX lineæ Polygonorum, fac alium arcum E F. Recta E F erit latus Enneagoni dato circulo inscribendi. Figura CCXXX. Ico. XXXI.

ANNOTATIO.

EOdem prorsus modo inscribuntur circulo cuicunque dato cætera Polygona quæcunque, quorum latera sunt inscripta Lineæ Polygonorum.

PRO-

PROBLEMA II.

Dato latere Polygoni describendi, invenire radium circuli, cui inscribendum sit.

ESto datum latus Decagoni, cujuscunque magnitudinis, v. g. 62 partium lineæ Arithmeticæ, hoc est, data sit linea recta 62 partium pro latere Decagoni futuri. Expone lineam A B, & centro A, intervallo A X, fac arcum E F, in eoque applica latus datum ab E usque ad F, & duc rectam A F D. Deinde eodem centro A, intervallo A VI, fac alium arcum C D. Recta C D erit radius circuli quæsiti.

ANNOTATIO.

SI latus datum sit nimis magnum, accipe ejus submultiplicem, & procede ut dictum. Auge deinde radium inventum, prout opus fuerit, & in circulo descripto applica latus similiter auctum.

PROBLEMA III.

Circa datum circulum, Polygonum quodcunque describere.

Figura CCXXXI. Ieo.XXXI. QUoniam est, ut perpendicularis ex centro circuli in latus Polygoni eidem circulo inscripti, ad radium circuli Polygono circumscripti; ita idem radius ad radium Polygoni dato circulo circumscripti: ideo si dato aut quæsito circulo inscribas Polygonū desideratum, juxta prædictas regulas, & deinde latus Polygoni inscripti dimidies, & ex centro per punctum bisectionis educas rectam radio circuli æqualem, & ex radii educti extremitate ducas perpendicularem inscripto lateri parallelam, producasque ex utroque inscripti lateris termino diametros per centrum; intercipietur latus Polygoni circulo circumscribendi.

Datus sit circulus ABCED, eique circumscribendum quadratum. Inscribe priùs eidem circulo quadratum B C E D, ejusque latus C E biseca in F puncto, & ex centro A educ rectam A F G, æqualem radio A C, & per extremum punctum G duc rectam I K, parallelam lateri C E; & ex centro A, per extrema C & E, educ rectas

rectas A I, A K; quæ intercipient rectam I K, latus quadrati circulo circumscribendi.

PROBLEMA IV.

Intra datum Polygonum describere circulum.

EX centro Polygoni dati demitte perpendicularem in datum latus Polygoni; seu biseca unum latus Polygoni dati, & ex centro ad punctum bisectionis duc rectam: ea erit radius circuli, qui quæritur. Esto datum quadratum B C E D, intraque ipsum sit describendus circulus. Ex centro A, ad latus C E, duc perpendicularem A F. Hæc erit radius circuli inscribendi.

PROBLEMA V.

Latera dati Polygoni in data proportione augere, vel minuere.

POtest hoc fieri ope Lineæ Arithmeticæ. Esto igitur datum latus cujuscunque Polygoni, augendum in proportione tripla. Figura CCXXX. Ico. XXXI Expone lineam A B superioris figuræ, æqualem Lineæ Arithmeticæ, in eaque nota terminos datæ proportionis, v. g. 30 & 90, qui cadant in puncta E & C. Deinde centro A, intervallo A E, seu A 30, fac arcum E F, in eoque applica latus Polygoni datum, ab E usque ad F, & duc rectam A F D. Tandem centro A, intervallo A C, seu A 90, fac alium arcum C D. Subtensa C D erit latus quæsitum.

Si minuendum esset latus datum in tripla proportione, applica prius latus intra arcum C D, & subtensa E F erit latus subtriplum quæsitum.

PROBLEMA VI.

Dati Polygoni aream in data proportione augere, vel minuere.

DAti Polygoni latus auge in data proportione, & inter latus datum, & repertum, quære mediam proportionalem, per dicta suprà cap. 2. hujus Libri, Probl. 10, aut per dicta Lib. 8. cap. 1,

Lem. 3. Media hæc proportionalis reperta, est latus Polygoni, cujus area dati Polygoni aream excedit in data proportione, aut ab illa exceditur.

ANNOTATIO.

Poteris hîc uti Tabulâ, quam proposuimus suprà Cap. 3. Problem. X. sicut enim ex illa tabula augeri vel minui potest circulus in qualibet proportione, ita augeri etiam & minui potest quodlibet Polygonum.

PROBLEMA VII.

Dato Polygono invenire æquale triangulum, aut vicissim.

Fieri id potest ope Tabulæ sequentis sic.

Figura CC XXXII. Ico. XXXI. Esto datum octogonum, ejusque latus cujuscunque magnitudinis. Expone lineam A B æqualem Lineæ Arithmeticæ, & centro A, intervallo A 30 (quoniam hic numerus in tabula respondet octogono) fac arcum 30 C, in eoque applica latus octogoni dati. Deinde eodem centro A, intervallo A 100 (quoniam hic numerus in tabula respondet trigono) fac alium arcum 100 D. Subtensa 100 D erit latus trianguli dato octogono æqualis.

Nomina	Latera	Radii
III	100	58
IV	66	46
V	50	43
VI	41	41
VII	34	40
VIII	30	39
IX	26	39
X	24	38
XI	22	38
XII	20	38

ANNOTATIO.

Si velis triangulo dato æquale Polygonum constituere, contrario modo operari debes, describendo priùs arcum 100 D, *& deinde arcum* 30 C *&c.*

PROBLEMA VIII.

Dato Polygono æquale alterius nominis Polygonum constituere.

Fit per Lineam Arithmeticam, & per præcedentem tabellam sic. Esto datum Octangulum, construendumque sit Duodecan-

cangulum ipsi æquale. Expositâ lineâ A B, ut antea, Centro A, intercapedine A 30 (quoniam hic numerus respondet octogono) fiat arcus 30 C, eique applicetur latus octogoni dati, à 30 usque ad C, & ducatur recta A C D. Deinde eodem centro A, intervallo A 20 (quoniam hic numerus respondet Duodecagono) fiat arcus 20 E. Recta seu Subtensa 20 E erit latus Duodecagoni æqualis dato Octogono.

ANNOTATIO.

Potes etiam dato radio Polygoni convertendi, invenire radium Polygoni construendi, per eandem tabellam. Detur enim quadrangulum, cujus radius sit pedum, aut partium qualiumcunque viginti trium; quæratur verò radius Duodecagoni eidem quadrangulo æqualis. Centro A, intervallo A 46 (quoniam hic numerus respondet radio Quadranguli) fiat arcus, eique applicetur radius datus, & ducatur recta A D. Deinde eodem centro A, intervallo A 38 (quoniam hic numerus respondet radio Duodecanguli) fiat alius arcus; ejus enim Subtensa erit radius Duodecagoni quæsiti, qui erit in proposito casu pedum 19.

CAPUT SEXTUM

De usu linearum Polymetrarum in planis figuris augendis, minuendis, ad invicem permutandis;

sive

Problemata Metamorphotica planorum.

PROBLEMA I.

Figura CC XXXIII. Ico. XXXI.

Augere, aut minuere Circulum in quavis proportione.

Quod præstitimus suprà Cap. 3. Problem. 9, 10, per Lineam Arithmeticam, præstabimus hîc per Geometricam sic. Sit datus circulus A, & sit inveniendus alius sextuplo major. Duclineam

neam rectam A B. & centro A, intervallo inter principium & punctum 1um Lineæ Geometricæ, fac arcum C D, in eumque transfer diametrum B C circuli A dati, à C usque ad D, & duc rectam A D F. Deinde eodem centro A, intervallo inter principium & punctum VI. ejusdem lineæ Geometricæ, fac alium arcum E F. Subtensa E F erit diameter circuli D sexies majoris circulo A dato. Idem eveniet, si loco diametrorum adhibeas semidiametros.

Si datus esset circulus D, & inveniendus circulus A sexies minor, contrario modo procedendum esset, faciendo nimirum primò arcum E F, in eoque applicando diametrum E F; & deinde faciendo arcum C D, & circa subtensam C D describendo circulum A

Quod diximus hîc de proportione sextupla, & subsextupla, intelligendum est de quacunque proportione, dummodò ea nota sit in numeris.

Si augendus esset circulus datus in proportione G ad H, aut minuendus in proportione H ad G; inquire proportionem G ad H in numeris ex linea A rithmetica, aut alia quacunque in partes æquales divisa, & procede ut dictum.

PROBLEMA II.

Augere, vel minuere triangulum in data quavis proportione, constituendo alterum simile, similiterque positum.

Figura CC XXXIV. Ico. XXXI. ESto triangulum A B C, eique constituendum aliud D E F simile similiterq; positum in proportione sesquialtera, hoc est, quòd sit semel cum dimidio majus. Quære duos numeros, qui habeant dictam proportionem, ut sunt 8 & 12, seu 2 & 3. Deinde ducta recta A B, accipe circino ex linea Geometrica intercapedinem octo punctorum, & ex centro A describe arcum A D, in eoque applica latus B C trianguli A B C dati, à C usque ad D, & duc rectam A D F. Iterum accipe circino ex eadem linea Geometrica intercapedinē duodecim punctorum, & ex eodem centro A describe arcum E F. Eritque subtensa E F latus homologum lateri B C, pro triangulo, cujus superficies sit sesquialtera trianguli dati. Eodem modo inveni-

venies latera D E, D F, homologa lateribus A B, & A C, si nimirum intra arcum C D applices primò latus A B, deinde latus A C: nam in arcu E F invenies subtensas pro lateribus D E, D F. Habitis tribus lineis E F, D E, D F, construe ex illis triangulum, *per 22. Libri Primi Euclidis*, & habebis quod quærebas.

Si minuendum sit triangulum in data proportione, procede contrario modo, ut diximus in præcedenti Problemate.

PROBLEMA III.

Latera trianguli dati augere, vel minuere in quacunque proportione, constituendo aliud simile similiterque positum.

SIt datum triangulum A B C, sitque constituendum aliud D E F simile, similiterque descriptum, cujus latera singula sint ad latera prioris, ut 6 ad 4. Expone lineam A B, & accipe ex linea Arithmetica, aliavè quacunque divisa in partes æquales, partes sex, eoque intervallo fac ex centro A arcum C S, in eumque transfer intervallum partium 4 ex eadem linea divisa in partes æquales, & duc rectam A C I; eritque subtensa C S partium 4, quarum A S est 6. His factis, intervallis B C, B A, C A, describe ex centro A tres arcus, D E, F G, H I. Horum arcuum subtensæ D E, F G, H I, erunt tria latera futuri trianguli D E F, construendi *per vigesimam secundam Primi Euclid.* Figura CCXXXV Ico. XXXI.

PROBLEMA IV.

Proposita cuicunque figura aliam similem similiterque descriptam in quacunque proportione exhibere.

FIguram propositam, qualiscunque ea sit, & quotcunque laterum, resolve in triangula, & aucto vel diminuto uno ex illis, auge vel diminue reliqua contigua modo dicto. Sit augendum ut antea in proportione sesquialtera trapezium A B C D, in trapezium E F G H. Ducta diagonali B C, resolve trapezium datum in duo triangula. Inventis deinde tribus A B, A C, B C, tribus aliis proportionalibus E F, E G, F G, in data proportione, constitue Figura CCXXXVI. Ico. XXXI.

triangulum E F G. Iterum inventis tribus B D, D C, B C, tribus aliis proportionalibus F H, H G, F G, constitue triangulum F H G, priori contiguum supra eandem basim F G; & habebis intentum.

Si minuenda sit figura, procede contrario modo, ut diximus in præcedentibus. Atque in hunc modum licebit quamlibet figuram augere, vel minuere.

PROBLEMA V.

Proposita cujuscunque figuræ latera augere, vel minuere, in data proportione, constituendo aliam similem similiterque positam.

SOlemus plerùmque, dum totam figuram augere vel minuere volumus secundùm proportionem aliquam, adhibere duas scalas, ut vocant, majorem unam, & minorem alteram, hoc est, duas lineas, quarum una divisa sit in partes æquales majores, altera in minores; unâ illarum utimur ad mensuranda latera figuræ datæ, alterâ ad latera figuræ construendæ efficienda proportionalia lateribus figuræ datæ. Hujusmodi duas scalas suppeditat nobis Linea nostra Arithmetica, aut quævis alia in partes æquales divisa, tali pacto.

Sit proposita figura A B C D E, cui constituenda sit alia similis, duplo minor quoad singula latera, ita ut latus F G, homologum lateri C D, sit illo duplo minus; & latus G H, homologum lateri D E, sit illo etiam duplo minus, Hîc adhibendæ forent duæ scalæ, quarum partes æquales essent in dupla proportione, nempe major pro figura constructa, minor pro construenda. At per solam lineam Arithmeticam id fieri potest sic. Supra lineam A B superioris figuræ Probl. 3. transfer lineam C D figuræ præsentis, ab A usque ad F, v. g. & fac arcum F G, in eoque applica lineam F G figuræ futuræ, ab F usque ad G, ductâ rectâ A C I; eritque constructus angulus G A F, qui inserviet pro scala reliquorum laterum figuræ construendæ. Nam si ad intervallum lineæ C B figuræ datæ describas ex A centro arcum S C, erit subtensa S C latus homologum lateris C B. Si item ad intervallum lateris B A

Figura CC XXXVII Ico. XXXI.

faci-

facias arcum D E, erit subtensa D E latus homologum lateri B A, & sic de cæteris. Si igitur figuram datam dividas in triangula ut vides, & ex subtensis inventis constituas totidem triangula sibi contigua, modo dicto in præcedentibus; habebis figuram datæ similem similiterque positam, in proportione subdupla.

Si augenda esset figura, deberes procedere contrario modo. Eodem verò modo quælibet aliæ figuræ planæ augeri, minuivè poterunt.

PROBLEMA VI.

Inter duas figuras planas similes invenire proportionem.

DAta sint duo quadrata, A & B, & scire velis quàm inter se habeant proportionem quoad capacitatem. Applica tam latus A, quàm latus B, supra lineam Geometricam, incipiendo à principio dictæ lineæ. Si præcisè terminentur in duobus diversis punctis in linea notatis, v. g. A in puncto primo, B in secundo; habebunt quadrata proportionem duplam. Si non terminentur præcisè in duobus punctis, sic procede. Exposita linea A B superioris figuræ Problem. 3. sume circino ex Linea Geometrica intervallum aliquot punctorum, v. g. decem, & ex centro A describe arcum, qui sit v. g. F G, in eoque applica latus B, ab F usque ad G, & duc rectam A G. Deinde ad intervallum aliorum punctorum lineæ Geometricæ, v. g. 4, 5, 6, &c. describe alios arcus ex A centro, & vide quem illorum præcisè subtendat latus quadrati A. Subtendat v. g. arcum descriptum ex puncto 5. Erit ergo quadratum A ad quadratum B, ut 5 ad 10, seu ut 1 ad 2.

Figura CC XXX VIII. Ico. XXXI.

PROBLEMA VII.

Duas, pluresvè figuras planas, similes addere, hoc est, constituere unam æqualem duabus, aut pluribus datis.

SInt addenda duo quadrata, A & B, antea posita, hoc est, inveniendum sit quadratum æquale utrique quadrato proposito.

Inqui-

Inquire modo dicto in præcedenti Problemate, in quæ puncta Lineæ Geometricæ cadant subtensæ æquales lateribus A & B, nempe A in punctum I, & B in punctum 2. Adde inter se 1 & 2, fient 3. Subtensa arcus ad intervallum puncti tertii Lineæ Geometricæ descripti, v.g. linea C, erit latus quadrati æqualis duobus Quadratis datis.

Si inveniendum esset quadratum æquale tribus datis, quarum latera essent A, B, C, subtendentia arcus descriptos ex punctis 1, 2, 3; addendi essent hi tres numeri in unam summam 6, & accipienda subtensa arcus ex puncto 6 descripti pro latere quadrati tribus datis æqualis. Eodem modo procedendum est, si plura quadrata essent addenda.

Quod diximus de quadratis, dicendum etiam est de quibuscunque figuris similibus; & etiam de circulis.

PROBLEMA VIII.

Unam figuram planam ab altera simili subtrahere; sive inter duas similes & inæquales invenire tertiam similem, & æqualem differentiæ duarum datarum.

Figura CCXXXIX. Icon XXXI.

Hæc Propositio est conversa præcedentis, & ejus praxis hæc est. Dati sint duo circuli inæquales, & majoris diameter sit A A, minoris B B; sitque minor detrahendus à majori, & invenienda diameter C C, cujus circulus sit æqualis differentiæ inter duos datos. Quære modo dicto in præcedentibus primò subtensam æqualem diametro A A, deinde subtensam æqualem diametro B B, cadatque prima in punctum 6, secunda in punctum 2 Lineæ Geometricæ. Subtrahe 2 à 6, & ad intervallum residuorum quatuor punctorum describe arcum; eritque ejus subtensa diameter C C quæsita. Eodem modo operandum est in aliis figuris similibus.

PRO-

PROBLEMA IX.

Circulum, & alias figuras regulares quadrare; item omnes figuras regulares invicem transmutare.

Fit hoc per lineam Reductionis planorum, in qua notatæ sunt figuræ circuli, trianguli, quadrati, pentagoni &c. Sit itaque inveniendum quadratum æquale circulo A B. Exposita linea A B, æquali Lineæ Reductionis planorum, ex A centro, intervallo inter initium lineæ prædictæ & signum O, describe arcum O C, & applica illi diametrum A B datam ab O usque ad C, ductâ rectâ A C. Deinde centro A, intervallo usque ad signum □ prædictæ lineæ, fac arcum □ D. Subtensa hujus arcus erit latus quadrati circulo dato æqualis. F. CCXL. Ic. XXXII.

Si centro A, intervallo usque ad signum △, facias alium arcum, erit ejus subtensa latus trianguli æquilateri prædicto circulo æqualis.

Eodem modo invenies latera pentagoni, hexagoni, & aliarum figurarum regularium dato circulo æqualium.

Si quadrato dato velis invenire circulum æqualem, procede cum latere quadrati, ut processisti cum diametro, & contrà. Eadem ratione mutabis quamcunque figuram regularem datam in aliam quamcunque æqualem.

PROBLEMA X.

Pluribus figuris regularibus, etiam inter se dissimilibus, unam æqualem constituere.

Propositus sit circulus, triangulum æquilaterum, pentagonum, & hexagonum, debeatq; inveniri quadratum omnibus simul sumptis æquale. Per præcedens Problema primùm inveniantur quatuor quadrata datis quatuor figuris æqualia, & per Problema 7 præcedẽs inveniatur unum quadratum omnibus quatuor quadratis æquale; & habebis quod quæritur.

Eodem modo invenIri poteſt circulus, triangulum, aut alia quævis figura regularis, omnibus propoſitis figuris ſimul ſumptis æqualis.

PROBLEMA IX.

Cuivis figuræ rectilineæ irregulari conſtituere figuram regularem æqualem.

FIguram rectilineam irregularem reſolve in triangula quotquot potes; triangula verò reſolve in totidem quadrata; quadratis omnibus conſtitue æqualem circulum, aut quadratum, aut pentagonum &c. per præcedens Problema; & habebis intentum. Triangulo porrò cuilibet dato conſtitui poteſt quadratum æquale ut ſequitur.

PROBLEMA XII.

Cuilibet triangulo æquale quadratum conſtituere.

Figura CCXLI. Ic. XXXII.

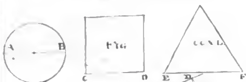
AB angulo quocunque trianguli ad latus oppoſitum, etiam productum, ſi opus fuerit, demitte perpendicularem; inter quam, & inter ſemiſſem lateris in quod cadit, ſi quæras mediam proportionalem per dicta Capite primo hujus, & capite primo Libri octavi; erit ea latus quadrati triangulo æqualis. Sit datum triangulum A B C. Ab angulo A, ad latus B C, demitte perpendicularem A D: Inter A B, & dimidium lateris B C, quære mediam proportionalem, quæ erit latus quadrati triangulo dato æqualis. Ratio patet ex dictis Lib. 8.

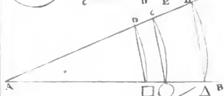
PROBLEMA XIII.

Rectangulum in Quadratum æquale commutare.

INter latus majus & minus rectanguli quære mediam proportionalem, per dicta ſuprà; erit ea latus quadrati rectangulo æqualis.

CAPUT





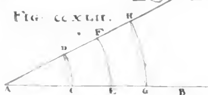


FIG. CCXLI.



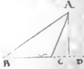
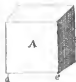
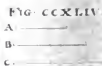
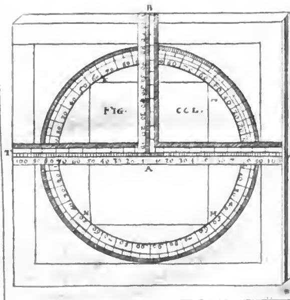


FIG CCXLIII.



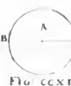
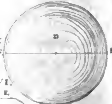
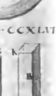
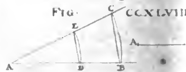



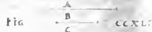
FIG. CCXLV.

FIG. CCXLVI.










CAPUT SEPTIMUM.

De Usu linearum Polymetrarum in solidis augendis, minuendis, permutandis;

sive

Problemata Metamorphotica solidorum.

SEquentia Problemata solvuntur præcipuè per lineam Stereometricam: in iis verò solvendis sæpe necessaria est radicis cubicæ extractio, & duarum mediarum proportionalium inventio, de quibus egimus in præcedentibus.

PROBLEMA I.

Datum Corpus in data proportione augere, vel minuere.

NUmeros datam proportionem exprimentes quære in linea Stereometrica, & ductâ rectâ A B, ut suprà, centro A, intervallo usque ad primum terminum proportionis, in Linea Stereometrica inventum, fac arcum, in eoque applica diametrum, aut latus corporis dati. Deinde eodem centro A, intervallo usque ad alterum terminum proportionis in eadem Linea acceptum, fac alium arcum. Hujus subtensa dabit diametrum, aut latus Corporis in data proportione aucti, vel diminuti. Propositus sit v. g. globus, cujus diameter sit decem partium Lineæ Arithmeticæ, aut alterius cujuscunque divisæ in partes æquales, augendus in tripla proportione, vel diminuendus. Quære numeros, datam proportionem triplam continentes, in linea Stereometrica, quales sunt v. g. 10 & 30, aut 9 & 27, aut 8 & 24 &c. Deinde ductâ rectâ A B, centro A, intervallo usque ad decimum punctum lineæ Stereometricæ, fac arcum v. g. C D, in eoque applica diametrum globi dati, vel ejus loco intercapedinem decem partium ex Linea Arithmetica acceptam, à C usque ad D. ductâ rectâ A D. Tandem eodem centro A, intervallo usque ad trigesimum punctum ejusdem lineæ Stereometricæ, fac alium arcum, v. g. E F. Sub- F. CCXLII Ic. XXXII.

tensa hujus arcus dabit diametrum sphæræ triplò majoris, quæ in casu posito erit partium $14\frac{1}{7}$.

Si minuendus est globus in proportione tripla, procedendum est contraria ratione, describendo scilicet primò arcum ex puncto 30, & deinde ex 10.

ANNOTATIO.

Figura CCXLIII. Ic. XXXII. *QVa ratione processimus in diametro ad augendum vel minuendum globum, eadem ratione procedendum est cum lateribus aliorum corporum regularium, ad illa augenda vel minuenda. Vt si duplicandus esset Cubus A, describi deberet ad intervallum puncti* 1mi *Lineæ Stereometricæ arcus C D, in eoque applicari latus* b c: *deinde ad intervallum puncti 2 ejusdem Lineæ, arcus E F; hujus enim Subtensa daret latus* d e *Cubi duplò majoris. Si idem cubus A augendus esset in sextupla proportione, fieri deberet primò arcus ad intervallum puncti 1, deinde ad intervallum puncti 6. In minuendo autem cubo contrarius ordo tenendus est.*

PROBLEMA II.

Datis duobus solidis similibus, invenire eorum proportionem mutuam.

SInt dati duo cubi A & B (eadem est ratio de sphæris, & de aliis quibuscunque solidis similibus regularibus) & velis scire quam habeant inter se proportionem; sic operare. Expositâ, ut suprà, lineâ A B, centro A, intervallo quocunque Lineæ Stereometricæ, v. g. usque ad punctum 1, fac arcum C D, in eoque applica latus b c cubi dati, à C usque ad D, & duc rectam A D. Deinde eodem centro A, intervallo aliorum diversorum punctorum ejusdem Lineæ Stereometricæ, fac alios diversos arcus, & vide quem ex illis præcisè subtendat latus d e cubi B. Subtendat arcum descriptum ex puncto 2. Habebit ergo cubus B ad cubum A proportionem duplam, hoc est, erit ad ipsum ut 2 ad 1.

PROBLEMA III.

Propositis quotlibet solidis similibus, constituere unum omnibus æquale ac simile.

Sint

SInt proposita tria solida similia, quorum diametri aut latera sint æqualia lineis A, B, C; sitque inveniendum unum aliquod omnibus tribus æquale ac simile. Expone lineam A B ut suprà, & centro A, intervallo ad quodcunque punctum lineæ Stereometricæ, v. g. ad punctum 4, fac arcum C D, in eoque applica lineam A, à C usque ad D, & duc rectam A D. Deinde eodem centro A, intervallo ad alia diversa puncta ejusdem lineæ Stereometricæ fac alios arcus, & vide quosnam ex illis subtendant lineæ B & C. Subtendat linea B arcum descriptum ex puncto 6. Adde in unam summam hos tres numeros, 4, 5, 6; efficient 15. Subtensa arcus descripti ex puncto 15 Lineæ Stereometricæ, erit latus solidi æqualis solidis tribus datis. Figura CC XLIV. Ic. XXXII.

Simili modo operaberis, si adsint plura solida quàm tria, aut pauciora.

PROBLEMA IV.

Dato solido regulari, invenire alia diversorum nominum æqualia, seu æquè capacia.

FIt hoc per lineam *Reductionis corporum regularium.* Sit itaque data regularis pyramis, & invenienda sit sphæra, aliaque corpora regularia, æqualia pyramidi datæ, seu æquè capacia. Expone ut suprà lineam A B, æqualem lineæ Reductionis corporum regularium: & centro A, intervallo usque ad signum Pyramidis, hoc est, usque ad finem lineæ, fac arcum v. g. G H, in eoque applica latus unum pyramidis datæ, à G usque ad H, & duc rectam A H. Deinde eodem centro A, intervallo usque ad signa reliquorum corporum in linea notata fac alios arcus. Horum subtensæ erunt diameter sphæræ, & latera reliquorum corporum æqualium datæ pyramidi.

Si data esset sphæra, & reperienda corpora regularia ipsi æqualia; describe primò ex centro A, intervallo usque ad signum sphæræ in linea notatum, arcum, in eoque applica diametrum sphæræ. Deinde ad intervallum reliquorum corporum fac alios arcus; dabuntque eorum subtensæ latera quæsitorum corporum. Eodem modo si datum esset quodcunqne corpus regulare, v. g. cubus seu hexaëdrum, & invenienda alia corpora ipsi æqualia;

fieri deberet primò arcus ad intervallum signi cubi, & deinde alii arcus ad intervalla aliorum signorum.

PROBLEMA V.

Data Sphæra inscribere quinque corpora regularia; seu dato Corpori regulari Sphæram circumscribere.

Fit hoc per Lineam Arithmeticam, & per tabulam X suprà Parte I. propositam, pro Inscriptione corporum regularium in sphæra, sic. Ductâ lineâ A B, ut suprà, æquali Lineæ Arithmeticæ, describe ex A centro, ad intervallum 1000 aut 100 partium dictæ Lineæ, arcum, v. g. G H, in eoque applica diametrum datæ sphæræ, quantacunque ea sit, à G usque ad H, & fac lineam A H. Deinde eodem centro A, intervallo partium in tabula X nominata notatarum, fac alios arcus. Subtensæ horum arcuum erunt latera corporum regularium sphæræ datæ inscribendorum. Sic subtensa arcus descripti ad intervallum 57 vel 58 partium erit latus cubi; subtensa arcus partium 81 vel 82 latus pyramidis, &c.

Si corpori dato, v. g. cubo velis circumscribere sphæram, describe ad intervallum partium 57 vel 58 arcum v. g. E F, in eoque applica latus cubi dati, ab E usque ad F, ductâ rectâ A F. Deinde ad intervallum centum partium fac alium arcum. Hujus subtensa erit diameter sphæræ circumscribendæ quæ quæritur.

PROBLEMA VI.

Dato pondere unius globi, invenire pondus alterius inæqualis ex eadem materia.

Figura CCXLV. Ic. XXXII.

Habes duos globos, A & D, ex eadem materia, v. g. ex ferro, plumbo, lapide, quorum minor A pendet libram unam. Scire vis, quot libras pendat globus major D; vel quot librarum debeat esse globus pro tormento bellico, cujus diameter æqualis est diametro E F globi D. Factâ ut suprà A B, describe ex centro A, intervallo usque ad primum punctum lineæ Stereometricæ, arcum

cum C D, in eoque applica diametrum B C globi D, à C usque ad D, & duc rectam A D. Deinde ex eodem centro A, intervallo usque ad alia puncta diversa ejusdem lineæ Stereometricæ, describe alios diversos arcus; & vide quem præcisè subtendat diameter E F globi D. Subtendat arcum descriptum ex quarto puncto. Erit igitur globus D quatuor librarum.

Si cognitum esset pondus globi D, & cognoscendum pondus globi A, deberes contrario ordine operari, modo dicto, nempe primò applicando arcui descripto diametrum E F globi D, & deinde diametrum B C globi A. Sed de hac re iterum sermo redibit in Capite sequenti.

PROBLEMA VII.

Datæ pyramidi constituere æqualem & æquè altum conum, cylindrum, parallelepipedum.

PYramidis basim converte in æqualem circulum, per Problema 9, aut 11 Capitis præcedentis, & supra ipsum construe conum æquè altum cum pyramide data; hic enim erit eidem æqualis. Si coni constructi basim seu circulum minuas in tripla proportione, per Problema primum ejusdem Capitis præcedentis, & supra hujusmodi circulum constituas cylindrum æqualis altitudinis cum cono ac pyramide prædictis; erit is æqualis eidem cono, & pyramidi. Si cylindri hujus basin circularem convertas in æquale quadratum, per dictum Problema 9, & supra hujusmodi quadratum construas parallelepipedum æquè altum cum cylindro; erit id eidem æquale, & consequenter cono, & pyramidi.

PROBLEMA VIII.

Dato cono certæ altitudinis, constituere alium æquè capacem, sed diversæ altitudinis.

ESto conus A B C D, cui constituendus sit alius æqualis, ad altitudinem E F. Inter C D & E F quære mediam proportionalem I, per Problema X Capitis Secundi, hujus Libri, vel per dicta Lib. 8 Cap. 1. Lemm. 3. Deinde tribus lineis, I, C D, A B, quære Figura CCXLVI. Ic. XXXII.

quar-

quartam proportionalem G H, per dicta Lemm. 5 Lib. 8. cap. 1. ita ut prima sit I, secunda C D, tertia A B, quarta G H. Si jam circa G H diametrum describas circulum, & supra ipsum erigas conum G H E F, ad altitudinem E F; erit is æqualis cono A B C D.

PROBLEMA IX.

Dato Cylindro certæ altitudinis, construere alium æquè capacem, sed diversæ altitudinis.

MOdus operandi idem est cum præcedenti. Ut si supra basim A C B constitutus esset cylinder altitudinis C D, essetque constituendus alius ipsi æqualis ad altitudinem E F; quære mediam proportionalem I inter C D & E F; deinde his tribus I, C D, A B, quartam proportionalem G H, & supra circulum diametri G H erige cylindrum ad altitudinem E F, & habebis quod quæritur.

ANNOTATIO.

EOdem modo constituitur pyramis, & prisma æqualis capacitatis, sed inæqualis altitudinis cum alia pyramide, & prismate datis.

PROBLEMA X.

Dato Cylindro invenire parallelepipedum æquè altum & æquè capax.

SIt datus Cylindrus solidus, aut vas Cylindricum A, & inveniendum sit solidum, aut parallelepipedum B, ejusdem capacitatis. Basim Cylindri A B C D converte in quadratum æquale F G H I, per Problem. 9 Capitis Sexti præcedentis, & supra basim quadratam prædictam erige corpus, aut vas, æqualis altitudinis cum cylindro; & habebis intentum.

PROBLEMA XI.

Figura CCXLVII Ic. XXXII.

Dato Cylindro æqualem cubum efficere.

SIt utantè Cylindrus A. Constitue parallelepipedum B ipsi æquale, & æquè altum, supra basim quadratam basi Cylindri æqualem, ut dictum. Si parallelepipedum constructum est cubus, hoc

hoc est, si altitudo ejus æqualis est lateri basis; habebis quod quærebatur. Sin minùs, converte B in cubum æqualem, tali pacto. Quære inter K H altitudinem, & H I latitudinem solidi B, mediam proportionalem; Erit ea latus cubi quæsiti.

CAPUT OCTAVUM

De usu linearum Polymetrarum in metallicorum corporum proportione, quoad molem & pondus invenienda; sive Problemata Statica.

PROBLEMA I.

Dato globo unius metalli, invenire alium alterius metalli, pondere æqualem.

ESto globus ferreus, cujus diameter A, ponderis cujuscunque, sitque inveniendus alius aureus æqualis ponderis; sic operare. Ducta rectâ A B, æquali Lineæ Metallicæ, describatur ex A centro, ad intervallum usque ad signum ferri dictæ lineæ metallicæ, arcus B C, eique applicetur diameter A, à B usque ad C, & ducatur recta A C. Deinde eodem centro A, intervallo usque ad signum Auri Lineæ metallicæ, fiat alius arcus D E. Hujus subtensa D E erit diameter globi aurei æqualis in pondere globo ferreo dato. Figura CCXLVIII. Ic. XXXII.

Si ex A centro, ad intervallum usque ad signa cæterorum metallorum Lineæ metallicæ fiant alii arcus, dabunt illorum subtensæ diametros globorum eorundem metallorum æqualis ponderis cum dato globo ferreo. Qua autem ratione comparavimus hîc alia metalla ad ferrum, poterunt eadem metalla comparari ad quodcunque metallum, quod primò oblatum fuerit; si nimirum ad intervallum usque ad ipsius signum describatur primus arcus, & reliqua fiant, ut dictum.

PROBLEMA II.

In venire proportionem metallorum quoad pondus.

Figura CCXLII. Ic. XXXII. VIs scire, quam proportionem habeat argentum ad aurum quoad pondus, hoc est, quantò ponderosior sit globus aureus globo argenteo ejusdem molis. Duc lineam A B æqualem lineæ Stereometricæ, describeque ex A centro per punctum ejus v. g. 100, arcum G H, eique applica lineam Argenti ex linea metallica, à G usque ad H, ductâ rectâ A H. Deinde ex eodem centro A, per alia puncta Lineæ Stereometricæ, describe alios arcus, & vide quem præcisè subtendat Linea Auri ejusdem lineæ metallicæ. Subtendat v. g. arcum descriptum ex puncto 55. Erit ergo permutatim ut 100 ad 55, ita aurum ad argentum. Eadem est ratio in aliis metallis. Dixi, permutatim, quia aurum ponderosius est argento.

PROBLEMA III.

Data diametro globi ferrei, invenire ejus pondus.

M——N SIt data diameter M N alicujus globi ferrei, & quæratur ejus pondus. Reperitur id per *lineam seu diametrum decem librarum globi ferrei* instrumento inscriptam, sic. Ductâ A B æquali Lineæ Stereometricæ, ut in præcedenti Problemate, accipiatur ex eadem linea Stereometrica intervallum primorum decem punctorum, & ex A describatur arcus C D, ad dictum intervallum, eique applicetur linea decem librarum ferri, à C usque ad D, & ducatur recta A D. Accipe jam diametrum M N globi ferrei oblati per circinum recurvum, & ex eodem centro A factis diversis arcubus, vide quem illorum præcisè subtendat. Subtendat arcum G H. Accipe rectam A G circino manuali, & transfer supra Lineam Stereometricam ab initio versus finem, & vide quem punctum seu numerum attingat. Numerus punctorum indicabit numerum librarum oblati globi ferrei; ut si attingat punctum 30, erit dictus globus triginta librarum.

Si Instrumento est inscripta linea seu diameter non decem, sed unius Libræ, describe arcum C D per punctum 1 Lineæ Stereometricæ.

PROBLEMA IV.

Data diametro aliorum globorum metallicorum, invenire eorum pondera.

INſcripſimus Inſtrumento ſolam diametrum decem librarum globi ferrei. Ex hac tamen venire poſſumus in cognitionem diametrorum decem librarum aliorum metallorum, & hiſce diametris mediantibus invenire pondus quorumcunque globorum metallicorum oblatorum.

Sit igitur data diameter M N alicujus globi plumbei (& eadem eſt ratio de aliis metallis) & quæratur ejus pondus. Per Problema primum præcedens quære diametrum decem librarum globi plumbei, applicando ſcilicet arcui D E ex ſigno ferri deſcripto diametrum decem librarum globi ferrei in Inſtrumento notatam, & per ſignum plumbi deſcribendo arcum B C, aut alium: ſubtenſa enim B C erit diameter globi plumbei decem librarum. Habitâ diametro globi plumbei decem librarum, invenies ponderis globi plumbei, cujus diameter eſt M N, ſi operéris ut dictum in præcedenti Problemate 3. Eodem modo operaberis in ponderibus aliorum globorum inveniendis. M —— N

PROBLEMA V.

Pondus globi ex quocunque metallo, quem tormentum bellicum capit, cognoſcere.

SIt cognoſcendum pondus globi alicujus, quem excutit tormentum bellicum datum. Quære diametrum globi ejuſdem metalli decem librarum, per Problema tertium aut quartum præcedens, eamque applica arcui C B figuræ præſentis. Accipe iterum diametrum orificii tormenti bellici, & ex centro A, deſcribe arcum v.g G H. Intervallum A G applica Lineæ Stereometricæ, ab initio verſus finem, & numerus dictæ lineæ indicabit numerum librarum quæſitum. Figura CCXLII. Ic. XXXII.

PROBLEMA VI.

Datis duobus, aut quotlibet globis, invenire unum illis æqualem in mole.

OPerare ut diximus Capite præcedente Problemate tertio, & habebis quod quæritur.

PROBLEMA VII.

Datis duobus, aut quotlibet globis, invenire unum illis æqualem in pondere.

INquire singulatim datorum globorum pondera, & conjice omnia in unam summam, quæ sit v. g. Librarum 20. Ducta deinde ut suprà Problemate 2 ac 3, A B æquali Lineæ Stereometricæ, describe ex A centro, ad intervallum 10^{mi} puncti dictæ Lineæ, arcum C D, eique coapta diametrum decem librarum globi ferrei, à C usque ad D, ducta recta A D. Eodem centro A, ad intervallum puncti 20 Lineæ Stereometricæ, fac alium arcum v. g. E F. Subtensa E F erit diameter globi 20 librarum.

Vera est hæc Regula, etiamsi globi dati sint diversorum metallorum, ut patet consideranti.

PROBLEMA VIII.

Dato globo ex duobus metallis mixto, invenire metallorum permixtionem.

EX data globi diametro explora pondus, per Problema tertium, aut quartum, quod habere deberet globus, si purum esset metallum. Eundem deinde globum pondera per Libram, aut stateram. Excessus aut defectus ponderis priùs explorati est mixtura alterius metalli.

PROBLEMA IX.

Datis diametris, aut lateribus duorum solidorum similium, sed diversorum metallorum, invenire proportionem ponderum.

Linea

Linea A sit diameter globi stannei, B globi ferrei; vis scire quam habeant inter se proportionem eorum pondera. Ductâ A B, ut in Problemate primo, æquali Lineæ metallicæ, describe ex A centro, per signum stanni, arcum v. g. B C, eique coapta lineam A, à B usque ad C, ductâ rectâ A C. Ex eodem centro A, per signum Ferri, describe alium arcum v. g. D E, cujus Subtensa D E sit æqualis lineæ C. Si diameter B æqualis fuerit lineæ C, seu subtensæ D E; erit globus ferreus B datus æqualis in pondere globo stanneo A dato. Si B non fuerit æqualis lineæ C; Cùm C sit diameter globi ferrei æqualis ponderis cum globo stanneo diametri A, ut supponitur ex operatione facta; certum est, eandem differentiam quoad pondus fore inter duos globos A & B, quæ est inter C & B. Quoniam igitur C & B sunt globi ejusdem metalli, nempe ferri; inquire utriusque pondus, per Problema tertium aut quartum; & differentia illorum erit differentia inter globum A & B in pondere. Figura CCXLIX. Ic. XXXII.

PROBLEMA X.

Dato pondere & magnitudine solidi metallici, invenire aliud simile diversi metalli, quod habeat pondus datum.

Hæc propositio est conversa præcedentis. Sit igitur linea C præcedentis Problematis diameter globi aurei septem librarum, & sit invenienda diameter globi ferrei librarum viginti. Duæ hîc instituendæ sunt operationes, uti in præcedenti Problemate; una pro transmutatione auri in ferrum, altera pro augendo globo ferreo septem librarum in globum ferreum viginti librarum. Prima operatio sic fit. Ductâ rectâ A B uti in Problem. 1, describitur ex A centro per signum Auri, arcus D E, eique coaptatur diameter C, ductâ rectâ A E. Deinde ex eodem A centro, per signum Ferri, describitur alius arcus B C. Subtensa B C erit diameter globi ferrei septem librarum. Secunda operatio fit ita. Ductâ rectâ, uti in tertio Problemate, æquali lineæ Stereometricæ, ad intervallum septem punctorum ejusdem lineæ fit arcus C D, & ad intervallum 20 punctorum ejusdem lineæ fit alius arcus E F. Arcui C D applicatur inventa diameter B C septem librarum, & ducitur recta A D. Subtensa E F erit diameter globi ferrei viginti librarum.

CONCLUSIO OPERIS,
in qua
Pantometrum Kircherianum ad varios usus accommodatur.

Fig. CCL, Ic. XXXII. Libro primo, Parte primâ, descripsimus Pantometrum Kircherianum, prout communiter construi solet, & solis ferè usibus geometricis servit, & vocavimus Pantometrum Simplex. Hîc idem accommodabimus ad varios alios usus, & vocabimus Pantometrum Compositum. Fit hoc, si Cursori T S figuræ præsentis affixeris in medio brachium A B, ad angulos rectos, quòd per longitudinem Cursoris T S discurrere huc illuc possit, efficiendo semper cum illo angulos rectos. Dividendum est autem hoc brachium A B (cujus longitudo mediam Cursoris longitudinem æquare debet) in partes Cursoris partibus æquales. Præterea Orbem K L M N, intus aliquò usque excavabis, ut cavitati charta pro delineationibus imponi possit. Deinde ejusdem Orbis exteriorem aut interiorem peripheriam divides in quatuor Quadrantes circuli; & quemlibet quadrantem in 90 gradus; eritque Instrumentum compositum absolutum.

Pantometri Compositi usus extenditur
Primò, Ad Sinuum inventionem.

HOc Instrumentum ad varios usus adhiberi potest. Et primò ad Sinus inveniendos sic. Cavitati Orbis K L M N impone chartam rotundam, ceráque ita adglutina, ut loco dimoveri nequeat. Repræsentabit itaque limbus dicti Orbis in suos gradus divisus circulum sinibus inveniendis aptum; Cursor vero T S cum brachio A B, referet nunc chordas, nunc radium, modò sinum rectum, modò versum; brachium verò solum nunc sinûs complementi, nunc recti partes aget. Unde Cursor ita divisus esse debet, ut à medio puncto A, quod centro Orbis K L M N respondet, incipiat partitio, & utrimque in oppositas partes currat æquali numero partium 100 aut 1000, uti in figura apparet; brachium

chium autem incipiat partitionem suam in totidem æquales partes ab eadem linea Cursoris. Si itaque nosse cupias sinum triginta graduum, posito radio 100 aut 1000 partium; applica Cursoris lineam divisam supra diametrum Orbis ac circuli K L M N, & promove brachium ad gradum trigesimum Quadrantis, seu dextri seu sinistri; dabitque tibi brachium sinum rectum graduum triginta, à puncto dictorum graduum deorsum usque ad lineam Cursoris divisam; ejusdem verò Cursoris lineæ divisæ pars inter centrum circuli & brachii lineam divisam, dabit sinum complementi; pars denique ejusdem Cursoris reliqua dabit sinum versum.

Secundò, Ad Trigonometriam.

SImili ratione datorum quorumcunque angulorum trianguli, præsertim rectanguli, sinus, latera, proportionem laterum, & alia similia ad trigonometriam pertinentia, investigare poteris.

Tertiò, Ad Geographiam.

EOdem Instrumento mappam Geographicam transferre poteris in majorem, minorem, æqualem formam, si Cursori inscripseris gradus longitudinis, brachio verò gradus latitudinis. Cursor enim referet tunc Parallelum mobilem; brachium verò, mobilem Meridianum. Certè Instrumentum illud confectum ex duabus Regulis in partes æquales divisis, & sibi mutuò insertis ad angulos rectos, ita ut una intra aliam moveri possit (quo aliqui utuntur in dicto negotio Geographico) à nostro Cursore, unà cum brachio mobili, non differt.

Quartò, Ad Gnomonicam.

SI Cursori inscripseris Regulam Sciathericam, quam Clavius tradit cap. 16 descriptionis novæ Horologiorum, & Kircherus Lib. 4. Lucis & Umbræ; habebitis facilem, jucundum, ac pænè infinitum usum, ad omnis ferè generis horologia sciatherica in planis delineanda, ut patebit, si leges, quæ de illius Regulæ usu habet Kircherus loco cit.

Quin-

Quintò, Ad Astronomiam, & alia.

SI centro Orbis K L M N affixeris Alhidadam, seu Regulam fiduciæ, ut vocant, dioptris suis instructam, aut filum cum perpendiculo; inserviet tibi Pantometrum loco Quadrantis Geometrici, aut Astronomici, seu stabilis, seu penduli; eoque uti poteris ad infinitas praxes Geometricas & Astronomicas, nimirum ad dimetiendas longitudines, latitudines, altitudines, per sinus, tangentes, atque secantes, aut per Logarithmos; ad indagandam poli, solis, stellarum elevationes; ad omnia denique alia, ad quæ adhiberi solet Quadrans Astronomicus.

Sextò, Ad Astrolabii usum.

SI denique Cursore utaris pro Linea Æquinoctiali, ejusque parallelis; brachio verò pro linea polari, seu meridiano mobili, ut diximus num.3; poteris hujus Instrumenti ope delineare Astrolabium analemmaticum Ptolomæi, Rojas, Gemmæ Frisii, Malcotii, & aliorum. Imò si delineatum hujusmodi Astrolabium inserueris Orbi excavato K L M N, invenies Cursoris & brachii auxilio horas Astronomicas, Italicas, Babylonicas, quantitatem dierum & noctium, Occasum & Ortum solis, Crepuscula matutina & vespertina, ascensiones signorum, altitudines solis, amplitudines ortivas & occiduas solis, & stellarum, quidquid denique per Astrolabia prædicta inquiri solet.

Hæc sunt quæ de hoc nobilissimo Instrumento, verèque Pantometro dicenda censui. Multa alia docebit frequens usus, & sagax utentis, ac legentis ingenium, Multa alia & mihi in mentem venerunt, multa Auctor indicavit; quæ si apponere atque exponere voluissem, in immensum excrevisset Opus.

PERO-

PERORATIO AD SANCTOS ANGELOS GEOMETRAS.

PRactica Geometriæ usum atque exercitationem cordi Vobis esse, GENII COELESTES, non vanis, ut persuadear, adducor argumentis, ex ipso DEI Archivio, sacrarum inquam Litterarum Codice depromptis. Scio enim, vidisse olim Zachariam Prophetam Cap. II. ver. I. Virum, hoc est, Angelum Viri schemate indutum, funiculo mensorio, ad mensurandam Hierosolymam à Nehemia & Zorobabele reædificandam, instructum. Scio, vidisse Ezechielem Cap. XL. ver. III. Angelum alterum, Viri quoque specie conspicuum, in cujus manu funiculus erat lineus, & calamus mensuræ; quæ sunt Geometrarum Practicorum organa non postrema. Scio denique, Evangelistarum Aquilam Joannem, Apocal. XXI. ver. XV. alium quoque conspexisse, habentem mensuram arundineam auream, ut eâ metiretur Hierosolymam novam sibi ostensam, ejusque portas, ac murum. Geometras ergo Vos esse, SPIRITUS SANCTISSIMI, Geometrarum-

que subire quandoque officium, haud vana est conjectura, sed certa & irrefragabilis persuasio. Nimirum non dedignamini similes & esse, & videri Auctori Vestro DEO ter Opt. ter Max, quo de sapientissimè pronuntiavit, qui dixit: Ο ΘΕΟΣ ΑΕΙ ΓΕΩΜΕΤΡΕΙ, DEUS semper geometrizat. *Veniam itaque dabitis, si meum de Geometria Practica Opusculum, exile & impolitum (haud diffiteor) sub Vestro Sanctissimo claudam Nomine, Vestræ committam tutelæ, Solent Mæcenates promptiori suscipere animo Opera, quæ illas pertractant materias, quarum ipsi non modicam nacti sunt notitiam: solent potioribus prosequi favoribus Clientes, quibuscum studiorum ac scientiarum intercedit communio. Haud sequiori voluntate cùm Vos erga me, meumq; Opus futuros confidam, utrumq; tutelæ vestræ quàm submississimè committo. Herbipoli, Die XII. Martii, Anni M. DC. LX.*



ELEN-

ELENCHUS LIBRORUM, CAPITUM, ALIORUMQUE TITULORUM.

LIBER I. TECHNICUS,

LIBER II. EUTHYMETRICUS,

CAPUT

LIBER III. ENBADOMETRICUS,

LIBER IV. ICHNOGRAPHICUS,

LIBER V. STEREOMETRICUS,

II. Pris-

LIBER VI. COELOMETRICUS,

LIBER VII. GEODÆTICUS.

III. Tri-

II. Tri-

LIBER VIII. METAMORPHOTICUS,

II. Dato

LIBER IX. HYDRAGOGICUS,

VII. Pan-

LIBER X. VARIUS,

CAPUT

V. Pro-

IV. Datâ

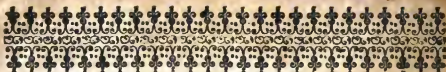


Errata Typographica.

PAg. 272. lin. 24. τεχνὑεῤημα pro τεχνὑεγημα. Pag. 286. in margine pro Iconiſmo XXVIII. ponatur Icon. XXV. Alia errata non appono, quia alia quæ Lectorem morentur, non reperi; quod Typothetæ acceptum refero, qui omnem adhibuit diligentiam ut Liber quàm correctiſſimè prodiret.

Ad Lectorem.

SPerabam Curſum Mathematicum, quem in calce Thaumaturgi phyſici adumbravi, proximè venturis nundinis autumnalibus in Lucem proditurum; at propter magnum figurarum partim ligno, partim æri incidendarum numerum id fieri nequit ante paſchales ſubſequentes nundinas. Interim Ioco-Seria dabimus Naturæ & Artis, cum Prodromo in Mundum Mirabilem. Vale.



CATALOGUS LIBRORUM

à

P. GASPARE SCHOTTO è SOCIETATE Jesu partim hactenus editorum, partim posthac, si DEUS vitam ac vires largietur, edendorum.

LIBRI JAM EDITI.

I.

MEchanica Hydraulico-pneumatica, cum Experimento novo Magdeburgico. in 4to Herbipoli 1657.

II. Magiæ Universalis Naturæ & Artis PARS I. Optica. in 4to Herbipoli 1657.

III. Magiæ ejusdem PARS II. Acustica. in 4to Herbipoli 1657.

IV. Thaumaturgus Mathematicus, Sive Magiæ ejusdem PARS III. Mathematica. in 4to Herbipoli 1658.

V. Thaumaturgus Physicus, Sive Magiæ ejusdem PARS IV. Physica. in 4to Herbipoli 1659.

VI. Pantometrum Kircherianum, sive Instrumentum Geometricum novum. in 4to Herbipoli 1660.

Omnes prostant venales Francofurti ad Mœnum, apud viduam & Hæredes Ioannis Godefridi Schönwetteri.

LIBRI POSTHAC EDENDI.

I. Ioco-Seria Naturæ & Artis. in 8.vo

II. Prodromus in Mundum Mirabilem, sive Itinerarium

Exsta-

Exſtaticum Kircherianum Præluſionibus & Scholiis illuſtratum. in 4.[to]

III. Curſus Mathematicus, ſive Abſoluta omnium Mathematicarum Diſciplinarum Encyclopædia, in libros XXV. digeſta. in fol.

IV. Phyſica Curioſa, ſive Mirabilia Naturæ.

V. Technica Curioſa, ſive Mirabilia Artis.

VI. Mundus Mirabilis, quo Mundi opificium atque ſtructura, præcipuarumque ejus partium forma, locus, magnitudo, diſtantia à ſe invicem, & inter ſe ſymmetria atque proportio &c. explicatur. in fol.

VII. Dictionarium Mathematicum.

VIII. Compendium Curſus Mathematici.

IX. Mechanica Univerſalis, ſive Thaumaturgus Mechanicus.

X. Horographia Univerſalis.

Ex his, tria priora Opera ſunt jam abſoluta, & prælum exſpectant. Phyſica Curioſa ex parte etiam confecta eſt, pars reliqua jam elaboratur. Dictionarium Mathematicum, & Compendium Curſus noſtri Mathematici, ſi alius quiſpiam conſcribere velit, lubens cedam, operamque quam potero, impendam. Mechanicam & Horographiam Univerſalem tunc conſcribam, quãdo reperero qui ſumptus faciat: magnorum enim ſumptuum erit utrumque opus, ob magnum ſchematum apparatum.

Multa alia Opera mente deſtinavi, quæ aliàs, ſi ſuperſtes fuero, propalabo.

* * *

Ad

Ad Bibliopegum.

ADvertat Bibliopegus, ut Iconiſmos omnes æri inciſos ponat è regione illarum paginarum, quarum numerus in capite ſingulorum eſt adſcriptus.

Der Buchbinder ſolle die Kupffer alſo in das Buch hefften / daß ſie gegen denen Blättern gewendet ſeyn / welcher Zahl oben an einem jeden Kupffer verzeichnet iſt.



